

1 Einleitung und Problemstellung

Biofilme sind Lebensgemeinschaften von Mikroorganismen, die an nahezu allen Grenzflächen nachweisbar sind. In ihnen finden Stoffumsatzprozesse statt, die z.B. einen wesentlichen Einfluss auf die Selbstreinigungskraft von Gewässern haben. In der Technosphäre werden Biofilme als immobilisierte Biomasse in Biofilmreaktoren eingesetzt.

In den letzten 10 Jahren wurden mathematische Modelle entwickelt, mit denen sich Substratumsatz und Stofftransport in Biofilmsystemen gut beschreiben lassen. Bei diesen Modellen wurden jedoch Vereinfachungen getroffen, da das Wissen über viele komplexe Wechselwirkungen im Biofilmsystem nach wie vor fehlt.

Zum einen ist die Verteilung der verschiedenen Organismenspezies in der Biofilmmatrix nach wie vor nur unzureichend aufgeklärt, zum anderen ist der Einfluss der Wachstumsbedingungen auf die Funktion und Struktur von Biofilmen noch nicht ausreichend untersucht. Die Kultivierungsbedingungen wirken sich vielfältig auf den Stoffübergang in der Grenzschicht zwischen wässriger Phase und Biofilm aus. Verschiedene Autoren machten die Beobachtung, dass Biofilme unter hoher Substratversorgung gelartig und mit geringer Dichte aufwachsen. Sie entwickeln dabei häufig heterogene, stark strukturierte Oberflächen und der Stoffübergang ist im Gegensatz zu Biofilmen mit homogenen Oberflächen und größerer Dichte deutlich verringert. Der Stoffübergang in der Grenzschicht Bulk/Biofilm lässt sich unter anderem auch aus diesem Grund mit herkömmlichen Modellvorstellungen nur ungenügend beschreiben. Eine sich an die aktuellen hydraulischen Bedingungen anpassende Oberflächenstruktur des Biofilms erfordert daher eine intensive Untersuchung der Stoffübergangsphänomene in Biofilmsystemen.

Bei der Betrachtung des Stoffübergangs in Biofilmsystemen wurde im vergangenen Jahrzehnt auf Erfahrungen aus der Verfahrenstechnik zurückgegriffen. Der Stoffübergang wurde mittels Ähnlichkeitstheoretischer Kennzahlen beschrieben.

Die gesamte Biofilmstruktur wird sowohl von den Substratbedingungen als auch von den hydrodynamischen Bedingungen während des Wachstums stark beeinflusst, wie STOODLEY et al.^[1], bei mikroskopischen Untersuchungen mit Mischkulturen sowie HORN und HEMPEL^[2] bei Mikroelektrodenmessungen in Rohrreaktoren fanden. Die untersuchten Biofilme reagierten auf ein erhöhtes Substratangebot mit einer stärker-

den Strukturierung der Biofilmoberfläche. Eine Änderung der Anströmung von laminaren Verhältnissen in den turbulenten Bereich bewirkte den Rückgang der fadenartigen Biofilmstruktur, den sog. Streamern und somit eine geringere Strukturierung der Biofilmoberfläche.

Um die oben genannten experimentellen Ergebnisse quantifizieren zu können, wurden in der vorliegenden Arbeit Biofilme bei verschiedenen Substrat- und hydraulischen Bedingungen in Rohrreaktoren mit einem Durchmesser von 2,6 cm kultiviert. Die Substratversorgung wurde in verschiedenen Versuchsphasen zwischen 2,5 und 10,0 g Substrat (Glucose) pro m² Biofilmfläche und Tag variiert. Um den Einfluss der hydraulischen Beanspruchung auf die Oberflächenstruktur, das Wachstum und den Stofftransport der Biofilme zu quantifizieren, wurden die Wachstumsversuche bei REYNOLDS-Zahlen von 650-6000, d.h. im Übergangsbereich von laminarer zur turbulenten Strömung durchgeführt.

Zur Charakterisierung der kultivierten Biofilme wurde die Biofilmdichte und der Substratsatz, gemessen als maximale Massestromdichte, bei jeder Versuchsreihe ermittelt. Die mittlere Biofilmdichte (Biotrockenmasse/Biofilmvolumen) wurde gravimetrisch bestimmt. In Batchversuchen wurden die maximalen Massestromdichten der Biofilme bei Substratüberschuss ermittelt. Mit Hilfe von Sauerstoffmikroelektroden fand eine Messung der Sauerstoffkonzentrationsprofile im Biofilm direkt im Reaktor statt. Die Messungen der Sauerstoffprofile erfolgte bei einer Biofilmdicke von 300-2000 µm, bei welcher der Biofilm noch keine Erosionserscheinungen zeigte.

Die Informationen, die so von Biofilmen mit verschiedenen Wachstumsvorgeschichten erhalten wurden, sollten dazu verwendet werden, das Biofilmmodell von HORN und HEMPEL^[2] zu erweitern. In diesem Modell wurde der Stofftransport zwischen Bulk-Phase und Biofilm mit einer Anpassung der SHERWOOD-Zahl beschrieben.

Ziel dieser Arbeit ist es, den Stoffübergang mittels einer Funktion zu beschreiben, die neben aktuellen hydraulischen Gegebenheiten auch Parameter der Wachstumsvorgeschichte berücksichtigt. Die Abhängigkeit des Stoffübergangs in der Grenzschicht Bulk/Biofilm von den Kultivierungsbedingungen zeigt, dass für die Formulierung der Konzentrationsgrenzschichtdicke auch Wachstumsparameter, wie beispielsweise die maximale spezifische Wachstumsgeschwindigkeit und die spezifische Wachstumsgeschwindigkeit an der Oberfläche des Biofilms sowie die REYNOLDS-Zahl während des Wachstums neben der bei aktueller Anströmung, berücksichtigt werden müssen.

2 Grundlagen Biofilmsysteme

Als Biofilme oder biologische Matten werden Anreicherungen von Mikroorganismen und inertem Material bezeichnet, die auf Grenzflächen siedeln. Biofilme finden sich als Kahlhaut an der Oberfläche von Trinkwasserreservoirien. Benthische Biofilme leisten in Fließgewässern einen wesentlichen Beitrag zur Selbstreinigungskraft^[3]. Des weiteren finden sie sich als Sielhaut in Kanalsystemen^[4], auf den Harzen der Packung von Ionenaustauschern, in Trinkwasserleitungen, auf Bootskörpern, im menschlichen Körper z.B. als Plaque auf den Zähnen und im Extremfall auf Implantaten wie z. B. künstlichen Herzklappen, wo sie eine ständige Wiederverkeimung verursachen und das menschliche Immunsystem schwer belasten können. Das unerwünschte Vorkommen von Biofilmen in der Technosphäre wird als Biofouling bezeichnet und verursacht zum Teil erhebliche Kosten, u.a. durch die Notwendigkeit einer regelmäßigen und aufwendigen Reinigung. Die biologisch induzierte Korrosion^[5], ^[6] verursacht Materialfehler. Biofouling in Wärmetauschern führt zu einem erheblich schlechteren Wärmeübergang von bis zu 36% bei einem Bewuchs von nur 1 mm Stärke^[7]. Auf Bootsrümpfen aufgewachsene Biofilme verursachen einen erhöhten Reibungswiderstand (100 μm erhöhen den Reibungswiderstand um 15%^[5]), so dass z.B. geschätzt wird, dass die amerikanische Marine 500 Mio. US\$ an Treibstoff zusätzlich aufwenden muss^[8]. Der erhöhte Druckverlust in Rohrleitungen, bedingt durch Biofilme, muss durch höhere Pumpenleistung ausgeglichen werden^[9]. Die stete Wiederverkeimung durch Biofilme in Trinkwasserleitungen erfordert den Einsatz von Desinfektionsmitteln und ist daher aufgrund der entstehenden hohen Kosten, insbesondere in wärmeren Ländern, Gegenstand der Forschung. Umkehrosmoseanlagen werden häufig von Biofilmen beeinträchtigt. Mikroorganismen auf den Membranoberflächen führen zu erheblich verkürzten Standzeiten der Anlagen und einem erhöhten Energieaufwand, da die Membranen verstopfen.

Es gibt jedoch auch positive Effekte von Biofilmen, die gezielt in der Biotechnologie genutzt werden, um Stoffumsetzungen durchzuführen. Als ältestes Beispiel sei an dieser Stelle die Herstellung von Essig aus Wein genannt, bei der die Organismen auf Holzspänen aufwachsen und immobilisiert werden.

Biofilmreaktoren finden bei großen Umsatzleistungen eine immer breitere Anwendung im Bereich der Abwasserreinigung^[10]. Die Vorteile von Biofilmreaktoren gegenüber Belebtschlammverfahren liegen in der größeren Betriebsstabilität bei sich än-

dernden hydraulischen Verhältnissen im Reaktor. Aufgrund der Immobilisierung der Mikroorganismen können die Verweilzeiten im Reaktor unabhängig von der Wachstumsrate der Organismen gewählt werden. Dies ist vor allem dann ein Vorteil, wenn für den Abbau Spezialkulturen eingesetzt werden, die sich durch eine geringe Wachstumsrate auszeichnen, wie dies z.B. beim Abbau von EDTA und Naphthalinsulfonsäure der Fall ist^{[11], [12], [13]}. Biofilmreaktoren eignen sich also insbesondere für die Reinigung industrieller Abwässer und Abwässer, die entweder wenig, oder schwerabbaubares Substrat enthalten und somit nur geringe Wachstumsraten ermöglichen. Aufgrund der Immobilisierung sind hier höhere Biomassekonzentrationen im Reaktor und somit bessere Raum-Zeit-Ausbeuten im Vergleich zu Belebungsanlagen möglich. Kurzzeitige Schwankungen des pH-Wertes sowie toxische Stoßbelastungen schädigen die Biomasse aufgrund der schützenden Wirkung des Biofilmes erheblich geringer.

Zur zuverlässigen Auslegung dieser Reaktoren sind mathematische Modelle notwendig, mit denen sich das Wachstum der Mikroorganismen, der Substratumsatz im Biofilm und der Stofftransport in der Grenzschicht Bulk/Biofilm und im Biofilm simulieren lassen. Zur Validierung dieser Modelle können verschiedene Parameter wie Biofilmdicke und -dichte, aber auch flächenbezogene Umsatzraten herangezogen werden. Verbesserte Modelle berücksichtigen auch den Aufbau und die Zusammensetzung des Biofilmes und den Stofftransport von der Bulkphase durch die Konzentrationsgrenzschicht in den Biofilm hinein.

Die Biofilmdichte ist ein fundamentaler Parameter zur Charakterisierung von Biofilmen, sie wird durch das Trockengewicht der Biomasse (*BTM*) pro Biofilmvolumen bestimmt:

$$\rho_{Film} = \frac{X}{V_{Film}} \quad (2-1)$$

In der Literatur finden sich unterschiedliche Angaben für die Biofilmdichte, wie im Folgenden gezeigt wird.

Die Ermittlung der Biofilmdicke L_F sowie der Biofilmdichte lässt sich relativ einfach durchführen. Biofilme bestehen zu 95-99% aus Wasser. Weiterhin lassen sich je nach Vorkommen der Biofilme anorganische Bestandteile in der Trockensubstanz von bis zu 54%^[14] finden. Darüber hinaus machen extrazelluläre polymere Substanzen (EPS) einen Großteil der Biomasse aus. Diese Biopolymere haben vielseitige

Funktionen im Biofilmsystem. Sie dienen als Nährstoffreservoir für überschüssiges Substrat, welches nicht sofort verwertet werden kann und bilden eine Stützmatrix, die den Biofilm vor Scherkräften und anderen Umwelteinflüssen schützt^[15]. Dieser Schutz ist ein Grund dafür, dass sich Biofilmreaktoren erheblich schneller von toxischen Stößen oder ungünstigen Betriebsbedingungen erholen, als Reaktoren, die mit suspendierter Biomasse betrieben werden.

Verschiedene Autoren fanden Biofilmdichten zwischen 5 und 120 kg/m³^[16]. ^[17]. SIEGRIST und GUJER^[18], ebenso HORN und HEMPEL^[19] fanden z.B. bei heterotrophen Biofilmen Biofilmdichten zwischen 10 und 30 kg/m³. Die Streuung der Messergebnisse für die Biofilmdichten (siehe Gl. (2-1)) zeigt, dass diese vom Reaktortyp, den Wachstumsbedingungen und dem Substratangebot abhängt und sie daher keine feste Größe darstellt.

MELO und VIEIRA^[20] fanden einen Zusammenhang zwischen der Anströmung des Biofilmes und seiner Dichte. Sie untersuchten in Rohrreaktoren Biofilme, die aus *Pseudomonas fluorescens* kultiviert wurden. Bei sehr hohen Anströmungsgeschwindigkeiten ($Re=15000$) stellten sie einen Rückgang der Umsatzrate im Biofilm bei steigender Dichte fest. Als Ursache für diese Beobachtungen wurde eine verstärkte Bildung von extrazellulären polymeren Substanzen (EPS) zum Schutz des Biofilms vor Abscherung postuliert. Somit stand bei gleicher Biomasse im Verhältnis weniger aktive Biomasse zur Verfügung.

Neben der Zusammensetzung der Biofilme ist die Untersuchung der Stoffübergangsphänomene in der Konzentrationsgrenzschicht an der Biofilmoberfläche und des Stofftransportes im Biofilm notwendig, um plausible Biofilmmodelle aufstellen zu können. Der Einsatz von Mikroelektroden ermöglicht die Messung von Konzentrationsprofilen verschiedener Stoffe wie Glucose, Ammonium und Sauerstoff. Darüber hinaus lassen sich Eigenschaften wie pH-Wert, Redoxpotenzial oder sogar die Strömungsgeschwindigkeiten mit Mikroelektroden messen^[21].

Erste Biofilmmodelle wurden 1976 von WILLIAMSON und MC CARTY^[22] parallel zu LA MOTTA^[23] entwickelt (siehe Abb. 2-1). Hier wurde von einer Aufwuchsfläche, dem Substratum, ausgegangen, auf der sich eine Biofilmschicht befand. CHARACKLIS und WILDERER^[24] erweiterten dieses Modell um einen Oberflächenfilm. Das Mushroom Modell von COSTERTON et al.^[25] geht von porösen Strukturen aus, in denen der Stofftransport neben Diffusion auch durch Konvektion stattfindet.

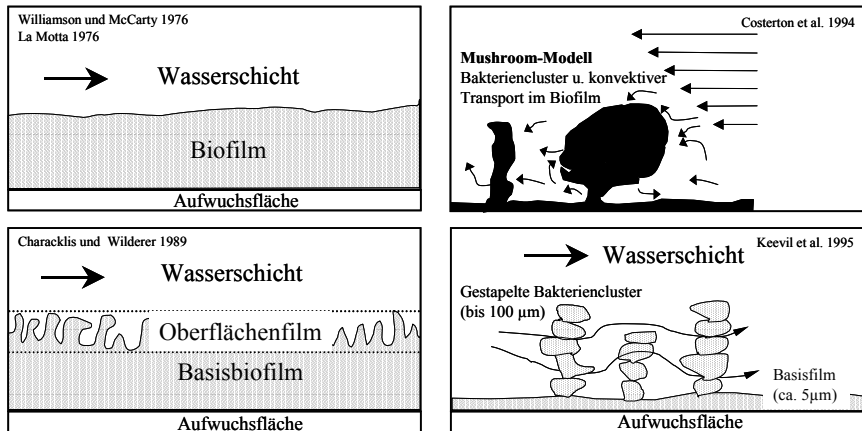


Abb. 2-1 Entwicklung der Modellvorstellung von Biofilmsystemen

KEEVIL et al.^[26] erweitern diese Vorstellung aufgrund von Untersuchungen mit dem konfokalen Laser Scanning Mikroskop (CLSM) durch ein n Basisfilm, auf dem sich gestapelte Bakteriencluster befinden. Auch in dieser Modellvorstellung findet ein Großteil des Stofftransports in den oberen Schichten des Biofilmes durch Konvektion statt.

2.1 Mathematische Modellierung von Biofilmsystemen

Für die Modellierung wird ein Biofilmsystem in folgende Kompartimente aufgeteilt (vgl. Abb. 2-2):

- Wasserschicht
- Konzentrationsgrenzschicht
- Biofilm
- Aufwuchsfläche

In der Wasserschicht werden gelöste (c_i) und partikuläre Komponenten (X_i) transportiert. Die Umweltbedingungen, denen der Biofilm ausgesetzt wird, werden über die Strömungsgeschwindigkeit (w) und die Konzentration der unterschiedlichen Substrate definiert.

Die Konzentrationsgrenzschicht stellt eine Transportbarriere dar. In ihr werden die gelösten Komponenten sowohl durch Diffusion, als auch durch Konvektion transportiert.

Der Biofilm wird in eine feste ($\varepsilon_{s,i}$) und eine flüssige Phase (ε_l) unterteilt, wobei der Transport der gelösten Komponenten in der flüssigen Phase stattfindet.

Die feste Phase besteht aus:

- aktiver Biomasse (Mikroorganismen)
- inaktiver Biomasse (EPS)
- inertem Material (z.B. anorganische Ablagerungen wie Kalk, etc.)

Der Stoffumsatz, sowie Wachstum der Mikroorganismen, Lysis, Inaktivierung und Erhaltungsstoffwechsel finden in der festen Phase statt.

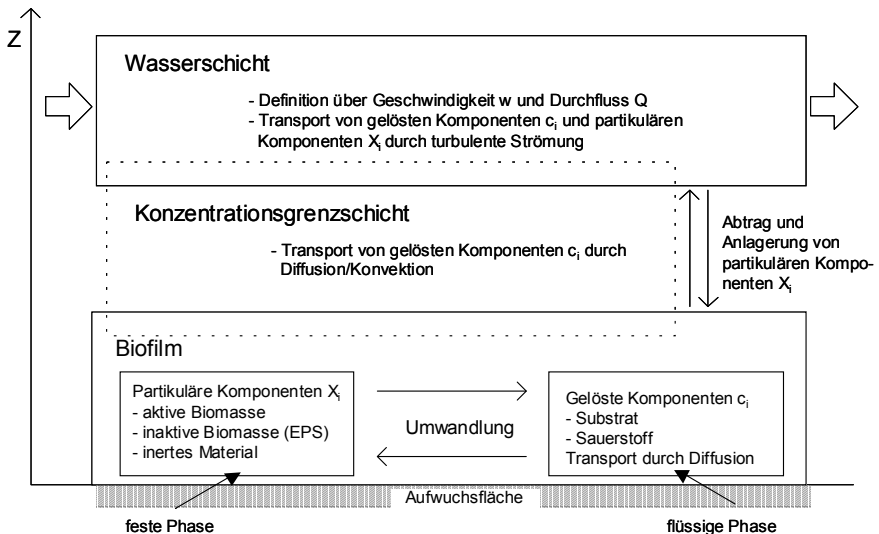


Abb. 2-2 Überblick über die Stoffumwandlungsprozesse im Biofilmsystem^[27]

Im Biofilm selbst erfolgt der Stofftransport über Diffusion in der flüssigen Phase. Die aktiven Biomassefraktionen setzen die gelösten Komponenten um, wobei Substrat und Sauerstoff verbraucht und Biomasse erzeugt wird.

Der Abtrag und die Anlagerung von partikulären Komponenten ist weitestgehend ungeklärt.

Im Allgemeinen können Biofilme mit eindimensionalen Modellen ausreichend genau beschrieben werden. Wachstumsvorgänge und der Transport im Biofilmsystem wird nur in eine Richtung senkrecht zur Aufwuchsfläche hin betrachtet. Der Hauptvorteil dieser Modelle liegt in ihrer mathematischen Einfachheit, die den Rechenaufwand deutlich verringert und was sich in deutlich verkürzten Rechenzeiten niederschlägt. Die Daten, die zu ihrer Validierung benötigt werden, sind zudem einfacher zu beschaffen, als dies bei dreidimensionalen Modellen der Fall ist.

Von der Aufwuchsfläche aus gesehen wird bei den eindimensionalen Modellen lediglich der Transport in die Biofilmmatrix hinein bzw. aus dem Biofilm heraus betrachtet. Erste Modelle wie beispielsweise von ATKINSON und DAVIES^[28] in den 70er Jahren und von WAGNER und HEMPEL^[29] lösten die Prozessgleichungen, indem sie von einem stationären Zustand in der Biofilmmatrix ausgingen und einen Diffusionswiderstand berücksichtigten.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + r = 0 \quad (2-2)$$

Die Unterteilung der Biofilmmatrix in mehrere Fraktionen von WANNER und GUJER^[30] sowie WANNER und REICHERT^[31], ermöglichte die Berücksichtigung verschiedener Biospezies.

Zweidimensionale Modelle wie von PICCIOREANU^[32] und HERMANOWICZ^[33] vorgestellt, sind in der Lage, die Verteilung der Mikroorganismen in der Biofilmmatrix und die sich daraus ergebenden Strukturen zu modellieren. Der Biofilm wird in einzelne Zellen unterteilt, wobei die kleinste Einheit, je nach Rechenaufwand, einen einzelnen Mikroorganismus darstellen kann. Die einzelnen Zellen im Modell werden als Automaton, d.h. in ihrer weiteren Entwicklung unabhängig voneinander betrachtet. Ihre Entwicklung und die sich aufgrund ihrer Teilungsrate ergebenden lokalen Ansammlungen verschiedener biologischer Zelltypen machen eine Beobachtung von Bakterienkolonien im Biofilm möglich. Der Stofftransport wird in diesen Modellen durch einen für Biofilme modifizierten THIELE-Modul^[32] bzw. durch eine in Versuchen mittels Mikroelektroden gemessene Konzentrationsgrenzschichtdicke und dem sich daraus ergebenden Stoffübergangskoeffizienten berechnet.

Neuere dreidimensionale Modelle, die eine Besiedelung von Oberflächen berechnen, basieren häufig auf theoretischen Annahmen für die Beweglichkeit der unterschiedlichen Organismenspezies^[34]. Seit die konfokale Laser Scanning Mikroskopie 3-D

Aufnahmen ermöglicht, die zur mathematischen Beschreibung von Biofilmen auswertbar sind, können diese dreidimensionalen Modelle validiert werden. Der Hauptnachteil dieser Modelle besteht aber in den erheblich verlängerten Rechenzeiten, die den Einsatz von Großrechnern erfordern und dadurch den Einsatz in der Praxis auch in Zukunft erschweren wird. In der Praxis dagegen besteht häufig ein Bedarf an einfachen Modellen, die in der Lage sind, die Folgen von hydraulischen und Substratstößen auf Anlagen zu simulieren, um die Reaktoren richtig dimensionieren zu können.

Dreidimensionale Modelle können aber genutzt werden, um eindimensionale Modelle zu kalibrieren, wie von MORGENROTH et al. gezeigt wurde^[35]. Die dort verwendete Simulationssoftware AQUASIM[®] ermöglicht die Simulation von zwei miteinander verschalteten Reaktoren, sogenannten Kompartimenten. Die modellierten 3-D-Daten zur Struktur und Porosität wurden genutzt, um in einem eindimensionalen Modell den Biofilm in zwei Kompartimente zu unterteilen. Der diffusive Stoffstrom, der durch die Biofilmoberfläche (= Aufwuchsfläche) fließt (siehe Gl. (2-2)), wurde im Hauptkompartiment (im Modell der Biofilmreaktor) umgesetzt. Dieses bestand aus einem Biofilmreaktor mit einem definierten Volumen und definierter Aufwuchsfläche, auf der sich die Biomasse befand. Der Stofftransport findet hier nur durch Diffusion statt. Das zweite Kompartiment wurde als Rücklauf betrieben und diente zur Modellierung der inneren Oberfläche bzw. dem Porenvolumen, in dem der Stofftransport durch Eddy-Diffusion erfolgt. Die Biomasse lag in diesem Kompartiment als frei suspendierte Biomasse vor. Die Rückflussmenge stellte den Stoffstrom dar, der durch die Poren des Biofilmes transportiert wurde und der in diesem Modell bei steigender Porosität erhöht werden kann.

In der vorliegenden Arbeit kommt ein eindimensionales Modell zum Einsatz, da in erster Linie die Modellierung von Biofilmreaktoren und die Entwicklung eines praxistauglichen Modells im Vordergrund steht, welches aufgrund ermittelter Daten validiert werden soll.

2.1.1 Stoffübergang in der Grenzschicht Bulk/Biofilm und Stofftransport im Biofilm

Der Stoffumsatz in Biofilmreaktoren ist im Allgemeinen diffusionslimitiert. Ab einer Biofilmdicke, bei welcher der Biofilm nicht mehr über die gesamte Tiefe vollständig mit Substrat penetriert wird, limitiert dies den Stoffumsatz im gesamten Reaktor. Eine Biomassenzunahme ist ab dieser Biofilmdicke nicht mehr gleichbedeutend mit einer

Steigerung der Umsatzleistung des Biofilmreaktors. Im Gegenteil: Aufgrund der geometrischen Verhältnisse im Reaktor bewirkt eine Biomassenzunahme häufig eine Abnahme der Kontaktfläche zwischen Bulkphase und Biofilm und somit einen Rückgang der Umsatzleistung. Dieses Ergebnis fanden z.B. WANNER und CUNNINGHAM^[36] bei der Modellierung eines Biofilters. Poröse Glasperlen dienten in diesem Reaktionssystem als Trägermaterial.

Die Umsatzleistung von Biofilmreaktoren ist darüber hinaus abhängig vom Stofftransport durch die Konzentrationsgrenzschicht zwischen Bulk und Biofilm.

Die Dicke der Konzentrationsgrenzschicht wird von den Anströmungsbedingungen maßgeblich beeinflusst. MILDENBERGER^[37], ^[38] bestätigte diesen Einfluss bei Biofiltern, die zur Nitrifikation mit einem Schaumstoffmaterial als Aufwuchsfläche ausgerüstet waren.

LI und CHEN^[39] fanden bei der Untersuchung und Modellierung eines benthischen Biofilmes ebenfalls einen starken Einfluss der Anströmung auf die Umsatzleistung des Biofilmes.

Erste grundlegende Untersuchungen des Einflusses der Konzentrationsgrenzschicht und des Stofftransportes in Biofilmsystemen wurden von KISSEL^[40] durchgeführt. Hier wurden für verschiedene Reaktortypen SHERWOOD-Zahlen berechnet. Die von KISSEL angegebenen effektiven Diffusionskoeffizienten von Sauerstoff im Biofilm sind im Vergleich zu denen in reinem Wasser um einen Faktor von 0,4 - 1,4 -fach verändert. Ähnliche Ergebnisse lassen sich auch bei CHARACKLIS^[16] sowie WAGNER und HEMPEL^[29] finden.

Bei den genannten Untersuchungen zeigte sich, dass der Einfluss des Stoffübergangs auf den Stofftransport nicht mehr zu vernachlässigen ist, wenn der Biofilm nicht mehr vollständig mit Substrat penetriert wird.

FU et al.^[41] stellten fest, dass die Oberflächenstruktur des Biofilmes einen starken Einfluss auf die Dicke der Konzentrationsgrenzschicht hat. Bei ihren Untersuchungen von Biofilmen in einer Messzelle mit Hilfe von Sauerstoffmikroelektroden fanden sie heraus, dass bei einer rauen Biofilmoberfläche die Konzentrationsgrenzschicht bei gleicher Anströmung dicker ist als bei einer homogenen Oberflächenstrukturierung. Klassische Modelle beschreiben die Massestromdichte j mit dem ersten FICK'schen Gesetz: