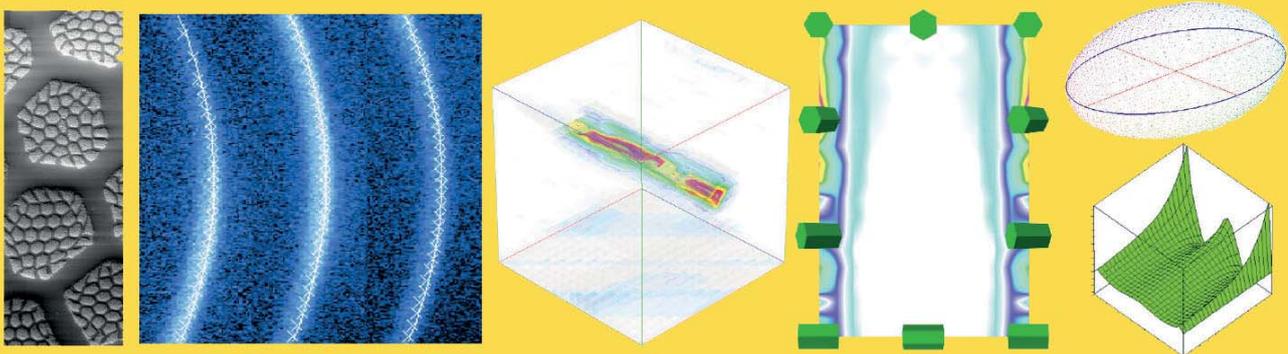


Bestimmung lokaler Textur- und Spannungsverteilungen an submikro-/nanokristallinen mehrphasigen Gradientenmaterialien mittels zweidimensionaler Röntgenmikrobeugung sowie anhand analytischer und numerischer Modellierungsansätze

Andy Eschke



Cuvillier Verlag Göttingen
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag



Bestimmung lokaler Textur- und
Spannungsverteilungen an
submikro-/nanokristallinen
mehrphasigen Gradientenmaterialien
mittels zweidimensionaler
Röntgenmikrobeugung sowie anhand
analytischer und numerischer
Modellierungsansätze





Bestimmung lokaler Textur- und
Spannungsverteilungen an
submikro-/nanokristallinen
mehrphasigen Gradientenmaterialien
mittels zweidimensionaler
Röntgenmikrobeugung sowie anhand
analytischer und numerischer
Modellierungsansätze

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doctor rerum naturalium
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt
der Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften
der

Technischen Universität Dresden

von

Andy Eschke

geboren am 27.11.1983 in Dresden

Die Dissertation wurde in der Zeit von 09/2010 bis 06/2014
im Institut für Strukturphysik angefertigt.



Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen: Cuvillier, 2015
Zugl.: (TU) Dresden, Univ., Diss., 2014

1. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Werner Skrotzki
2. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. Heinz-Günter Brokmeier

Einreichung: 31.07.2014
Verteidigung: 22.01.2015

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2015
Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen
Telefon: 0551-54724-0
Telefax: 0551-54724-21
www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage 2015

Gedruckt auf umweltfreundlichem, säurefreiem Papier aus nachhaltiger Forstwirtschaft.

ISBN 978-3-95404-950-9
eISBN 978-3-7369-4950-8





Meiner lieben Familie!



Europa fördert Sachsen.



Diese Arbeit wurde von der Europäischen Union und dem Freistaat Sachsen im Rahmen der International Graduate School (IGS) des European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden (ECEMP), Vertragsnummer 100111842, insbesondere hinsichtlich des durch den Europäischen Fonds für regionale Entwicklung (EFRE) finanzierten Bruker AXS D8 Discover Spezialmikrodiffraktometersystems unterstützt.



Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe; die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und in der Zeit von 09/2010 bis 06/2014 im Institut für Strukturphysik unter der wissenschaftlichen Betreuung von Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. Werner Skrotzki angefertigt.

Desweiteren wurde bisher kein Promotionsverfahren eröffnet. Die Promotionsordnung der Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften der Technische Universität Dresden vom 23.02.2011 erkenne ich hiermit an.

Dresden, 31.07.2014



Copyright Notice

Für die Verwendung bereits publizierter Grafiken und Tabellen in (bzgl. Darstellung und Inhalt) originaler sowie modifizierter Form wurde im Rahmen dieser Arbeit die ausdrückliche Genehmigung der betreffenden Verlage eingeholt. Für diese, im Folgenden durch Angabe der Literaturquelle (Lit.qu.) gekennzeichneten Grafiken und Tabellen seien an dieser Stelle zusätzlich die entsprechenden, vom jeweiligen Verlag vorgegebenen Hinweise zum Urheberrecht (Copyright Notice) angeführt (**Tabelle 1**).

Tabelle 1: Angaben zum Urheberrecht (Copyright Notice) bei der Verwendung bereits publizierter Grafiken und Tabellen

Abbildung	Tabelle	Lit.qu.	Copyright Notice
1.1		[1]	Valiev, R. Z., Alexandrov, I. V., Zhu, Y. T. & Lowe, T. C., <i>Paradox of Strength and Ductility in Metals Processed By Severe Plastic Deformation</i> , Journal of Materials Research, 17, 01, 5–8, 2002. Reproduced with permission.
2.1		[2]	With permission from TUD.
2.8, 2.10,		[3]	Copyright © 2009 John Wiley & Sons, Inc.
2.11			With permission from John Wiley & Sons, Inc.
2.4		[4]	Copyright © VCH Verlagsgesellschaft mbH, D-69451 Weinheim, 1995. With permission from John Wiley & Sons, Inc.
3.1		[5]	With permission from MDPI.
3.2, 4.35	4.4	[6]	Copyright © Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. Reproduced with permission.
3.3,	4.2,	[7]	Reprinted from Materials Science and Engineering: A, 616, Eschke, A., Zinn, W., Marr, T., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Schultz, L. and Eckert, J., <i>Local stress gradients in Ti/Al composite wires determined by two-dimensional X-ray microdiffraction</i> , 44–54, Copyright © (2014). With permission from Elsevier.
4.18, 4.19,	4.3		
4.24,			
4.27–4.33			
4.1,	3.1	[8]	Reprinted from Materials Science and Engineering: A, 607, Eschke, A., Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Okulov, I., Kühn, U. and Eckert, J., <i>Texture development in Ti/Al filament wires produced by accumulative swaging and bundling</i> , 360–367, Copyright © (2014). With permission from Elsevier.
4.3–4.8,			
5.1			
4.47, 4.48		[9]	Copyright © Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA. Reproduced with permission. <currently in review>.



Danksagung

Zur Realisierung der vorliegenden Arbeit, welche im Rahmen meiner wissenschaftlichen Arbeit als ECEMP-Stipendiat am Institut für Strukturphysik in der Arbeitsgruppe Metallphysik der Technischen Universität Dresden (TUD) entstand, haben viele Menschen in unterschiedlichsten Formen und Umfängen beigetragen. All Jenen gebührt mein aufrichtiger Dank.

An erster Stelle möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. Werner Skrotzki für das Ermöglichen und Betreuen der Arbeit sowie für das mir entgegengebrachte Vertrauen bezüglich (eigenständiger) wissenschaftlicher Arbeitsweise etc. bedanken. Desweiteren danke ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. Dr.-Ing. habil. Heinz-Günter Brokmeier (Technische Universität Clausthal) für die Übernahme des Zweitgutachtens und des damit verbundenen Arbeitsaufwandes.

Außerdem möchte ich mich für die Unterstützung im alltäglichen Arbeitsbetrieb am Institut bei Herrn Dr. Carl-Georg Oertel, Herrn Dipl.-Phys. Rolf Schaarschuch, Herrn Dipl.-Lehrer Hanns-Toni Reiter, Herrn Dr. Lutz Hollang, Herrn Dr. Andreas Schwab, Herrn Dr. Robert Chulist, Herrn Dr. Falk Röder sowie bei Frau Mirjam Kalusa, Frau Cornelia Junker und Frau PD Dr. Ellen Hieckmann erkenntlich zeigen.

Die enge Zusammenarbeit mit meinen Institutskollegen Frau Dipl.-Phys. Juliane Scharnweber, Frau Dipl.-Phys. Christine Tränkner, Herr Dr. Michael Scharnweber, Herr Dipl.-Phys. Paul Chekhonin, Herr Dipl.-Phys. Aurimas Pukėnas, Herr Dr. Nils Scheerbaum und Herr Dr. Benoit Beausir habe ich sehr genossen, da sie stets produktiv erfolgte und es – insbesondere in Hinblick auf das uns umgebende freund(schaft)liche Arbeitsklima – mit Euch Allen erst richtig Spaß machte, hier sein zu können. Auch abseits dienstlicher Belange ist es für mich ein Privileg, Euch kennen zu dürfen!

Desweiteren möchte ich mich für die fruchtbare Zusammenarbeit, anregenden Diskussionen und wertvolle Unterstützung auch außerhalb dieses wissenschaftlichen Kleinstkreises im besonderen Maße bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. Wolfgang S. Kreher (Institut für Werkstoffwissenschaft, TUD), Herrn Dr. Reiner Vanselow, Herrn Dr. Guntram Scheithauer (Institut für Numerische Mathematik, TUD), Herrn Dr.-Ing. Wolfgang Zinn, Herrn Dipl.-Ing. Alexander Liehr (Institut für Werkstofftechnik/Metallische Werkstoffe, Universität Kassel), Herrn Dr. Tom Marr, Herrn Dipl.-Ing. Jan Romberg, Herrn Dr. Jens Freudenberger und Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Eckert (IFW Dresden), Herrn Dipl.-Ing. Christian Spieler, Herrn Dr.-Ing. Dominik Branke, Herrn Dipl.-Ing. Joseph Goldmann (Institut für Festkörpermechanik, TUD), Herrn Prof. Dr. Ralph Chill (Institut für Analysis, TUD), Frau Dr. Sarah Wagner (Institut für Botanik, TUD), sowie bei Herrn Bernd Müller, Herrn Dorn, Herrn Dipl.-Ing. Martin Siegel und Herrn Daniel Andris (Werkstatt, Fachrichtung Physik, TUD) und weiterhin bei Frau Dr. Irene Beyerlein (Los Alamos National Laboratory, USA), Herrn Dr. Kurt Erlacher, Herrn Kopaczynski und Herrn Dr. Bob Baoping He (R&D and Engineering, Bruker AXS) sowie Herrn Dr. Weimin Gan (Heinz Maier-Leibnitz



Zentrum, Technische Universität München) und Herrn Dr. Holm Geisler (Globalfoundries Dresden) ganz herzlich bedanken. Insbesondere empfand ich auch die freundliche Art und das einfache „danke“-Sagen von z.B. Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Eckert und Herrn Dr. Jens Freudenberger (IFW Dresden) innerhalb der Projektarbeit und vieler Kooperationen sowie die allmorgendliche (und sehr ansteckende) supergute Laune von Herrn Dorn als sehr angenehm und motivierend.

Für Unterstützung und Anregung in Sachen $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ bin ich besonders Herrn Dr. Jan Rudl (Institut für Mathematische Stochastik, TUD) sowie Herrn Dr. Herbert Weinhandl (Erich Schmid Institute of Materials Science, Leoben) sehr dankbar, wohingegen mir mit meinen (nicht einmal rudimentär vorhandenen) russischen Sprachkenntnissen Frau Dipl.-Math. Nadine Mogilner, Herr Dipl.-Phys. Paul Chekhonin und Herr Dipl.-Phys. Aurimas Pukėnas sehr zu Hilfe kamen.

Weiterhin möchte ich der Europäischen Union und dem Freistaat Sachsen für die finanzielle Unterstützung im Rahmen meines Stipendiums der International Graduate School des Exzellenz-Clusters ECEMP der Sächsischen Exzellenzinitiative sowie den Verantwortlichen ECEMP Projektpartnern und -leitern für erfolgreiche Kooperationen meinen Dank bekunden.

Am allermeisten danke ich jedoch meinen Freunden und meiner lieben Familie für ihre unbeschränkte, stete Unterstützung und Liebe, die ich in dieser, aber auch schon längst vergangener Zeit erhalten habe. Insbesondere meinen lieben Eltern, meinen lieben Kindern sowie meiner Liebsten bin ich zutiefst verbunden – und außerordentlich dankbar, dass es Euch für mich gibt!



Kurzfassung

Untersuchungsgegenstand der vorliegenden Arbeit war die Bestimmung lokaler Verteilungen von kristallografischer Textur und mechanischer (Eigen-)Spannungen in submikro-/nanokristallinen mehrphasigen Gradientenmaterialien. Hierfür wurden zum Einen experimentelle Methoden der zweidimensionalen RÖNTGENmikrobeugung verwendet sowie zum Anderen theoretische Berechnungen mittels analytischer und numerischer Modellierungsansätze angestellt.

Das Interesse an dem Material begründet sich auf der Tatsache, dass ultrafeinkörnige Materialien hinsichtlich ihrer mechanischen Eigenschaften (z.B. Festigkeit, Duktilität) für fortgeschrittene ingenieurtechnische Anwendungszwecke hervorzuheben sind. Desweiteren ermöglicht der Einsatz mehrphasiger Gradientenmaterialien gewissermaßen eine Maßfertigung bezüglich physikalischer Eigenschaften und damit eine Vielfalt an Verwendungspotentialen sowie eine Abstimmung der Materialeigenschaften auf die differentiellen Anforderungen in den Anwendungsfeldern. Diese Maßschneiderung bezieht sich sowohl auf den Gradierungsgrad als auch auf die spezielle Zusammensetzung der Kompositwerkstoffe aus den gewählten Ausgangsmaterialien.

Die, im Rahmen des Exzellenz-Clusters „European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden (ECEMP)“ der Sächsischen Exzellenzinitiative durchgeführte Arbeit zielte im Speziellen auf die Analyse eines speziell prozessierten, ultrafeinkörnigen Ti/Al Werkstoffverbundes, der Forschungsgegenstand des ECEMP-Teilprojektes „High strength metallic composites“ (HSMetComp) war und ist. Dabei waren Prozess sowie Material im Fokus der o.g. (indirekten) Untersuchungsmethoden, welche für diese Zwecke adaptiert und weiterentwickelt wurden.

Die Ergebnisse der experimentellen sowie theoretischen Untersuchungen konnten zu einem steigenden Verständnis des technologischen Prozesses sowie des Materialverhaltens beitragen und können somit u.A. auch für Hinweise hinsichtlich prozess- und/oder materialeitiger Optimierungen herangezogen werden. Insgesamt stellen sie einen Teil des, u.A. aus mechanischen und optischen Charakterisierungsmethoden gewonnenen Gesamtbildes dar. Weiterhin konnte insbesondere die experimentelle Methode der zweidimensionalen RÖNTGENmikrobeugung weiterentwickelt und für derartige Untersuchungsgegenstände als geeignet gezeigt werden.

Hierbei wurde im Speziellen sowohl lokal als auch hinsichtlich des Prozessierungsstatus Auflösung erzielt, um somit eine Abbildung zur Beziehung Prozess-Materialresponse zu erhalten. Die Bestimmung einer solchen, im ultrafeinkörnigen Verbundmaterial lokal aufgelösten Entwicklung (von z.B. Texturstärke, Eigenspannung) im Laufe des Umformprozesses wurde dabei experimentell realisiert und anhand der Berechnungsmodelle auch in Hinblick auf die, aus anderen Untersuchungen stammenden Informationen über Entwicklungen zu materialrelevanten Eigenschaften (wie etwa mechanisch, mikrostrukturell) interpretiert und korreliert. Diese Beziehungen wiederum sind (unabhängig von der Orientierung der vorliegenden Arbeit auf physikalischer Grundlagenforschungsebene) hinsicht-



Kurzfassung

lich perspektivischer Applikationen, z.B. im Bereich hochfester Leichtbaulösungen, von technischer Relevanz.





Inhaltsverzeichnis

Erklärung	v
Danksagung	vii
Kurzfassung	ix
Inhaltsverzeichnis	xi
Abbildungsverzeichnis	xvii
Tabellenverzeichnis	xxi
Abkürzungsverzeichnis	xxiii
1 Einführung	1
1.1 Motivation und Problemstellung	1
1.2 Rahmen, Inhalt und Ziel der Arbeit	3
2 Grundlagen	5
2.1 Kornfeinung durch starke plastische Verformung	5
2.1.1 Methoden der starken plastischen Verformung	5
2.1.2 Accumulative roll bonding (ARB)	6
2.1.3 Accumulative swaging and bundling (ASB)	6
2.2 Mechanische (Eigen-)Spannungen	7
2.2.1 Definition von Spannung, Spannungstensor	8
2.2.2 Spannungen in verschiedenen Referenzsystemen	10
2.2.3 Hauptspannungen im Hauptspannungssystem	10
2.3 Eigenspannungsanalyse mittels RÖNTGENbeugung	11
2.3.1 Grundlegende Gleichungen der RÖNTGENografischen Spannungs- analyse: RÖNTGENphysikalische und elastizitätstheoretische Grund- lagen	11





2.3.2	Konventionelle RÖNTGENografische Spannungsanalyse: Zur $\sin^2 \psi$ -Methode	14
2.3.3	Zweidimensionale RÖNTGENografische Spannungsanalyse	16
2.3.4	Anmerkung zur Auswertung des allgemeinen Spannungszustandes	19
2.4	Kristallografische Textur	20
2.4.1	Definition der Orientierung und der Textur	20
2.4.2	Definition der Orientierungsverteilungsfunktion	21
2.5	Texturanalyse mittels RÖNTGENbeugung	24
2.5.1	Polfiguranalyse	24
2.5.2	Berechnung der Orientierungsverteilungsfunktion	25
2.5.3	Zweidimensionale RÖNTGENografische Texturanalyse	26
3	Experimentelles	27
3.1	Material	27
3.1.1	Ti/Al Verbundmaterial	27
3.1.1.1	ASB Prozess des Ti/Al Verbundmaterials	27
3.1.1.2	ARB Prozess des Ti/Al Verbundmaterials	29
3.1.2	Weitere untersuchte Materialien	30
3.1.2.1	ASB Ti/Ti, Al, Ti/Mg	30
3.1.2.2	ED Ni-Fe	30
3.1.2.3	HPT Pd-Au	30
3.2	Probenpräparation, Messstrategie und verwendete PKS	31
3.2.1	Ti/Al Verbundmaterial	31
3.2.2	Ni-Fe	31
3.2.2.1	Probenpräparation für Rasterelektronenmikroskopie	31
3.2.2.2	Probenpräparation für (in situ) Spannungsanalyse	32
3.2.3	Pd-Au	33
3.3	Experimentelle Methoden	33
3.3.1	Neutronenbeugung	34
3.3.2	Synchrotronbeugung	35
3.3.3	Zum zweidimensionalen RÖNTGENmikrodiffraktometer Messsystem (XR μ D ²) für die lokale zweidimensionale RÖNTGENografische Textur- und Spannungsanalyse	36
3.3.3.1	Ausstattungs-elemente	36





3.3.3.2	Anwendungen, Besonderheiten und spezielle Merkmale . . .	37
3.3.4	Zweidimensionale Texturanalyse	40
3.3.4.1	Globale Texturanalyse mittels Neutronen-/Synchrotron- beugung	40
3.3.4.2	Lokale Texturanalyse mittels XR μ D ²	41
3.3.5	Zweidimensionale Spannungsanalyse	41
3.3.5.1	Lokale Spannungsanalyse mittels XR μ D ²	41
3.3.5.2	Lokale in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D ²	42
3.3.6	Mikrostruktur mittels Rasterelektronenmikroskopie	43
3.4	Mess- und Auswerteautomatisierung	43
4	Ergebnisse und Diskussion	45
4.1	Mikrostruktur des Ti/Al Verbundmaterials	45
4.1.1	Mikrostruktur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbunds	45
4.1.2	Mikrostruktur der ASB prozessierten Zustände Ti/Al 0-2	46
4.2	Textur des Ti/Al Verbundmaterials	47
4.2.1	Globaltextur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbunds	47
4.2.2	Lokaltextur der ASB prozessierten Zustände Ti/Al 0-2	49
4.2.2.1	Texturtyp	49
4.2.2.2	Texturgradienten	52
4.2.2.2.1	Al Texturgradient	53
4.2.2.2.1.1	Al Fasertextur	53
4.2.2.2.1.2	Al Referenzsystem	55
4.2.2.2.1.3	Übrige Al Texturkomponenten	56
4.2.2.2.2	Ti Texturgradient	59
4.2.2.2.2.1	Ti Fasertextur	59
4.2.2.2.2.2	Ti Referenzsystem	60
4.2.2.2.2.3	Übrige Ti Texturkomponenten	62
4.3	Mechanische Eigenspannungen des Ti/Al Verbundmaterials	64
4.3.1	Präliminarien	64
4.3.1.1	Vergleichsmessungen mittels cXRD und XR μ D ² Methoden	64
4.3.1.2	Lokale in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D ²	67
4.3.1.2.1	Lokale Phasenanalyse des Ni-Fe	67
4.3.1.2.2	Lokale Texturanalyse des Ni-Fe	68





4.3.1.2.3	Externe Lastbedingungen der lokalen in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D ²	69
4.3.1.2.4	Ergebnisse der lokalen in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D ²	71
4.3.1.2.4.1	Lastbedingungen parallel zur Achse \mathcal{S}_2	71
4.3.1.2.4.2	Lastbedingungen parallel zur Achse \mathcal{S}_1	72
4.3.1.2.5	Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Ni-Fe	73
4.3.2	Lokale Spannungsanalyse an Ti/Al 0-2 mittels XR μ D ²	75
4.3.2.1	Spannungsanalyse an Reflexen hoher 2θ Werte – zur Rückwärtsbeugung	75
4.3.2.2	Wahl der Peaklagen sowie Strategien zur Einzel- bzw. multiplen Peakauswertung	76
4.3.2.3	Lokale Spannungsgradienten in Ti/Al 0-2	77
4.3.2.3.1	Transformation in das der Symmetrie angepasste Koordinatensystem	77
4.3.2.3.2	Totalphasenspannungen in Al und Ti	78
4.3.2.3.3	Assessment der Ergebnisqualität	80
4.3.2.3.4	Abschätzung der σ^M und Korrelation mechanischer Eigenschaften	82
4.3.2.3.5	Scherspannungskomponenten	84
4.4	Simulationsergebnisse	85
4.4.1	Approximation der E-Modul Verbundwerte von ASB Ti/Al 0-2 mittels lokaler Textur	85
4.4.1.1	Modellbeschreibung	85
4.4.1.2	Interpretation	87
4.4.2	Textursimulation für Ti/Al 0	88
4.4.2.1	VPSC Formalismus	88
4.4.2.2	Modellspezifikationen	89
4.4.2.3	Al Simulationstextur	91
4.4.2.4	Ti Simulationstextur	95
4.4.3	Analytischer Ansatz zur Spannungsmodellierung für Ti/Al 0	105
4.4.3.1	Theoretischer Hintergrund und Motivation	105
4.4.3.2	Erweitertes Materialgesetz	106
4.4.3.3	Transformation in Zylinderkoordinaten	107





4.4.3.3.1	Kinematische Gleichungen für den Verzerrungstensor in Zylinderkoordinaten	107
4.4.3.3.2	Gleichgewichtsbedingungen für den Spannungstensor in Zylinderkoordinaten	109
4.4.3.4	Modellbeschreibung	109
4.4.3.5	Symmetrieansätze für den Verschiebungsvektor in Zylinderkoordinaten	110
4.4.3.5.1	Übersicht zu einer Auswahl von Symmetrieansätzen	110
4.4.3.5.2	Zum Lösungsschema	110
4.4.3.6	Analytische Lösungen ausgewählter Ansätze	112
4.4.3.6.1	Lösung für 2K	112
4.4.3.6.1.1	Allgemeine Lösung \vec{u} für 2K	112
4.4.3.6.1.2	Allgemeine Lösung $\sigma(\vec{u})$ für 2K	113
4.4.3.6.1.3	Spezielle Lösung $\sigma(\vec{u})$ für 2K	114
4.4.3.6.1.4	Numerisches Beispiel für die spezielle Lösung $\sigma(\vec{u})$ für 2K	115
4.4.3.6.2	Allgemeine Rotationssymmetrie: Zur allgemeinen Lösung \vec{u} für 9K	116
4.4.3.6.3	Lösung $u_z(r, z)$ für 6K	117
4.4.3.6.3.1	Analytische Methode	117
4.4.3.6.3.2	Visualisierung der Ergebnisse	118
4.4.3.6.3.3	Linearisierung der Lösung, Teil A	123
4.4.3.6.3.4	Linearisierung der Lösung, Teil B	125
4.4.3.7	Zusammenfassung der Spannungssimulationsergebnisse . .	126
5	Zusammenfassung und Ausblick	127
5.1	Ergebnisse der Texturanalyse	127
5.2	Ergebnisse der Spannungsanalyse	128
5.3	Offene Fragestellungen	130
5.4	Abschließende Bemerkungen	131
Literaturverzeichnis		133
	Liste eigener wissenschaftlicher Beiträge/Publicationen	153
Index		157







Abbildungsverzeichnis

1.1	Deutliche (und simultane) Steigerung der Festigkeit sowie Bruchdehnung durch SPD	2
2.1	Spezifische Festigkeit der Ti/Al Kompositdrähte im Vergleich zu kommerziell genutzten Al- und Ti-Legierungen	7
2.2	Definition der Spannungstensorkomponenten σ_{ij}	9
2.3	Zum Spannungsellipsoiden und zur Relation der Koordinatensysteme \mathcal{S} und \mathcal{H} : (a) Spannungsellipsoid, (b) Spannungsellipse der \mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2 -Ebene . . .	11
2.4	Schema der Eigenspannungsarten eines (a) homogenen (einphasigen) und eines (b) heterogenen (zweiphasigen) polykristallinen Werkstoffes	12
2.5	Zur Veranschaulichung der experimentellen Aufzeichnung der BRAGGSchen Beugung im Polykristall	14
2.6	RONTGENografisch ermittelte Dehnungen im Bezug zum (körperfesten) Probenkoordinatensystem \mathcal{S}	15
2.7	Schema zum Beugungskegel inkl. sämtlicher Achsen- und Winkelrelationen des LKS \mathcal{L} und PKS \mathcal{S} im verwendeten Diffraktometer des XR μ D ² Messsystems	17
2.8	Diffraktometerkonfiguration des XR μ D ² Messsystems	18
2.9	Zur Lagebeziehung zwischen Kristall(it)- und Probenkoordinatensystem, beschrieben anhand der EULERwinkel gemäß BUNGE-Notation	21
2.10	Zur Polfigurdarstellung als stereografische Projektion der Orientierungsverteilung	22
2.11	Zur im 3D EULERRaum, anhand der drei EULERwinkel φ_1 , Φ und φ_2 definierten kristallografischen Orientierung g	23
3.1	ASB Prozessschema	27
3.2	ARB Prozessschema	29
3.3	Messpfad-Positionen auf den Querschnitten der Ti/Al 0-2 Kompositdrähte	32
3.4	Proben des UFK ED Ni-5at.%Fe: (a) Randbereich der ED Ni-5at.%Fe Platte, (b) präparierte Zug/Druck-Probe für (in situ) XR μ D ² -sa Experimente .	33
3.5	Prinzip der Neutronen-/Synchrotronbeugung in Transmission	34
3.6	XR μ D ² Messsystem mit bezeichneten Ausstattungselementen	37





3.7	Mittels XRD ² aufgezeichnetes 2D Frame bei Messung der Al Phase im Zentrum von Ti/Al 0 mit einer Frame-Messzeit von $t = 30$ s in einem (a) niederen ($\alpha_D = 40^\circ$) bzw. (b) höheren Winkelmessbereich ($\alpha_D = 80^\circ$) inkl. der respektiven, mittels γ -Integration erstellten XRDg	38
3.8	Zur Abschätzung des Defokussierungsmaßes für einen Messbereich von ca. $(\omega, \psi) = (7..100^\circ, 0..60^\circ)$: (a) $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ Werte, (b) Histogramm zur Häufigkeitsverteilung der $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ Werte	39
3.9	Für Ti Textur Ergebnisse genutzte hexagonale Konvention	40
3.10	Lokale in situ XRD ² -sa am XRD ² Messsystem	42
4.1	Mikrostruktur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbundmaterials	45
4.2	Al und Ti Mikrostruktur des Verformungszustandes Ti/Al 2: Zur Übersicht von der Mesostruktur (a) bis zur Mikrostruktur in verschiedenen Vergrößerungsskalen (b), (c) und (d)	46
4.3	Entwicklung der mittleren Korngröße der Ti/Al 0-2 Drähte	47
4.4	Globaltextur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbundmaterials	48
4.5	ODF-Repräsentation der Al und Ti Lokaltextrur des Ti/Al 0 Drahtes	49
4.6	INVPF der Lokaltextrur des Ti/Al 0 Drahtes	50
4.7	Schlüsselfigur zur Identifikation der Al Texturkomponenten inkl. der Lagebeziehung der beiden Referenzsysteme	51
4.8	Schlüsselfigur zur Identifikation der Ti Texturkomponenten	51
4.9	Entwicklung der ODF im EULERRaum mit zunehmender Verformung der Ti-Al 0-2 Drähte	52
4.10	Gradient der Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur der Ti/Al 0-2 Drähte: Gradient der integrierten Fasermaximalwerte	53
4.11	Gradient der Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur der Ti/Al 0-2 Drähte: Gradient der ODF Volumenanteile	54
4.12	Gradient der Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur des Al 0 Drahtes im Vergleich zu jenem der Ti/Al 0-2 Drähte: Gradient der integrierten Fasermaximalwerte	55
4.13	Radialer ODF Gradient der Al Phase für die verschiedenen Verformungszustände: (a) Ti/Al 0, (b) Ti/Al 1, (c) Ti/Al 2	57
4.14	Schema zur Evolution der Schmiegunng S mit zunehmendem Umformgrad η während des ASB Umformprozesses	58
4.15	Gradient der Ti Textur der Ti/Al 0-2 Drähte: Gradient der integrierten Fasermaximalwerte für die Fasertexturen Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ und Ti $\langle 0001 \rangle$	59
4.16	Gradient der Ti Textur der Ti/Ti 0-2 Drähte: Gradient der integrierten Fasermaximalwerte für die Fasertexturen Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ und Ti $\langle 0001 \rangle$	60





4.17 Radialer ODF Gradient der Ti Phase für die verschiedenen Verformungszustände: (a) Ti/Al 0, (b) Ti/Al 1, (c) Ti/Al 2	63
4.18 Gemessene $2\theta_{(\phi',\psi')}^{(333/511)}$ -Verschiebung mittels $\sin^2\psi$ -Methode	64
4.19 Ergebnisse der $\sin^2\psi$ - und XRD ² -Methode im Vergleich	65
4.20 EDX-Spektrum des UFK ED Ni-5at.%Fe	68
4.21 XRDg des UFK ED Ni-5at.%Fe, gemessen mittels des XRD ² -Systems	69
4.22 Repräsentatives EBSD Mapping des UFK ED Ni-5at.%Fe	70
4.23 Textur des UFK ED Ni-5at.%Fe: INVPF in GD aus (a) der XRD ² -ta bzw. aus (b) EBSD Messungen	71
4.24 Lokale in situ, bei Belastungsrichtung parallel zur Achse \mathcal{S}_2 bestimmte (a) Spannungskomponenten sowie (b) lineare Regression der experimentellen Werte der Spannungskomponente σ_{22}	71
4.25 Lokale in situ, bei Belastungsrichtung parallel zur Achse \mathcal{S}_1 bestimmte (a) Spannungskomponenten sowie (b) lineare Regression der experimentellen Werte der Spannungskomponente σ_{11}	72
4.26 Spannungs-Dehnungs-Diagramm (a) mittels lokaler in situ XRD ² -sa bzw. (b) der mittels MTS ermittelten Lastspannung	73
4.27 XRDg der (a) Al bzw. (b) Ti Phase, gemessen mittels des XRD ² -Systems	75
4.28 Exemplarisches Ergebnis der Al (420) Indizierung: Beugungskegelschnitte des Ti/Al 0 Drahtes für drei verschiedene ψ -Kippwinkel inkl. der Indizierungspunkte der $2\theta^{(420)}$ Auswertungsprozedur	76
4.29 Zylindrische Spannungstensoranteile am Ausschnitt einer Probenhülle im Bezug zum Probenkoordinatensystem \mathcal{S}	77
4.30 Gradient der lokalen Radialspannungskomponente $\sigma_{rr}^\alpha(r)$ der Ti/Al 0-2	78
4.31 Gradient der lokalen Tangentialspannungskomponente $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha(r)$ der Ti/Al 0-2	78
4.32 Gradient der lokalen Axialspannungskomponente $\sigma_{zz}^\alpha(r)$ des Ti/Al 0	79
4.33 Trend von ν^{Al} und σ_{rr}^{I} mit zunehmender Verformung	82
4.34 Zur Orientierungsverteilung der Spannungsellipsoiden in Ti/Al 0-2	83
4.35 Berechnete sowie gemessene E-Modul Verbundwerte Y als Funktion des Volumenanteils ν^{Al} der Al Phase	87
4.36 VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 nach (4.17): Tendenz für die Variation von $a = 0.0$ bis -1.0 in $\Delta a = 0.1$ Dekrementen	92
4.37 VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 nach (4.18): Tendenz für die Variation von $e = 0.1$ bis 1.0 in $\Delta e = 0.1$ Inkrementen	93
4.38 VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 nach (4.18): Tendenz für die Variation von $d = 0.1$ bis 1.0 in $\Delta d = 0.1$ Inkrementen	94





4.39	VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 sowie einer zunächst regellosen Textur im Vergleich nach (4.17): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsinkrementen; Fortsetzung in Abbildung 4.40	96
4.40	VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 sowie einer zunächst regellosen Textur im Vergleich nach (4.17): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsinkrementen; Fortsetzung von Abbildung 4.39	97
4.41	VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 nach (4.19): Tendenz für die Variation von $a = 0.0$ bis -1.0 in $\Delta a = 0.1$ Dekrementen	99
4.42	VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 nach (4.19): Tendenz für die Variation von $e = 0.0$ bis 1.0 in $\Delta e = 0.1$ Inkrementen	100
4.43	VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 nach (4.19): Tendenz für die Variation von $d = 0.0$ bis 1.0 in $\Delta d = 0.1$ Inkrementen	101
4.44	VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 sowie einer zunächst regellosen Textur im Vergleich nach (4.19): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsinkrementen; Fortsetzung in Abbildung 4.45	102
4.45	VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 sowie einer zunächst regellosen Textur im Vergleich nach (4.19): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsinkrementen; Fortsetzung von Abbildung 4.44	103
4.46	Ergebnis $\sigma(\vec{u})$ der Spannungssimulation für Symmetrieansatz 2K	116
4.47	Gesamtlösungen (a) $\hat{u}_z(r, z)$ und (b) $\check{u}_z(r, z)$	119
4.48	Modifizierte Lösung $\check{u}_z(r, z)$ bei Verwendung von 100 Summanden in der Reihenapproximation, jedoch unterschiedlicher Präzision (Stellengenauigkeit) in der Berechnung: (a) <i>Digits</i> = 10, (b) <i>Digits</i> = 20	120
4.49	Partiallösung $\hat{u}_{z,I}$: (a) Reihenapproximation mit 50 Summanden, (b) Variation der nächsten 150 Summanden	120
4.50	Partiallösung $\hat{u}_{z,II}$: (a) Reihenapproximation mit 50 Summanden, (b) Variation der nächsten 150 Summanden	121
4.51	Partiallösung $u_{z,III}$	121
4.52	Partiallösung $u_{z,III}$: Variation der nächsten 25 Summanden in der Reihenapproximation für (a) $r \in [r_a/2, r_a]$ bzw. (b) $r \in [0, r_a/2]$	122
4.53	Partiallösungen von $\check{u}_z(r, z)$: (a) bilineare Funktion $\check{u}_{z,b}$, (b) zusätzliche Partiallösung $\check{u}_z - u_{z,III}$ nach (4.54)	122
4.54	Partiallösung $\check{u}_z - u_{z,III}$ von $\check{u}_z(r, z)$: Variation der nächsten (a) 50 Summanden, bzw. (b) 150 Summanden	123
5.1	Fließspannung σ_Y und E-Modul Y als Funktion der Dichte ρ	130
5.2	Anisotropie des E-Moduls Y für eine Auswahl von fcc ((a) Al, (b) Cu) und hcp ((c) Ti, (d) Zn) Metallen	132





Tabellenverzeichnis

1	Angaben zum Urheberrecht (Copyright Notice) bei der Verwendung bereits publizierter Grafiken und Tabellen	vi
2.1	Auswahl verschiedener <i>bottom-up</i> und <i>top-down</i> Methoden und Verfahren .	5
3.1	Details zum Verformungsprozess laut Maschinendatenblatt	28
4.1	Ergebnisse der EDX-Analyse an UFK ED Ni-5at.%Fe	67
4.2	Verwendete Parameter zur lokalen in situ XR μ D ² -sa an Ni	70
4.3	Makrospannungskomponenten der Ti/Al 0-2 Drahnte	82
4.4	Ergebnisse der E-Modul Verbundwerte des Ti/Al 0 Drahtes	86
4.5	VPSC Textursimulationsparameter der Gleitsystemfamilien	98
4.6	Verwendete Materialkonstanten zur Spannungssimulation	110
4.7	Übersicht zu einer Auswahl betrachteter Symmetrieansätze für $\vec{u}(r, \varphi, z)$. .	111





Abkürzungsverzeichnis

Verwendete Abkürzungen

Die unten angegebenen im Text verwendeten Abkürzungen und Formelzeichen sollen dem Leser das schnelle Nachschlagen ermöglichen. Dabei sei hingewiesen auf die häufige Benutzung von Abkürzungen, die sich aus den englischen Begriffen ableiten. Da die Fachliteratur vor Allem diese verwendet, soll auch damit eine effizientere Recherche realisiert werden.

0D	nulldimensional
1D	eindimensional
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
4D	vierdimensional
ADC	<i>arbitrarily defined cells</i>
Al	Aluminium
ARB	<i>accumulative roll bonding</i> (akkumuliertes Walzen/Walzplattieren)
ASB	<i>accumulative swaging and bundling</i> (akkumuliertes Rundkneten)
Au	Gold
BC	<i>boundary condition</i> (Randbedingung)
BMBF	Bundesministerium für Bildung und Forschung
BSE	<i>backscattered electron</i> (Rückstreuelektron)
BVP	<i>boundary value problem</i> (Randwertproblem)
BWS	<i>biaxial with shear</i>
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
C	Kohlenstoff
ca.	circa



- CAS** Computeralgebrasystem
- cXRD** *conventional X-ray diffraction* (konventionelle RÖNTGENbeugung)
- cXRD-sa** *conventional X-ray diffraction stress analysis* (konventionelle RÖNTGENografische Spannungsanalyse)
- cXRD-ta** konventionelle RÖNTGENografische Texturanalyse (*conventional X-ray diffraction texture analysis*)
- d.h.** das heißt
- DEC** *diffraction elastic constant* (auch: RÖNTGENografische Elastizitätskonstante, *X-ray elastic constant*)
- DESY** Deutsches Elektronen-Synchrotron in der HELMHOLTZ-Gemeinschaft
- EBS** *electron backscatter diffraction* (Rückstreuelektronenbeugung)
- ECAE** *equal channel angular extrusion*
- ECAP** *equal channel angular pressing*
- ECEMP** *European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden*
- ED** *electro-deposition* (Elektrolytische Deposition)
- EDX** *energy dispersive X-ray spectrometry* (energie dispersive RÖNTGENspektrometrie)
- EFA** *effective field approximation* (effektive Feldapproximation)
- EFRE** Europäischer Fonds für regionale Entwicklung
- E-Modul** Elastizitätsmodul (*YOUNG's modulus*)
- etc.** et cetera
- fcc** *face-centered cubic* (kubisch flächenzentriert)
- Fe** Eisen
- FEM** Finite Elemente Methode (*finite element analysis*)
- fil.c.** *filament centre* (Filamentzentrum)
- FK** feinkörnig
- FRM II** Forschungs-Neutronenquelle Heinz Maier-Leibnitz
- FWHM** *full width at half maximum* (Halbwertsbreite)
- GADDS** *General Area Detector Diffraction System*
- GD** *growth direction* (Wachstumsrichtung)



- GG** Gleichgewicht
- ggf.** gegebenenfalls
- GK** grobkörnig
- HasyLab** Hamburger Synchrotronstrahlungslabor
- HAT** Hauptachsentransformation
- hcp** *hexagonal close packed* (hexagonal dichteste Packung)
- HPT** *high pressure torsion*
- HSMetComp** *High Strength Metallic Composites* (Feine Körnung, fester Werkstoff)
- i.A.** im Allgemeinen
- iBC** *inhomogeneous boundary condition* (inhomogene Randbedingung)
- iBVP** *inhomogeneous boundary value problem* (inhomogenes Randwertproblem)
- IFW** Institut für Festkörper- und Werkstoffforschung Dresden (*Leibniz Institute for Solid State and Materials Research Dresden*)
- IGC** *inert gas condensation* (Inertgas-Kondensation)
- IMT** Institut für Werkstofftechnik/Metallische Werkstoffe (*Institute of Materials Technology*) der Universität Kassel
- inkl.** inklusive
- ICDD** *International Centre for Diffraction Data* (ICDD)
- INVPF** inverse Polfigur (*inverse pole figure*)
- ISP** Institut für Strukturphysik (*Institute of Structural Physics*)
- KG** Korngröße
- KKS** Kristall(it)koordinatensystem
- KS** Koordinatensystem
- l.u.** linear unabhängig
- Lit.qu.** Literaturquelle
- LPA** Linienprofilanalyse (*peak profile analysis*)
- LKS** Labor(koordinaten)system
- max.** maximal
- MEC** *mechanical elastic constant* (mechanische Elastizitätskonstante)



- MEK** mechanische Elastizitätskonstante (*mechanical elastic constant*)
- mrd** *multiples of a random distribution* (Vielfache der regellosen Orientierungsverteilung)
- MTS** *Material Testing System*
- MU** Messunsicherheit (*measurement uncertainty*)
- Ni** Nickel
- NK** nanokristallin
- O** Sauerstoff
- o.B.d.A.** ohne Beschränkung der Allgemeinheit (*without loss of generality* (w.l.o.g.))
- o.g.** oben genannt
- ODE** *ordinary differential equation* (gewöhnliche Differentialgleichung)
- ODF** *orientation distribution function* (Orientierungsverteilungsfunktion)
- OM** Optische Mikroskopie
- ONB** Orthonormalbasis
- PDE** *partial differential equation* (partielle Differentialgleichung)
- PF** Polfigur
- PKS** Probenkoordinatensystem
- Pd** Palladium
- QTA** quantitative Texturanalyse (*quantitative texture analysis*)
- REM** Rasterelektronenmikroskopie bzw. Rasterelektronenmikroskop (*scanning electron microscopy* bzw. *scanning electron microscope*)
- REK** RÖNTGENografische Elastizitätskonstante (auch: *X-ray elastic constant, diffraction elastic constant*)
- RS** *residual stress* (Eigenspannung)
- s.** siehe
- SEM** *scanning electron microscopy* bzw. *scanning electron microscope* (Rasterelektronenmikroskopie bzw. Rasterelektronenmikroskope)
- SFE** Stapelfehlerenergie (*stacking fault energy*)
- SLAM** *Scripting Lexical Analyzer and Monitor*
- SGO** *single grain orientation* (Einzel(korn)orientierung)



- sog.** so genannt
- SpA** Spannungsanalyse
- SPD** *severe plastic deformation* (starke plastische Verformung)
- TA** Texturanalyse (*texture analysis*)
- Ti** Titan
- Ti/Al** N Ti/Al Verbundwerkstoff des N -ten Deformationsschrittes, $N = 0, 1, 2, \dots$
- TU** Technische Universität
- TUD** Technische Universität Dresden
- TUM** Technische Universität München
- UFK** ultrafeinkörnig
- UTS** Zugfestigkeit (*ultimate tensile strength*)
- u.A.** unter Anderem
- u.g.** unten genannt
- vgl.** vergleiche
- VPSC** viskoplastisch selbstkonsistent (*viscoplastic self consistent*)
- vs.** versus
- wg.** wegen
- XEC** *X-ray elastic constant* (auch: RÖNTGENografische Elastizitätskonstante, *diffraction elastic constant*)
- XRD** *X-ray diffraction* (RÖNTGENbeugung)
- XRD-sa** *X-ray diffraction stress analysis* (RÖNTGENografische Spannungsanalyse)
- XRD-ta** *X-ray diffraction texture analysis* (RÖNTGENografische Texturanalyse)
- XRD²** *two-dimensional X-ray diffraction* (zweidimensionale RÖNTGENbeugung)
- XRD²-sa** *two-dimensional X-ray diffraction stress analysis* (zweidimensionale RÖNTGENografische Spannungsanalyse)
- XRD²-ta** *two-dimensional X-ray diffraction texture analysis* (zweidimensionale RÖNTGENografische Texturanalyse)
- XRDg** *X-ray diffractogram* (RÖNTGENDiffraktogramm)
- z.B.** zum Beispiel



XR μ D² *two-dimensional X-ray microdiffraction (system)* (zweidimensionale RÖNTGENmikrodiffraktometrie bzw. zweidimensionales RÖNTGENmikrodiffraktometer)

XR μ D²-sa *two-dimensional X-ray microdiffraction stress analysis* (RÖNTGENografische Spannungsanalyse mittels zweidimensionaler RÖNTGENmikrodiffraktometrie)

XR μ D²-ta *two-dimensional X-ray microdiffraction texture analysis* (RÖNTGENografische Texturanalyse mittels zweidimensionaler RÖNTGENmikrodiffraktometrie)



Verwendete Formelzeichen

σ_y	Fließspannung (<i>yield stress</i>)
d	(mittlere) Korngröße
σ_0	Initialspannung der Versetzungsbewegung („Reibungsspannung“)
k	HALL-PETCH-Konstante
ρ	Massendichte
$\boldsymbol{\sigma}$	(mechanische) Spannung, (mechanischer) Spannungstensor
σ_{ij}	Spannungstensorkomponente
\mathcal{S}	Probenkoordinatensystem
\mathcal{S}_i	Probenkoordinatensystemrichtung
$\Delta \vec{F}$	externe Kraft
$\Delta \vec{A}$	Flächenelement (des Betrags ΔA)
\vec{t}	Spannungsvektor
t_i	Spannungsvektorkomponenten
\vec{n}	Flächennormaleneinheitsvektors
\vec{r}	Ortsvektor
r	Radius, radiale Position, Betrag $r := \vec{r} $
$(\vec{e}_i)_{i=1,2,3}$	Orthonormalbasis bezüglich des Koordinatensystems $(\mathcal{S}_i)_{i=1,2,3}$
$(\vec{e}_i)_{i=1,2,3}$	Orthonormalbasis bezüglich des Koordinatensystems $(\mathcal{L}_i)_{i=1,2,3}$
\mathcal{L}	Laborkoordinatensystem
\mathcal{L}_i	Laborkoordinatensystemrichtung
$\boldsymbol{\sigma}^{\mathcal{S}}$	Spannungstensor bezüglich des Koordinatensystems \mathcal{S}
t_{ii}	Transformationskoeffizienten
σ_I	erste Hauptspannung
σ_{II}	zweite Hauptspannung
σ_{III}	dritte Hauptspannung
\mathcal{H}	Hauptspannungssystem
\mathcal{H}_i	Achsen des Hauptspannungssystems (auch: Hauptspannungsachsen)
$\boldsymbol{\sigma}^A$	(externe) Lastspannung (<i>applied stress</i>)
$\boldsymbol{\sigma}^{RS}$	(interne) Eigenspannung (<i>residual stress</i>)
$\boldsymbol{\sigma}^{RS,I}$	Eigenspannung erster Art
$\boldsymbol{\sigma}^{RS,II}$	Eigenspannung zweiter Art
$\boldsymbol{\sigma}^{RS,III}$	Eigenspannung dritter Art
Ω^I	(makroskopische) Probenvolumen
Ω^{II}	(mikroskopisches) Probenvolumen
Ω^{III}	(nanoskopisches) Probenvolumen
$\boldsymbol{\sigma}^\alpha$	Totalphasenspannung der Phase α
α, β	(kristalline) Phasen
V^α	Phasenvolumen der Phase α
V	(Gesamt-)Volumen, Probenvolumen
ν^α	Phasenvolumenanteil der Phase α
$\boldsymbol{\sigma}^M$	Makrospannung
$\theta^{(hkl)}$	BRAGGWinkel
λ	Wellenlänge (z.B. der verwendeten RÖNTGENstrahlung)
$d^{(hkl)}$	Gitterkonstante einer kristallografischen Gitternetzebene



(hkl)	MILLERSche Indizes einer kristallografischen Gitternetzebene
$\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$	in Messrichtung (ϕ', ψ') vorliegende Gitterdeformationdehnungen einer kristallografischen Gitternetzebene
(ϕ', ψ')	Messrichtung (in Kugelkoordinaten) der konventionellen RÖNTGENOGRAFISCHEN Spannungsanalyse (Definition der Probenorientierung bzgl. \mathcal{L})
$d_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$	in Messrichtung (ϕ', ψ') vorliegender Gitterabstand einer kristallografischen Gitternetzebene
$d_0^{(hkl)}$	spannungsfreie Gitterkonstante einer kristallografischen Gitternetzebene
$\theta_0^{(hkl)}$	spannungsfreier BRAGGWinkel
\mathbf{C}	Elastizitätstensor (auch: HOOKEscher Tensor, <i>elasticity tensor</i> , <i>stiffness tensor</i>)
C_{ijkl}	Elastizitätstensorkomponenten
ε	Dehnungstensor
$\varepsilon_{ij}^{(hkl), \mathcal{S}}$	Dehnungstensorkomponenten für eine kristallografische Gitternetzebene in Bezug auf \mathcal{S}
$\vec{h}^{(\phi', \psi'), \mathcal{S}}$	(sphärischer) Einheits(hilfs)vektors in Richtung (ϕ', ψ') bzgl. \mathcal{S}
$h_i^{(\phi', \psi'), \mathcal{S}}$	Komponenten von $\vec{h}^{(\phi', \psi'), \mathcal{S}}$
$S_1^{(hkl)}, 1/2 S_2^{(hkl)}$	RÖNTGENOGRAFISCHE Elastizitätskonstanten (REK; auch DEC, XEC)
$\sigma_{(\phi')}^{\mathcal{S}}$	(skalare) Planarspannung entlang der Richtung $(\phi', \psi' = 90^\circ)$
D	Detektor(-Proben)-Abstand
α_D	Detektorposition(swinkel) bzgl. \mathcal{L}
(ω, ϕ, ψ)	Messrichtung (in Kugelkoordinaten) der zweidimensionalen RÖNTGENOGRAFISCHEN Spannungsanalyse (Definition der Probenorientierung bzgl. \mathcal{L})
ω	(mathematisch) positiver Rotationswinkel um die vertikale Achse \mathcal{L}_3 der EULERwiege des Diffraktometers (Abbildung 2.7 bzw. 2.8)
ϕ	(mathematisch) negativer Rotationswinkel um die Probennormalenrichtung \mathcal{S}_3 (Abbildung 2.7 bzw. 2.8)
ψ	(mathematisch) negativer Rotationswinkel um eine in der \mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2 -Ebene liegende (durch ω bestimmte) Achse (Abbildung 2.7 bzw. 2.8)
γ	Azimalwinkel des Beugungskegel(rande)s (Abbildung 2.7)
$\varepsilon_{(\omega, \phi, \psi, \gamma)}^{(hkl)}$	in Messrichtung (ω, ϕ, ψ) vorliegende Gitterdeformationdehnungen
$\theta_{(\omega, \phi, \psi, \gamma)}^{(hkl)}$	BRAGGWinkel mit allgemeinen Abhängigkeiten
$\vec{h}_{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}}$	Beugungsvektors in Bezug auf \mathcal{S}
$I(2\theta)$	(messbare) Intensität (des Beugungsbildes)
$p(2\theta)$	PEARSON VII Funktion
W	Profilbreite der Profilfüße der PEARSON VII Funktion
M	Abklingverhalten der Profilfüße der PEARSON VII Funktion
$I_{K_{\alpha_1}}$	Intensität des K_{α_1} Peaks
$2\theta_{0, K_{\alpha_1}}$	Winkelposition des K_{α_1} Peaks
$C_{K_{\alpha}}$	Konstante (typischerweise 0.5) des Intensitätsverhältnisses des K_{α} -



	Doublets
δ_{K_α}	(Winkel-)Separation des K_α -Doublets
σ_{rr}^α	Radialspannungs(tensor)komponente der Phase α
σ_{zz}^α	Axialspannungs(tensor)komponente der Phase α
g	kristallografische Orientierung
$\varphi_1, \Phi, \varphi_2$	erster, zweiter und dritter EULERwinkel (vgl. Abbildung 2.9) (Definition der Kristall(it)orientierung g bzgl. \mathcal{S})
φ_1	(mathematisch) positiver Rotationswinkel um die Probennormalenrichtung \mathcal{S}_3 (Abbildung 2.9)
φ_2	(mathematisch) positiver Rotationswinkel um die Kristall(it)-achse \mathcal{K}_3 (Abbildung 2.9)
Φ	(mathematisch) positiver Rotationswinkel um eine in der \mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2 -Ebene liegende (durch φ_1 bestimmte) Achse (Abbildung 2.9)
\mathcal{K}	Kristall(it)koordinatensystem
\mathcal{K}_i	Kristall(it)koordinatensystemrichtung
$\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}$	Polfigurwinkel (bzgl. \mathcal{S})
$f(g)$	ODF
dg	räumliches Winkelement
dV	Volumenanteil/-element
$I_{(hkl)}$	(messbare) Intensität (des Beugungsbildes) einer kristallografischen Gitternetzebene
$K_{(hkl)}$	Skalierungsfaktor der Polfiguranalyse einer kristallografischen Gitternetzebene
$P_{(hkl)}$	(nicht normierte) Polfigur-Dichtefunktion einer kristallografischen Gitternetzebene
$\hat{P}_{(hkl)}$	(normierte) Polfigur-Dichtefunktion einer kristallografischen Gitternetzebene
χ	Rotationswinkel um feste kristallografische Richtung
$\langle hkl \rangle, \langle hkil \rangle$	kristallografische Richtung (kubisch, hexagonal)
$\eta_{\text{Ti/Al } N}$	wahre Dehnung (Umformgrad) des Deformationszustandes Ti/Al N , $N = 0, 1, 2, \dots$
A_i	initiale Querschnittsfläche
A_f	verformte Querschnittsfläche
γ_{HPT}	wahre akkumulierte (Scher-)dehnung (<i>true accumulated shear strain</i>) des HPT Verfahrens
Θ_{HPT}	HPT Drillwinkel (in $^\circ$)
h_{HPT}	HPT Probendicke
B_{sp}	spektrale Brillianz
ΔN_{ph}	Anzahl der Photonen
t	Zeit
A	Fläche
$\Delta\Omega$	Raumwinkel
$ \Delta E/E $	Bandbreite (Energiebereich)
$ \Delta\lambda/\lambda $	Bandbreite (Wellenlängenbereich)
E	Energie
h_{pl}	PLANCKSches Wirkungsquantum



ν_{Ph}	Frequenz der Photonen
c	Lichtgeschwindigkeit
x, y, z	kartesische Ortskoordinaten
Cu-K $_{\alpha}$	charakteristische Linie des RÖNTGENstrahlungsspektrums von Cu
Cu-K $_{\alpha_1}$, Cu-K $_{\alpha_2}$	Teilprofile von Cu-K $_{\alpha}$
ω_0	Winkelstellung für ω für (zur Probenoberfläche) senkrechten Strahleneinfall
$A_{\text{def}}(\omega, \psi)$	Flächenverzerrungsfaktor
(RD, TD, ND)	Koordinatensystem zur Darstellung von Walztexturen (RD = <i>rolling direction</i> , Walzrichtung; TD = <i>transverse direction</i> , Transversalrichtung; ND = <i>normal direction</i> , Normalenrichtung)
$\{hkl\}\langle uvw \rangle$	Notation Idealtextrurkomponente (Ebene $\{hkl\}$, Richtung $\langle uvw \rangle$)
$\langle f(g) \rangle$	integrierter Fasermaximalwert
S	Schmiegung (der Werkzeuge an das Werkstück)
r_{WS}	Werkstückradius
r_{WZ}	Werkzeugradius
γ_{SFE}	Stapelfehlerenergie
\tilde{N}'_{hkl}	Anzahl der zur Beugung beitragenden Kristall(it)e
\tilde{N}	Gesamtanzahl der Kristall(it)e im bestrahlten makroskopischen Volumen- bzw. Flächenelement
H_{hkl}	Multiplizität
$\tilde{\beta}_h$	horizontale Divergenz
h_z	Höhe des Detektorfensters
R	Goniometermessradius
F	Kraft (uniaxiale Zuglast)
A_0	Initialfläche
Y	(globaler) E-Modul (YOUNG's <i>modulus</i>)
Y_{MTS}	mittels MTS bestimmter E-Modul
$Y_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}$	anhand lokaler in situ XR μD^2 -sa Ergebnisse bestimmter E-Modul
κ	Anstieg der linearen Korrelation (4.5a)
ξ	Anstieg der linearen Korrelation (4.5b)
$K(\sigma_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}^A)$	Korrekturfunktion
$\mathcal{Z} := (r, \varphi, z)$	Zylinderkoordinatensystem
$\sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{zz}$	radiale, tangentielle, axiale Spannungs(tensor)komponente
\mathbf{T}	Transformationsmatrix
\mathbf{T}^T	(transponierte) Transformationsmatrix
$\sigma_{\varphi\varphi}^{\alpha}$	Tangentialspannungs(tensor)komponente der Phase α
Q_{α}	der Phase α zugehörige Integrations(flächen)bereich
$Y^{\text{Ti}/\text{Al N}}$	(zug)experimentell ermittelter E-Modul Verbundwert für Ti/Al N (N = 0, 1, 2)
$Y_{\text{calc}}^{\text{Ti}/\text{Al N}}$	berechneter E-Modul Verbundwert für Ti/Al N (N = 0, 1, 2)
$Y_{\text{calc, P}}^{\text{Ti}/\text{Al N}}$	berechneter E-Modul Verbundwert für Ti/Al N (N = 0, 1, 2) – obere Schranke („Parallelschaltung“)
$Y_{\text{Al}}^{\text{Ti}/\text{Al N}}$	(berechneter) Al Phasen E-Modulwert für Ti/Al N (N = 0, 1, 2)
$Y_{\text{Ti}}^{\text{Ti}/\text{Al } n}$	(berechneter) Ti Phasen E-Modulwert für Ti/Al n ($n = 0, 1, 2$)



$Y_{\langle hkl \rangle}^{\text{Ti/Al } 0}$	richtungsabhängiger Einkristallwert (kubisch) für Ti/Al 0
$Y_{\langle hkil \rangle}^{\text{Ti/Al } 0}$	richtungsabhängiger Einkristallwert (hexagonal) für Ti/Al 0
$\nu^{\langle 111 \rangle}, \nu^{\langle 100 \rangle}$	ODF (Faser-)Volumenanteile der Al Fasertexturen
$\nu^{\langle 10\bar{1}0 \rangle}$	ODF (Faser-)Volumenanteile der Ti Fasertextur
$R_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } 0}, R_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } 0}$	E-modul-Beitrag aus den Texturre residuen für Ti/Al 0
$Y_{\text{Al/Al } 0}, Y_{\text{Ti/Ti } 0}$	E-Modulwerte der einphasigen Materialien
S_{ijkl}	Komponenten des Nachgiebigkeitstensors (<i>compliance tensor</i>)
$C_{\gamma\delta}$	elastische Steifigkeits(matrix)werte ($\gamma, \delta = 1, 2, \dots, 6$)
$S_{\gamma\delta}$	elastische Nachgiebigkeits(matrix)werte ($\gamma, \delta = 1, 2, \dots, 6$)
$Y_{\text{calc, S}}^{\text{Ti/Al } N}$	berechneter E-Modul Verbundwert für Ti/Al N ($N = 0, 1, 2$) – untere Schranke („Seriellschaltung“)
$\nu^{\text{Al, Ti/Al } n}$	Al Phasenvolumenanteil für Ti/Al n ($n = 0, 1, 2$)
s	Gleitsystem
\mathcal{F}	Gleitsystemfamilie
$\tau^{s, \mathcal{F}}$	kritische Schubspannung (<i>(critical) resolved shear stress</i>)
$\tau_0^{\mathcal{F}}$	Referenzspannung (<i>reference stress (level)</i>)
$\dot{\gamma}^{s, \mathcal{F}}$	Abgleitgeschwindigkeit (<i>resolved shear strain rate, also: slip rate</i>)
$\dot{\gamma}_0$	Referenzabgleitgeschwindigkeit
m	Index der Dehnratenempfindlichkeit (<i>strain rate sensitivity (index)</i>)
Γ^{sgg}	Interaktionstensor
ς^g	deviatorischer Spannungstensor des Korns (der Orientierung) g
$\dot{\mathbf{d}}^g$	assoziierter Dehnungsratentensor des Korns (der Orientierung) g
ς	makroskopisches Pendant zu ς^g
$\dot{\mathbf{d}}$	makroskopisches Pendant zu $\dot{\mathbf{d}}^g$
A^s	makroskopischer Sekantenmodulus (<i>macroscopic secant modulus</i>)
n^{eff}	Parameter zur Wahl der Linearisierungsprozedur
$L^{(r, \varphi, z)}$	(vor)gegebener Geschwindigkeitsgradiententensor (<i>imposed velocity gradient tensor</i>) bzgl. KS $\mathcal{Z} \equiv (r, \varphi, z)$
$L_{ij}^{(r, \varphi, z)}$	Komponenten von $L^{(r, \varphi, z)}$
a, b, c, d, e	(VPSC Textur-)Simulationsparameter
$L^{(x, y, z)}$	(vor)gegebener Geschwindigkeitsgradiententensor bzgl. KS (x, y, z)
Δ	inkrementelle Auflösung der Simulation
$c_{\text{hcp}}/a_{\text{hcp}}$	Verhältnis der hexagonalen Kristallgitterkonstanten
\vec{u}	Verschiebungs(vektor)feld
u_i	Komponenten des Verschiebungs(vektor)feldes
\vec{f}	externe Belastung(sdicthe)
$(\cdot)_{,i} := \frac{\partial}{\partial i}(\cdot)$	(symbolische) Abkürzung der partiellen Ableitung im Tensorkalkül
$\vec{\nabla}$	Vektordifferentialoperator (Nabla)
K	Kompressionsmodul
G	Schubmodul
ε^{th}	(vorgegebene) thermische Dehnung
ε^{pl}	(vorgegebene) plastische Deformation
δ_{ij}	KRONECKERSYMBOL
ε^{T}	spannungsfreie Dehnung
ΔT	Temperaturdifferenz



α^{th}	thermischer Ausdehnungskoeffizient
$\mathcal{F}_i(\cdot)$	spezielle Funktion nach (4.25)
$(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$	Orthonormalbasis bezgl. KS $\mathcal{Z} \equiv (r, \varphi, z)$
u_r, u_φ, u_z	Komponenten von \vec{u} bezgl. KS $\mathcal{Z} \equiv (r, \varphi, z)$
\vec{U}	Tensors 1. Stufe (z.B. Vektor der mathematischen Koordinaten \check{U}_λ)
\vec{U}	Tensors 1. Stufe (z.B. Vektor der physikalischen Koordinaten U_λ)
\check{U}_λ	kovariante Komponenten von \vec{U}
\check{U}^λ	kontravariante Komponenten von \vec{U}
$\check{U}_\lambda _\mu$	kovariante Ableitung von \vec{U}
$\Gamma_{\lambda\mu}^e$	CHRISTOFFELsymbol
$\check{\epsilon}_{\lambda\mu}$	mathematische Koordinaten des Dehnungstensors
\check{u}_λ	mathematische Koordinaten des Verschiebungs(vektor)feldes
\mathbf{g}	metrischer (Fundamental-)Tensor
$g_{\lambda\mu}$	Komponenten des metrischen (Fundamental-)Tensors
$\check{\sigma}^{\lambda\mu}$	kontravariante Komponenten des Tensors 2. Stufe $\check{\sigma}$
$\check{\sigma}^{\lambda\mu} _\lambda$	kovariante Ableitung von $\check{\sigma}$
$\overline{D}_{r_a,L}$	räumlicher Bereich des Ti/Al 0 Zylinders (Abschluss von $D_{r_a,L}$)
r_a	Außenradius des Ti/Al 0 Zylinders
L	Länge des Ti/Al 0 Zylinders
r_m	Innenradius der inneren Phase (Al) des Ti/Al 0 Zylinders
$\text{rot } \vec{u}$	Rotation von \vec{u}
$\text{Ink } \epsilon$	Inkompatibilitätstensor von ϵ
$(\cdot)' := \frac{\partial}{\partial r}(\cdot)$	(symbolische) Abkürzung der partiellen Ableitung nach r
$(\cdot) := \frac{\partial}{\partial z}(\cdot)$	(symbolische) Abkürzung der partiellen Ableitung nach z
$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$	Freiheitsgrade der Lösung (4.42a)-(4.42c)
r_0	Dimensionsparameter
$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$	Freiheitsgrade der Lösung (4.43a)-(4.43f)
$D_{r_a,L}$	(innerer) räumlicher Bereich des Ti/Al 0 Zylinders
$\Phi_1(z)$	(allgemeine) Funktion der entsprechenden axialen Abhängigkeit
$\Psi_0(r), \Psi_1(r)$	(allgemeine) Funktionen der entsprechenden radialen Abhängigkeit
$R(r), Z(z)$	Funktionen der entsprechenden (radialen bzw. axialen) Abhängigkeit
$u_{z,i}(r, z)$	Partiallösungen (mit $i = \text{I, II, III}$) von $u_z(r, z)$
$\hat{u}_z(r, z)$	(Gesamt-)Lösung (im Fall linearer iBC)
$\check{u}_z(r, z)$	modifizierte (Gesamt-)Lösung (im Fall linearer iBC)
$\check{u}_{z,b}(r, z)$	bilineare Funktion der modifizierten (Gesamt-)Lösung $\check{u}_z(r, z)$
$\tilde{u}_z(r, z)$	weiterer Lösungsanteil der modifizierten (Gesamt-)Lösung $\check{u}_z(r, z)$
$\hat{\Psi}_{1a}$	(messbarer) Anstieg der linearen Funktion $\Psi_1(r)$
$\hat{\Psi}_{10}$	(messbarer) Ordinatenabschnitt der linearen Funktion $\Psi_1(r)$
$\hat{\Phi}_{1L}$	(messbarer) Anstieg der linearen Funktion $\Phi_1(r)$
$\hat{\Phi}_{10}$	(messbarer) Ordinatenabschnitt der linearen Funktion $\Phi_1(r)$
$\hat{u}_{z,\text{I}}(r, z)$	1. Partiallösung von $\hat{u}_z(r, z)$ (für Abschnitte 4.4.3.6.3.1–4.4.3.6.3.3 sowie 4.4.3.6.3.4)
$\hat{u}_{z,\text{II}}(r, z)$	2. Partiallösung von $\hat{u}_z(r, z)$ (für Abschnitte 4.4.3.6.3.1–4.4.3.6.3.3)





$u_{z,\text{III}}(r, z)$	3. Partiaillösung von $\hat{u}_z(r, z)$, sowie von $u_z(r, z)$ (für Abschnitte 4.4.3.6.3.1–4.4.3.6.3.3)
z_0	Entwicklungspunkt der TAYLOR-Entwicklung von $\check{u}_z(r, z)$
I_0	eine der sog. modifizierten BESSELFunktionen
L_0	STRUVEfunktion
$\check{\check{R}}_1(r, z), \check{\check{R}}_2(r, z)$	Residualterme in (4.58)
$\mathcal{O}(\cdot)$	LANDAU-Symbol
$u_{z,\text{II}}(r, z)$	2. Partiaillösungen von $\hat{u}_z(r, z)$, sowie von $u_z(r, z)$ (für Abschnitt 4.4.3.6.3.4)
$\hat{\check{R}}$	Residualterm in (4.65)





1. Einführung

1.1 Motivation und Problemstellung

Die stetige Effizienzsteigerung gehört zu den wesentlichsten Anwendungszielen der Forschung im Allgemeinen, und der Forschung an neuen Werkstoffen im Speziellen. Erhöhung der Materialfestigkeit bei gleichzeitigem Bemühen, das entsprechende Gewicht (und damit Dichte) klein oder wenigstens in vernünftiger Größenordnung zu halten, bezeichnet eine sehr konkrete Umsetzung der o.g. Zielsetzung und entspricht in Hinblick auf Ressourcenschonung und Nachhaltigkeit den heute wichtigen Bestrebungen auf allen gesellschaftlichen Ebenen, wie etwa auch auf der politischen. So sind beispielsweise neben diversen internationalen Initiativen (z.B. [10–13]) allein in Deutschland zahlreiche Ministerien in deutsche Forschungsinitiativen des Bundes zu diesem Kontext eingebunden; u.A. z.B. die sog. “MatRessource“-Förderinitiative [14, 15] des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF), welche bereits seit November 2010 läuft. Eine weitere Ebene ist jene der Wirtschaft, welche häufig eng mit der Wissenschaft verknüpft, sowohl in großindustriellem Umfang, als auch in kleinen und mittleren Unternehmen in interdisziplinären Forschungs- und Innovationsvorhaben Lösungen zu relevanten Problemen aus diesem thematisch vielschichtigen Umfeld zu erarbeiten sucht und diese zum Teil in ingenieurtechnische Disziplinen wie z.B. jene des Leichtbaus manifestiert.

Zur Begegnung der sich ergebenden Herausforderungen jener industriellen Bedürfnisse nach komplexen Materialien, eingesetzt in fortschrittlichen Applikationen, erweist sich die Klasse der Mehrkomponentenwerkstoffe als vielversprechender Kandidat in Hinblick auf Werkstoffeffizienz, Innovationspotential und ökonomische Machbarkeit – insbesondere in den Zukunftsfeldern Energie- und Umwelttechnik sowie Leichtbau. BMBF-Schätzungen zufolge, hängen etwa 70 % aller technischen Neuerungen von derart maßgeschneiderten Materialien direkt oder indirekt ab [16]. Weiterhin zeigen Werkstoffe, neben einer Vielzahl möglicher anderer festigkeitssteigernder Mechanismen wie Mischkristallhärtung, Teilchenhärtung, Kaltverfestigung, etc. (vgl. z.B. [17, 18]), auf die jedoch in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen werden soll, durch die sog. Feinkornhärtung [17–19] mit geringer mittlerer Korngröße (KG) d entsprechend der HALL-PETCH Beziehung [20, 21]

$$\sigma_y = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}} \quad (1.1)$$

herausragende (mechanische) Eigenschaften, inkl. hoher Fließspannung σ_y und/oder guter Duktilität (vgl. **Abbildung 1.1**) [1, 22, 23]. Hierbei haben σ_0 und k die Bedeutung von Materialkonstanten. Insbesondere ultrafeinkörnige (UFK) bzw. nanokristalline (NK) Werkstoffe haben – seit etwa 1984 nach GLEITERS Erkenntnis [24] über den Unterschied der Eigenschaften jener im Vergleich zu konventionell grobkörnigen (GK) – viel Aufmerk-



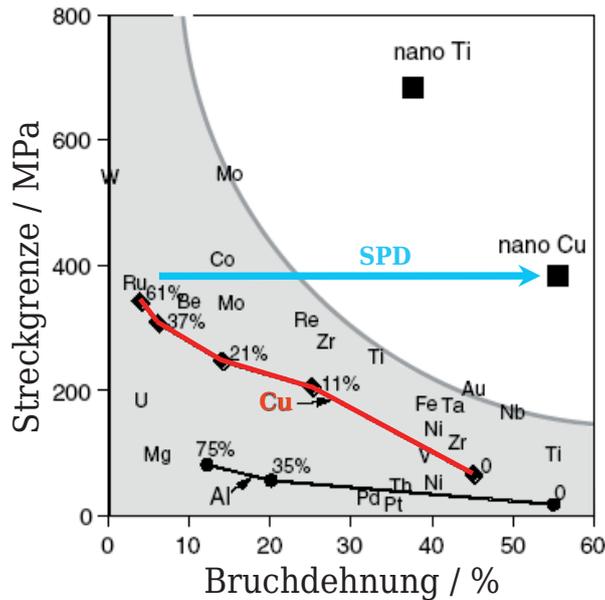


Abbildung 1.1: Deutliche (und simultane) Steigerung der Festigkeit sowie Bruchdehnung SPD prozessierter, im Vergleich zu konventionell GK bzw. kaltgewalzten Materialien; nach [1]

samkeit in der aktuellen Forschung erzeugt.¹ So sind besonders mechanische Eigenschaften dieser UFK Werkstoffe interessant für fortgeschrittene ingenieurtechnische Anwendungen, z.B. in den Industriefeldern der Automobil-, Luft-, Raum- und Schifffahrt sowie der Medizin [27, 28].

Bezüglich der beiden gegensätzlichen Ansätze *bottom-up* bzw. *top-down* [29, 30] wurden zahlreiche Prozesse zur Herstellung solcher o.g. hochentwickelter Werkstoffe untersucht. Dabei zählen geringe Volumenerzeugungsraten und beschränkte Probandimensionen allerdings zu den primären Nachteilen des erstgenannten Ansatzes, der z.B. die Verfahren *inert gas condensation* (IGC) oder *electro-deposition* (ED) beinhaltet [31]. Im Gegensatz dazu erweisen sich *top-down*-Methoden wie z.B. der Klasse der sog. starken plastischen Verformungen (SPD) als vorteilhaft in Bezug auf deren Kosteneffizienz und Potential zur Produktion von Bulkmaterial in größerem Ausmaß [29]. Letzteres soll auch in dieser Arbeit Gegenstand sein. Heutzutage gehören zu den etablierten SPD Prozessen u.A. das sog. *equal channel angular pressing* (ECAP)² [23, 32–35], das *high pressure torsion* (HPT) [36, 37] und das *accumulative roll bonding* (ARB) [38, 39], wobei Letzteres vielleicht hinsichtlich industrieller Bedürfnisse und des Implementationsaufwandes aufgrund der bereits bestehenden Infrastruktur im Moment das vielversprechendste SPD Verfahren darstellt. Entsprechend nicht verwunderlich, ist der ARB Prozess im letzten Jahrzehnt gründlich analysiert und verbessert worden; so z.B. in [6, 27, 40–51].

Ein alternativer SPD Prozess namens *accumulative swaging and bundling* (ASB) – in deutschen Publikationen anlehnd an das sog. Rundkneten (*rotary swaging*) (vgl. [52]) auch als solches, bzw. genauer als akkumuliertes Rundkneten bezeichnet [53] – wurde kürzlich

¹Dabei werden in dieser Arbeit die Bezeichnungen ultrafeinkörnig (UFK) bzw. nanokristallin (NK) gemäß der Konvention $100\text{ nm} < d < 1\text{ }\mu\text{m}$ bzw. $d < 100\text{ nm}$ benutzt. Wie in der Literatur üblich, wird UFK synonym zu submikrokristallin verwendet [25, 26].

²auch oft als *equal channel angular extrusion* (ECAE) bezeichnet



eingeführt [54, 55] und eignet sich z.B. zur Prozessierung von UFK Ti/Al Kompositdrähten für strukturelle Applikationen. Dieser (Umform-)Prozess ähnelt einer *bundling and drawing* („Bündeln und Ziehen“)-Technik, die zuerst in [56] erschien, und wurde adaptiert und modifiziert durch verschiedene Forschungsgruppen, z.B. [57–61].

1.2 Rahmen, Inhalt und Ziel der Arbeit

Im Rahmen des Exzellenz-Clusters *European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden* (ECEMP) [16, 62] der Sächsischen Exzellenzinitiative behandelt die vorliegende Arbeit die Analyse eines ASB-prozessierten UFK Ti/Al Werkstoffverbundes, der Forschungsgegenstand des ECEMP-Teilprojektes *High Strength Metallic Composites* (HSMetComp) ist. Letzteres befasst sich mit der Entwicklung innovativer hochfester UFK Werkstoffe für Leichtbauanwendungen insbesondere durch Ausnutzung des Zusammenhangs (1.1) [2, 6, 47]. Dabei befindet sich diese Arbeit auf der Seite der Grundlagenforschung in der in ECEMP projektierten Wertschöpfungskette „Vom Atom zum komplexen Bauteil“ [16, 62] und soll einen Beitrag zur tiefen Charakterisierung dieses neuartigen Mehrkomponentenwerkstoffs und ASB Verfahrens, und somit zum besseren Verstehen der physikalischen Grundlagen leisten.

Zu der o.g. Analyse gehören neben den experimentellen Untersuchungen der Mikrostruktur und der mechanischen Eigenschaften, die bereits in anderen Arbeiten wie z.B. [5, 53, 54] schwerpunktmäßig durchgeführt wurden, auch jene der kristallografischen Textur und mechanischen Spannung. Nach einer Darstellung der Grundlagen zu den untersuchten SPD Umformverfahren, verwendeten Begrifflichkeiten und analytischen Methoden in **Kapitel 2** inkl. des aktuellen Stands der Technik, geht **Kapitel 3** ausführlicher auf experimentelle Details hinsichtlich Material (Prozessierung, Präparation, etc.) und insbesondere Messanalytik ein, bevor in **Kapitel 4** Ergebnisse dargestellt und diskutiert, und schließlich in **Kapitel 5** resümiert werden.

Insbesondere wird die Textur- und Spannungsentwicklung des ASB Werkstoffverbundes als Funktion von sowohl (i) Verformungsgrad als auch (ii) Position im Drahtquerschnitt diskutiert. Mit Hinblick auf diese Korrelationen werden Schlussfolgerungen auf die Natur des ASB Prozesses gezogen, welche die Entwicklung der Mikrostruktur [5, 53, 54], der mechanischen Eigenschaften und die Konsequenz für Texturbildung [63, 64] und Spannungsentwicklung einschließen. Hierfür wird die experimentelle Textur- und Spannungsanalyse (vgl. u.A. **Abschnitt 4.2** und respektive **Abschnitt 4.3**), welche mittels eines innovativen Messsystems (vgl. u.A. **Abschnitt 3.3.3**) – installiert und finanziert im Rahmen des o.g. Forschungsprojektes mit Mitteln des Europäischen Fonds für regionale Entwicklung (EFRE) im Rahmen des Exzellenz-Clusters ECEMP der Sächsischen Exzellenzinitiative – durchgeführt wurde, durch analytische Betrachtungen und numerische Simulationen (vgl. u.A. **Abschnitt 4.4**) komplettiert.







2. Grundlagen

DIE in diesem Kapitel zusammengetragenen Grundlagen wurden insbesondere anhand der Lehrbücher [3,65,66] für die Bereiche der RÖNTGENphysik, RÖNTGENografischen Textur- und Spannungsanalyse sowie der Elastizitätstheorie anhand [67–72] erarbeitet. Weiterhin fanden u.A. Überblicksartikel und grundlegende Werke wie [4, 73–76] Verwendung. Einige Inhalte dieses Kapitels sind zudem bereits in eigenen Publikationen [7, 8] erschienen.

Nach kurzer Übersicht zu heutzutage etablierten SPD Methoden inkl. der Darstellung der im Rahmen dieser Arbeit betrachteten SPD Methoden (**Abschnitt 2.1**) werden theoretische und praktische Aspekte der Grundlagen zu mechanischen (Eigen-)Spannungen bzw. kristallografischer Textur im Allgemeinen (**Abschnitte 2.2** bzw. **2.4**) sowie im Speziellen hinsichtlich der angewandten Analysemethoden (**Abschnitte 2.3** bzw. **2.5**) beleuchtet.

2.1 Kornfeinung durch starke plastische Verformung

2.1.1 Methoden der starken plastischen Verformung

Um ein entsprechend **Abschnitt 1.1** günstiges mikrostrukturiertes Material herzustellen, gibt es eine Reihe von Verfahren, die u.A. durch Kornfeinung eine nach (1.1) resultierende Materialfestigkeitssteigerung erzielen. Diese Methoden lassen sich bezüglich ihres Sythesansatzes wie o.g. klassifizieren, wobei ein Überblick z.B. in [31, 77] gefunden werden kann. Die beispielhafte Auswahl in **Tabelle 2.1** stellt die gebräuchlichsten Verfahren zusammen. Neben den in [29] und in **Abschnitt 1.1** bereits erwähnten, haben *top-down*

Tabelle 2.1: Auswahl verschiedener *bottom-up* und *top-down* Methoden und Verfahren [78]

<i>bottom-up</i>	<i>top-down</i> SPD
<i>inert gas condensation</i>	<i>ball milling</i>
<i>electro-deposition</i>	<i>equal channel angular pressing</i>
<i>sputtering</i>	<i>cyclic extrusion and compression</i>
<i>laser ablation</i>	<i>high pressure torsion</i>
<i>chemical processing</i>	<i>accumulative roll bonding</i>

(gegenüber den *bottom-up*) Methoden der Klasse der SPD weitere essentielle Vorteile für die Verfahrensumsetzung wie z.B. die (ungefähre) Invarianz der Probengeometrie (gegenüber der initialen) im Laufe der Verformung. Dadurch lassen sich Verformungsprozesse



mehrfach durchführen, Verformung akkumulieren, womit Kornfeinung realisiert und die Übertragung in die verarbeitende Industrie generell ermöglicht wird.

Die Kornfeinung selbst resultiert dabei aus der Akkumulation von den durch starke plastische Verformung erzeugten Versetzungen, die sich zunächst in Versetzungsstrukturen anordnen, und bei weiterer Verformung über die Bildung von Subkorn Grenzen zu neuen Korn Grenzen, und somit zur Kornfeinung führen (vgl. u.A. [79,80]). Die damit verbundene Erhöhung der Anzahl interner Grenzflächen wirkt als Verminderung neuer Versetzungsbebewegungen und steigert somit die spezifische Festigkeit des Materials bei gleichzeitig guter Duktilität.

2.1.2 Accumulative roll bonding (ARB)

Eine der o.g. Methoden, die bereits industriellen Erfordernissen gerecht wird, ist die des ARB, welche zuerst in [38, 39] publiziert wurde. Wie in **Abschnitt 1.1** beschrieben, wurden im letzten Jahrzehnt sowohl der ARB Prozess als auch die ARB prozessierten Werkstoffe grundlegend untersucht und verbessert, so z.B. in Bezug auf Mikrostruktur- und Texturentwicklung [27, 40–45]. Weiterhin wurde und wird das Verfahren auf komplexere Materialkomposite angewandt, so dass etwa Mehrkomponentensysteme wie z.B. in [6, 46–51] herstellbar sind.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden lokale Textur- und Spannungsverteilungen respektive mehrerer Lagen verschiedener Verformungszustände der ARB Ti/Al Kompositbleche bestimmt, auf die an anderer Stelle [81] genauer eingegangen werden soll.

2.1.3 Accumulative swaging and bundling (ASB)

Ein relativ neuer, dem ARB in gewisser Weise artverwandter SPD Prozess namens ASB wurde entwickelt, um ebenfalls innovative Mehrkomponentensysteme mit geeigneter Mikrostruktur und entsprechend verbesserten mechanischen Eigenschaften bei anderer Bauteilgeometrie und ebenfalls mit dem Fokus auf Leichtbau herzustellen [54, 55]. Mittels dieses Prozesses können Stangen und Drähte mit hoher spezifischer Festigkeit [2, 5, 54] (**Abbildung 2.1**)¹ dank der sich einstellenden UFK Mikrostruktur und Wechselwirkung zwischen den Komponenten [82] der Ti/Al Kompositdrähte prozessiert werden, die für z.B. konstruktive Leichtbaulösungen interessant sind. Weiterhin besteht in einem leicht erweiterten Verfahren die Möglichkeit, intermetallische Werkstoffe herzustellen [83]. Detaillierte Ausführungen u.A. zur Materialauswahl, -prozessierung sowie zur Analyse von Material und Prozess finden sich insbesondere auch in [53].

Die Analyse der lokalen Textur- und Spannungsverteilung verschiedener Verformungszustände der ASB Ti/Al Kompositdrähte ist ein Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit und soll in den folgenden **Abschnitten** zunächst grundlagenseitig vorbereitet und in späteren **Kapiteln** ausführlich experimentell sowie theoretisch anhand der gewählten Durchführung und entstandener Ergebnisse dargelegt werden.

¹Aufgetragen ist hierzu beispielsweise die (massen)spezifische Zugfestigkeit, d.h. die Zugfestigkeit (*ultimate tensile strength* (UTS)) als Funktion der Massendichte ρ

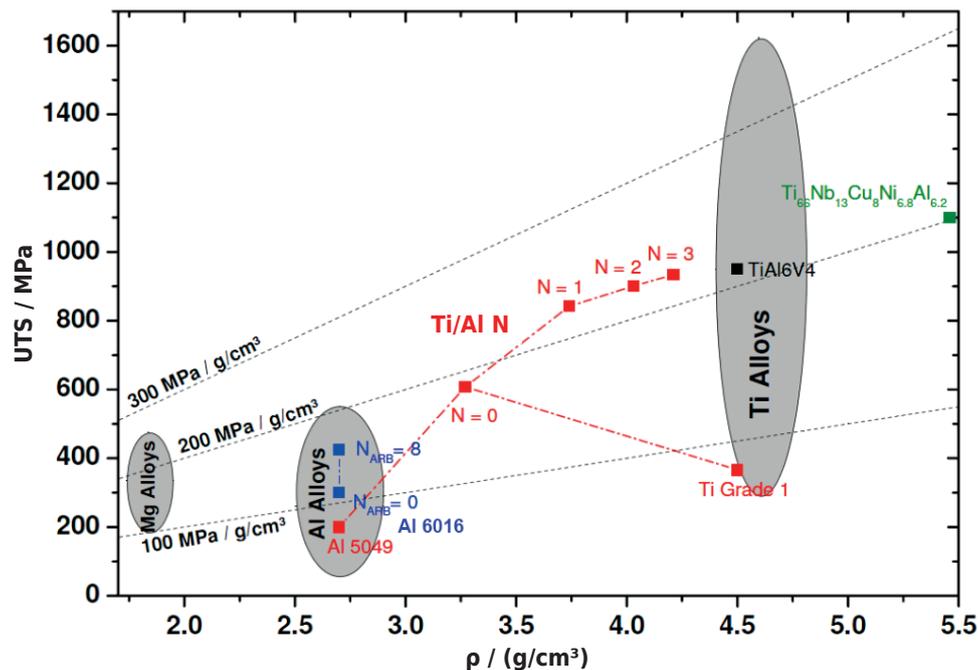


Abbildung 2.1: Spezifische Festigkeit der Ti/Al Drähte im Vergleich zu kommerziell genutzten Al- und Ti-Legierungen und einer weiteren Ti-basierten Legierung des Forschungsprojektes; nach [2]

2.2 Mechanische (Eigen-)Spannungen

Ein wichtiges Interesse der Grundlagen- und Materialforschung sowie anderer angrenzender Wissenschaftsbereiche ist die Analyse mechanischer Spannungen eines Werkstoffes, insbesondere jene der internen Spannungen – auch Eigenspannungen (*residual stress* (RS)) genannt – aufgrund deren Allgegenwart² und Einfluss auf mechanische und allgemein physikalische Eigenschaften. Spannung, verstanden als Maß für die Deformationskraft angewandt auf einen Festkörper pro Einheitsfläche [65], macht deutlich, dass eine entsprechende Spannungsanalyse (SpA)³ insbesondere für die Modellbildung von Materialverhalten unter spezifischen Belastungszuständen sowie bei der Entwicklung von Prognosen für reales Versagensverhalten bedeutende Beiträge liefern kann.

Nicht verwunderlich, hat die SpA bereits eine ziemlich lange wissenschaftliche Geschichte⁴ und es gibt heutzutage eine ganze Reihe von Methoden und Techniken zur experimentellen Bestimmung mechanischer Spannungen, z.B. mechanische, optische, magnetische,

²„Eigenspannungsfreie Bauteile sind eine Abstraktion.“ [84]: 8

³An dieser Stelle sei der Anmerkung erlaubt, dass in der Literatur oft anstelle von z.B. SpA etwa von „Spannungsmessungen“ etc. gesprochen wird. Das „(experimentelle) Messen“ von (mechanischen) Spannungen ist allerdings per definitionem ein irreführender Terminus, da hierbei keine klare Differenzierung zwischen eigentlicher Mess- und Rechengröße erfolgt. In der vorliegenden Arbeit wird aus diesem Grund etwa der Terminus der „(experimentellen) Bestimmung“ einer Spannung verwendet; allerdings ist ein gewisser Rest an begrifflicher Unschärfe bei der Arbeit mit der Literatur nicht auszuschließen und sei entsprechend in diesem Kontext verstanden.

⁴Erste bewusste Behandlung von Spannungen und Dehnungen reichen sogar bis 200 B.C. zurück [65], während die heutige Bedeutung erst um 1900 mit der CAUCHYSchen Definition von Spannung (vgl. **Abschnitt 2.2.1**) herausgearbeitet wurde [85].

akustische, nuklear-physikalische sowie Beugungsverfahren [65, 85–89]. Besonders Letztere besitzen u.A. den großen Vorteil einer zerstörungsfreien Analysemöglichkeit und dienen daher momentan als die am Häufigsten angewandten Methoden zur SpA [4]. Dank technischer Innovationen des letzten Jahrzehntes haben diese Verfahren essentielle apparative Veränderungen und Verbesserungen erfahren, besonders in Bezug auf Strahlungsquellen und Detektorsysteme. Damit einher ging die Entwicklung neuer Methoden z.B. im Bereich der RÖNTGENografischen Spannungsanalyse (*X-ray diffraction stress analysis* (XRD-sa)), d.h. der SpA auf Basis der RÖNTGENbeugung (*X-ray diffraction* (XRD)): So wurde z.B. die zweidimensionale (2D) RÖNTGENografische SpA (*two-dimensional X-ray diffraction stress analysis* (XRD²-sa)) mittels 2D RÖNTGENbeugung (*two-dimensional X-ray diffraction* (XRD²)) entwickelt [3, 90, 91], welche in der vorliegenden Arbeit in einem 2D RÖNTGENmikrodiffraktometer (XR μ D²) im Laborformat (*lab-scale*) als *two-dimensional X-ray microdiffraction stress analysis* (XR μ D²-sa) umgesetzt worden ist.

Bevor auf die neuartige Analysemethode genauer eingegangen werden kann (vgl. z.B. **Abschnitt 2.3.3**), sollen zunächst zum besseren Verständnis und des Überblicks wg. essentielle Grundlagen der Elastizitätstheorie (**Abschnitte 2.2.1, 2.2.2, 2.3.1**), der RÖNTGENphysik (**Abschnitt 2.3.1**) sowie der sog. konventionellen Röntgenografischen Spannungsanalyse (*conventional X-ray diffraction stress analysis* (cXRD-sa), vgl. **Abschnitt 2.3.2**) als spezielle Anwendung der konventionellen RÖNTGENbeugung (*conventional X-ray diffraction* (cXRD)) kurz zusammengetragen werden.

2.2.1 Definition von Spannung, Spannungstensor

Betrachtet man verschiedene Bereiche der Physik bzw. der Kontinuumsmechanik, die entsprechend für unterschiedliche Anwendungsgebiete, Strukturniveaus etc. gelten und Aussagen treffen, jedoch auch gemeinsame Gültigkeitsbereiche teilen, wird schnell klar, dass die Begrifflichkeit der (mechanischen) Spannung bzw. des Spannungstensor vielschichtig ist und es für einen korrekten Bezug genauer Ansage bedarf, welcher dieser Termini im Folgenden Gegenstand sein soll. Angesichts des Anwendungsgebietes der vorliegenden Arbeit im Bereich der RÖNTGENphysik, soll hier ausschließlich der CAUCHYSche Spannungs(tensor)begriff der klassischen Physik behandelt werden (vgl. z.B. [67, 71, 92]).

Im Allgemeinen wird der physikalische Begriff der mechanischen Spannung, auf ein Volumenelement wirkend, mittels des mathematischen Konstruktes des CAUCHYSchen Spannungstensor $\sigma := (\sigma_{ij})_{i,j=1,2,3}$ abgebildet. Als solcher können dessen Komponenten σ_{ij} bzgl. eines gewählten äußeren Koordinatensystem (KS) (vgl. **Abschnitt 2.2.2**), z.B. bzgl. des Probenkoordinatensystem (PKS) $\mathcal{S} := (\mathcal{S}_i)_{i=1,2,3}$ expliziert werden. Dabei ist σ ein Tensor zweiter Stufe mit neun Spannungstensorkomponenten σ_{ij} (**Abbildung 2.2**). Jedes σ_{ij} bezeichnet eine skalare Spannung, welche klassisch definiert die Intensität der internen Kraft darstellt, die sich als Balance gegenüber der externen Kraft $\Delta \vec{F}$ einstellt. $\Delta \vec{F}$ wirkt dabei auf ein kleines Flächenelement $\Delta \vec{A}$ des Betrages $\Delta A := |\Delta \vec{A}|$, so dass ein Spannungsvektor \vec{t} durch [71]

$$\vec{t} := \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta A} \quad (2.1)$$

definiert werden kann, dessen Betrag einer der o.g. skalaren Spannungen (entsprechend der Richtung von $\Delta \vec{F}$) entspricht. Wie üblich bei vektoriellen Größen kann $\Delta \vec{F}$ weiter-

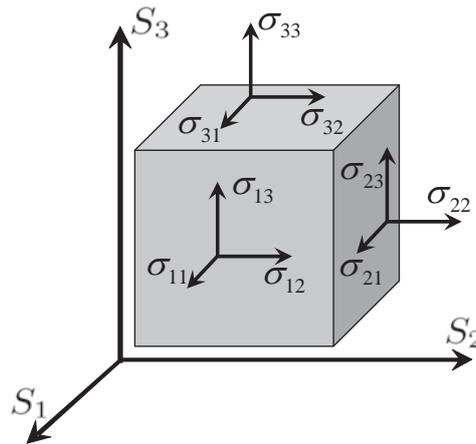


Abbildung 2.2: Definition der Spannungstensorkomponenten σ_{ij} an einem Volumenelement; vgl. auch [67,71]

hin bzgl. $\Delta \vec{A}$ in einen parallelen bzw. orthogonalen (normalen) Anteil zerlegt werden, der dann entsprechend (2.1) einer Scher- bzw. Normalspannung entspricht. Für Letztere kann noch zwischen Zug- bzw. Drucknormalspannung unterschieden werden, wenn sich z.B. unter dem o.g. Flächenelement $\Delta \vec{A}$ eine der in **Abbildung 2.2** dargestellten Seitenflächen mit entsprechend nach Außen gerichteter Orientierung vorgestellt wird: Man spricht dann im Falle eines positiven Betrages der Spannung, also einer gleichartigen Orientierung gemäß $\vec{t} \uparrow \Delta \vec{A}$, von einer sog. Zugspannung und bei gegensätzlicher Situation, d.h. falls $\vec{t} \downarrow \Delta \vec{A}$ (negative Spannung) von einer Druckspannung. Außerdem werden in der Technik im Falle von eindimensionalen (1D) Belastungszuständen häufig die Begriffe der Ingenieurspannung bzw. wahren Spannung verwendet, die sich darauf beziehen, ob bei der Berechnung der Spannung für ΔA eine konstante (Ausgangs-) oder eine sich während der Verformung ändernde Größe berücksichtigt wird.

Die hier verwendete, an [71] angelehnte Nomenklatur der Indizes der skalaren Spannungskomponenten σ_{ij} identifiziert die (skalare) Spannung, welche auf die Fläche gemäß i (Richtung \mathcal{S}_i des PKS bzw. des Flächennormaleneinheitsvektors \vec{n} in **Abbildung 2.2**) in die Richtung \mathcal{S}_j der Spannungstensorkomponente wirkt, d.h. entsprechend der (auch als Definition für σ verwendbaren) Beziehung

$$\vec{t} \equiv \vec{t}(\vec{r}, \vec{n}) = \sigma(\vec{r}) \cdot \vec{n} \tag{2.2a}$$

bzw.

$$t_i \equiv t_i(\vec{r}, \vec{n}) = \sigma_{ij}(\vec{r}) n_j \tag{2.2b}$$

zwischen \vec{t} und σ gilt [71]. Zur Veranschaulichung dieses Sachverhaltes dient **Abbildung 2.2**. In (2.2a) und in dessen entsprechender Komponentenform (2.2b) ist zudem schon darauf hingewiesen, dass sowohl \vec{t} als auch σ i.A. eine Funktion des Ortes \vec{r} sind. Dabei ist (2.2b) sowie jede weitere in der vorliegenden Arbeit vorkommende, kompakt geschriebene Komponentengleichung gemeint im Sinne der EINSTEINSchen Summenkonvention [93], d.h. in (2.2b) ist $\sigma_{ij} n_j \equiv \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j$, für $i = 1, 2, 3$.

Die Bedingungen des mechanischen Gleichgewichts (GG) für die mechanischen Momente [65,68] führt zur (paarweisen) Gleichheit der jeweiligen Scherspannungskomponenten, d.h. $\sigma_{ij} \stackrel{!}{=} \sigma_{ji}, \forall i \neq j \in \{1, 2, 3\}$, und damit zu einem symmetrischen σ mit nur noch





sechs unabhängigen Komponenten σ_{ij} [71], die den Spannungszustand eines Festkörpers definieren:

$$\boldsymbol{\sigma} := (\sigma_{ij}) \equiv \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \cdot & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \cdot & \cdot & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

2

Um diese o.g. Symmetrie schnell (auf einen Blick) zu verdeutlichen, kann eine Schreibweise wie auf der rechten Seite von (2.3) verwendet werden. Im Folgenden wird dies der Effizienz wg. zumeist befolgt.

2.2.2 Spannungen in verschiedenen Referenzsystemen

In der bisherigen Darstellung wurde die Abhängigkeit der Werte σ_{ij} vom gewählten KS noch nicht betont. So versteht sich (2.3) insofern, als dass $\boldsymbol{\sigma}$ in zunächst frei wählbaren KS gegeben ist, z.B. im PKS \mathcal{S} der in **Abbildung 2.2** definierten Probenrichtungen \mathcal{S}_i . Daher sollte oben anstelle $\boldsymbol{\sigma}$ genauer $\boldsymbol{\sigma}^{\mathcal{S}}$ geschrieben werden. Meist ist das KS \mathcal{S} einfachheitshalber entsprechend einer (kartesischen) Orthonormalbasis (ONB) $(\vec{e}_i)_{i=1,2,3} := (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ gewählt, so dass

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mathcal{S}} \equiv \boldsymbol{\sigma}^{(\mathcal{S}_i)_{i=1,2,3}} = \sigma_{ij}^{\mathcal{S}} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j \quad (2.4)$$

gilt. Nun involviert die SpA jedoch häufig den Wechsel der Bezugssysteme, z.B. zwischen dem PKS \mathcal{S} und dem Labor(koordinaten)system (LKS) \mathcal{L} wg. technischer Restriktionen und experimenteller Realisation. Deshalb wird die Anwendung von Tensortransformationsregeln (vgl. z.B. [94]) nötig: Für den Übergang $\mathcal{S} \longleftrightarrow \mathcal{L} := (\mathcal{L}_i)_{i=1,2,3}$ mit z.B. den entsprechenden ONBen $(\vec{e}_i)_{i=1,2,3}$ und $(\vec{e}_i)_{i=1,2,3}$ erhält man

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mathcal{S}} = \sigma_{ij}^{\mathcal{S}} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j = (\sigma_{ij}^{\mathcal{S}}) = (t_{i\bar{i}} t_{j\bar{j}} \sigma_{\bar{i}\bar{j}}^{\mathcal{L}}), \quad (2.5a)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{\mathcal{L}} = \sigma_{\bar{i}\bar{j}}^{\mathcal{L}} \vec{e}_{\bar{i}} \otimes \vec{e}_{\bar{j}} = (\sigma_{\bar{i}\bar{j}}^{\mathcal{L}}) = (t_{i\bar{i}} t_{j\bar{j}} \sigma_{ij}^{\mathcal{S}}), \quad (2.5b)$$

bei Nutzung der Transformationskoeffizienten $t_{i\bar{i}} := \vec{e}_i \cdot \vec{e}_{\bar{i}}$ etc. [70–72].

2.2.3 Hauptspannungen im Hauptspannungssystem

Wie aus **Abschnitt 2.2.2** ersichtlich, ist es oft sinnvoll und hilfreich (ggf. nötig), aus Vergleichbarkeitsgründen die Auswertung der SpA anhand der sog. Hauptspannungen (im sog. Hauptspannungssystem) durchzuführen. Diese Normalspannungen sind die Eigenwerte σ_{I} , σ_{II} und σ_{III} von $\boldsymbol{\sigma}$, d.h. die eindeutig bestimmbar skalaren Normalspannungskomponenten, die sich ergeben, wenn (2.3) in seine Diagonalform

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{\text{I}} & 0 & 0 \\ \cdot & \sigma_{\text{II}} & 0 \\ \cdot & \cdot & \sigma_{\text{III}} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

überführt (Hauptachsentransformation (HAT); z.B. [95]) wird, wobei eine Ordnungskonvention $\sigma_{\text{I}} \geq \sigma_{\text{II}} \geq \sigma_{\text{III}}$ festlegt [3]. Während die Werte σ_{ij} in (2.3) also sensitiv zur Wahl



des verwendeten KS sind und sich z.B. gemäß (2.5a) and (2.5b) transformieren, sind die Werte in (2.6) eindeutig (konstant) für einen gegebenen Tensor und somit auch unabhängig von der Wahl des KSs (z.B. \mathcal{S}). Die Orientierung von σ_I , σ_{II} und σ_{III} in Bezug auf das KS \mathcal{S} , d.h. der zugehörigen Eigenvektoren (sog. (Hauptspannungs-)Achsen \mathcal{H}_i des Hauptspannungssystems $(\mathcal{H}_i)_{i=I,II,III}$), können aus σ durch HAT berechnet und ebenfalls in Matrizenform dargestellt werden. Sie beschreiben dann entsprechend die respektive Lage zwischen \mathcal{S} und \mathcal{H} , wonach der Spannungszustand dann in Form des sog. Spannungsellipsoiden (vgl. **Abbildung 2.3**) veranschaulicht werden kann.

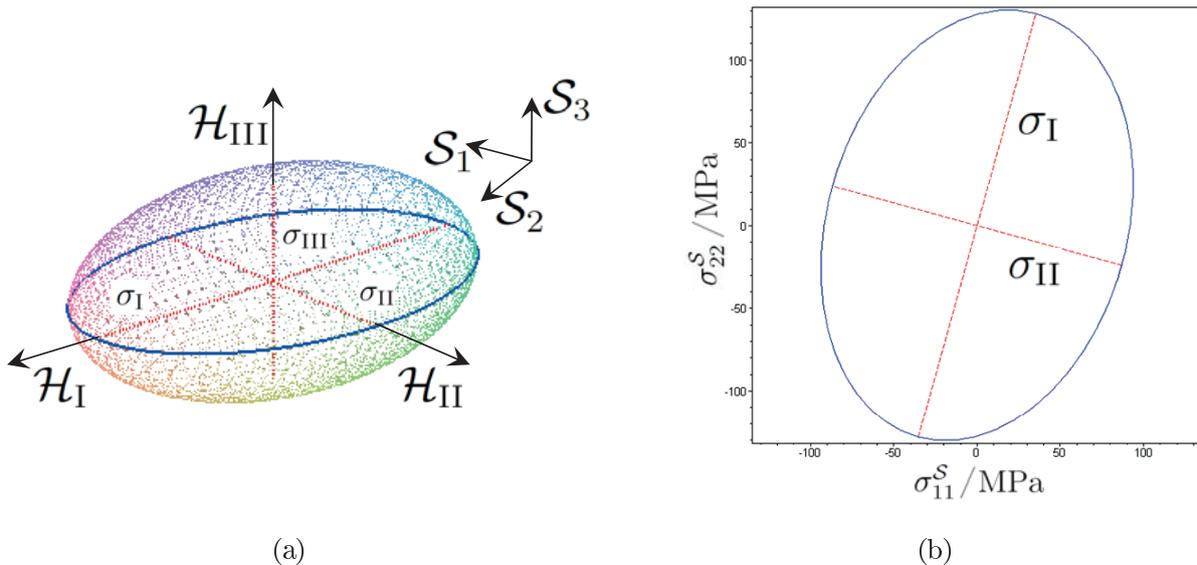


Abbildung 2.3: Zum Spannungsellipsoiden und zur Relation der Koordinatensysteme \mathcal{S} und \mathcal{H} : (a) Spannungsellipsoid, (b) Spannungsellipse der \mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2 -Ebene

2.3 Eigenspannungsanalyse mittels RÖNTGENbeugung

In den folgenden Abschnitten wird ein kurzer Überblick zur XRD-sa im Allgemeinen (**Abschnitte 2.3.1, 2.3.4**) sowie zur cXRD-sa im Speziellen (**Abschnitt 2.3.2**) gegeben (vgl. z.B. [4, 76, 96, 97]), um einen Zusammenhang und Vergleich zur XRD²-sa (**Abschnitte 2.3.3, 2.3.4**) [3] zu ermöglichen, welche in dem in [8] vorgestellten XR μ D² Messsystem als XR μ D²-sa Anwendung findet.

2.3.1 Grundlegende Gleichungen der RÖNTGENografischen Spannungsanalyse: RÖNTGENphysikalische und elastizitätstheoretische Grundlagen

Für ein homogenes (einphasiges) polykristallines Material entspricht der vorherrschende Spannungszustand $\sigma(\vec{r})$ an einer (Mess-)Position \vec{r} der Superposition der (externen)

Lastspannung σ^A (*applied stress*) und der (internen) Eigenspannung σ^{RS} (*residual stress*) entsprechend der Beziehung

$$\sigma(\vec{r}) := \sigma^A + \sum_{n=I}^{III} \sigma^{RS,n}(\vec{r}). \quad (2.7)$$

2

Die drei in (2.7) auftretenden Eigenspannungen $\sigma^{RS,I}$, $\sigma^{RS,II}$ bzw. $\sigma^{RS,III}$ (erster, zweiter bzw. dritter Art) sind entsprechend ihrer jeweiligen mikrostrukturellen Bereiche von quasi-homogenem und kompensierenden Charakters (mehrere Körner, ein Korn bzw. wenige Atome [89], vgl. **Abbildung 2.4(a)**) in folgenderweise [4, 98, 99] definiert:

$$\sigma^{RS,I} := \frac{\int_{\Omega^I} \sigma^{RS} d\Omega^I}{\int_{\Omega^I} d\Omega^I} \quad (2.8a)$$

$$\sigma^{RS,II} := \frac{\int_{\Omega^{II}} \sigma^{RS} d\Omega^{II}}{\int_{\Omega^{II}} d\Omega^{II}} - \sigma^{RS,I} \quad (2.8b)$$

$$\sigma^{RS,III} := [\sigma^{RS} - (\sigma^{RS,I} + \sigma^{RS,II})]_{\Omega^{III}} \quad (2.8c)$$

Hierbei bezeichnet der Integrationsbereich Ω^I das bestrahlte (makroskopische) Probenvolumen mit einem repräsentativen Volumenanteil der existierenden Kristallorientierungen, während Ω^{II} ein (mikroskopisches) Probenvolumen weniger Kristallite bzw. eines Kristallits kennzeichnet und schließlich durch Ω^{III} ein (nanoskopisches) Probenvolumen kleinster (atomarer) Werkstoffbereiche angegeben werden kann.

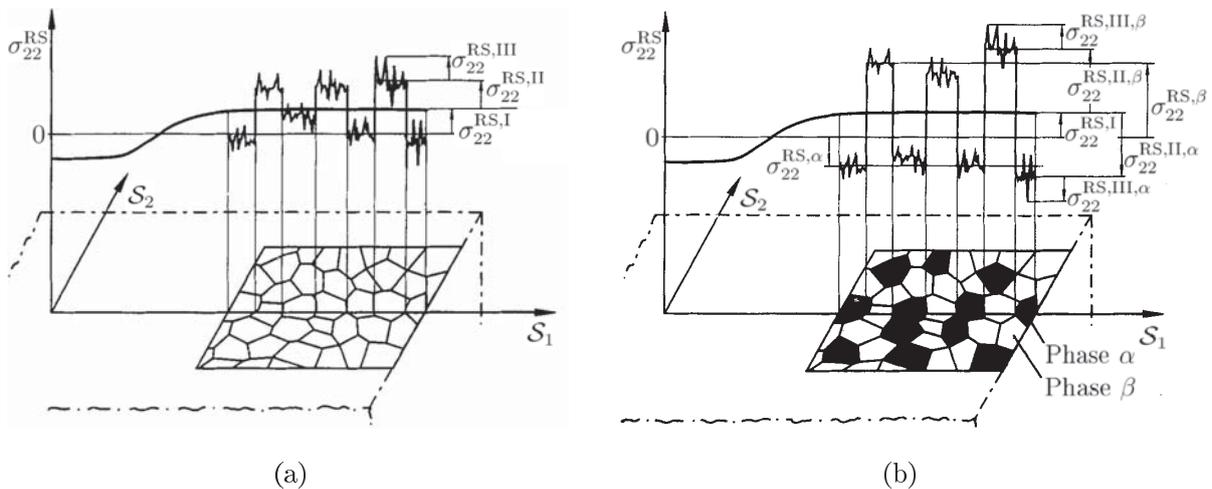


Abbildung 2.4: Schema der Eigenspannungsarten eines (a) homogenen (einphasigen) und eines (b) heterogenen (zweiphasigen) polykristallinen Werkstoffes; nach [4]

Im Falle eines heterogenen (mehrphasigen) polykristallinen Materials (vgl. **Abbildung 2.4(b)**), müssen die Gleichungen adaptiert werden. So muss z.B. (2.7) für den Fall des zweiphasigen Werkstoffes der vorliegenden Arbeit (Ti/Al Kompositdraht, vgl. z.B. **Abschnitt 3.1.1**) zu [100]

$$\sigma^\alpha(\vec{r}) = \sigma^A + \sigma^{RS,I}(\vec{r}) + \sum_{n=II}^{III} \sigma^{RS,n,\alpha}(\vec{r}), \quad (2.9)$$

verallgemeinert werden, wobei $\sigma^\alpha(\vec{r})$ die sog. Totalphasenspannung (*total phase stress*) der Phase α darstellt. Im hiesigen Falle steht α beispielsweise für Al und $\sigma^\beta(\vec{r})$ analog für die Phase β , d.h. Ti. Gewichtet mit den respektiven Phasenvolumenanteilen $\nu^\alpha := V^\alpha/V$ und ν^β ergibt sich für die sog. Makrospannung $\sigma^M := \sigma^{RS,I} + \sigma^A$ [66] die simple Beziehung

$$\sigma^M = \nu^\alpha \sigma^\alpha + \nu^\beta \sigma^\beta. \quad (2.10)$$

Bei Bestimmung von σ^α , σ^β , ν^α und ν^β folgt daher $\sigma^{RS,I}$ durch Nutzung von (2.10), sowie $\sigma^{RS,II}$ durch Verwendung von (2.10) in (2.9), wenn der Term $\sigma^{RS,III}$ vernachlässigt wird. Letzteres ist möglich (und in der (c)XRD-sa üblich [4,89,101]), da die Existenz von $\sigma^{RS,III}$ allein zur Verbreiterung des RÖNTGENografischen Beugungsreflexprofils (*X-ray peak profile broadening*), nicht aber zur Lagenänderung führt [4]. Die Verbreiterung wird separat, typischerweise mittels einer sog. Linienprofilanalyse (LPA) (*peak profile analysis*)⁵ ausgewertet. Aus diesem Grund werden $\sigma^{RS,III}$ Beiträge im Folgenden vernachlässigt. Generell werden mittels (c)XRD-sa Eigenspannungen des Types $\sigma^{RS,I}$ und $\sigma^{RS,II}$ auf der Basis des BRAGGSchen Beugungsgesetzes⁶ [111]

$$2d^{(hkl)} \sin \theta^{(hkl)} = \lambda, \quad (2.11)$$

ermittelt, das einen Zusammenhang zwischen messbarem BRAGGWinkel $\theta^{(hkl)}$ und Wellenlänge λ der verwendeten RÖNTGENstrahlung über die Gitterkonstante $d^{(hkl)}$ einer spezifischen kristallografischen Gitternetzebene (in Beugungsbedingung), definiert durch dessen MILLERSche Indizes (hkl) [112], herstellt. Dieser kann beispielsweise anhand **Abbildung 2.5** veranschaulicht werden. Folgende Prozedur wird innerhalb der XRD-sa durchgeführt [4,89]:

(i) Detektion der Gitterdeformationdehnungen $\varepsilon_{(\phi',\psi')}^{(hkl)}$ in linear unabhängigen (l.u.) Messrichtungen (ϕ', ψ') (**Abbildung 2.6**) durch Messung des spannungsinduzierten Shifts der (hkl) -Peakposition $2\theta^{(hkl)}$ in einem RÖNTGENdiffraktogramm (*X-ray diffractogram* (XRDg))⁷ etwa über die Definition der wahren Dehnung⁸ (vgl. z.B. [3])

$$\varepsilon_{(\phi',\psi')}^{(hkl)} := \ln \frac{d_{(\phi',\psi')}^{(hkl)}}{d_0^{(hkl)}} \stackrel{(2.11)}{=} \ln \frac{\sin \theta_0^{(hkl)}}{\sin \theta_{(\phi',\psi')}^{(hkl)}}. \quad (2.12)$$

(ii) Korrelation dieser Dehnungen mit den entsprechenden Spannungen über das (in linear-elastischer Theorie geltende) generalisierte HOOKESche Gesetz [113–115]

$$\sigma = C : \varepsilon \quad (2.13a)$$

bzw.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.13b)$$

mit dem vier-stufigen Elastizitätstensor C_{ijkl} [116] (auch: HOOKEScher Tensor, *elasticity tensor* [117] oder *stiffness tensor* [118]) als lineares Bindeglied zwischen dem Dehnungstensor ε und dem Spannungstensor σ .

⁵Grundlagen [102–105], Applikationen [106–109] sowie Software Prozeduren [110]

⁶Alternative, in der Literatur oft verwendete Bezeichnungen sind u.A. BRAGG-Bedingung, BRAGGSche Gleichung bzw. BRAGGSches Reflexionsgesetz.

⁷aus dem Vergleich mit der spannungsfreien Winkelposition $2\theta_0^{(hkl)}$ (bzw. $d_0^{(hkl)}$)

⁸An dieser Stelle ist es unerheblich, ob die Definition der Ingenieursdehnung oder der wahren Dehnung benutzt wird, da diese im Bereich kleiner Verzerrungen zusammenfallen [67].



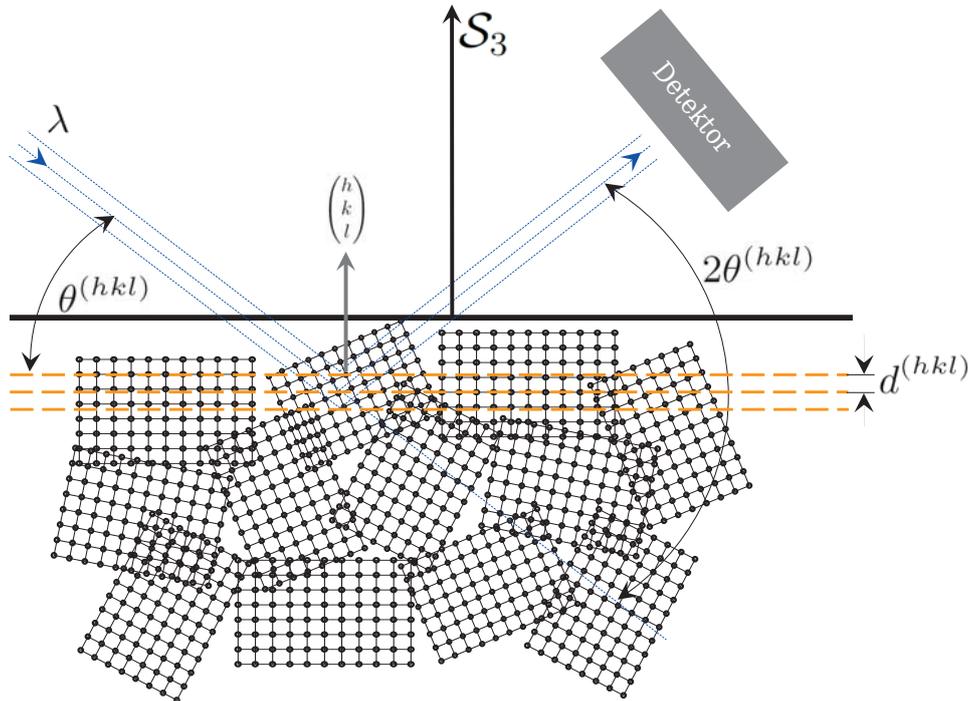


Abbildung 2.5: Zur Veranschaulichung der experimentellen Aufzeichnung der BRAGGSchen Beugung im Polykristall

Zur Berechnung von $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$, gegeben bzgl. der Probenrichtung (ϕ', ψ') in Kugelkoordinaten, werden die Dehnungstensoranteile $\varepsilon_{ij}^{(hkl), S}$, gegeben im PKS \mathcal{S} (**Abbildung 2.6**), mittels eines entsprechend in diese Richtung orientierten (sphärischen) Einheits(hilfs)vektors $\vec{h}^{(\phi', \psi'), S}$ auf die (ϕ', ψ') -Richtung projiziert. Diese Transformation erfolgt entsprechend

$$\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)} = \varepsilon_{ij}^{(hkl), S} h_i^{(\phi', \psi'), S} h_j^{(\phi', \psi'), S} \quad (2.14)$$

mit

$$\vec{h}^{(\phi', \psi'), S} := \begin{pmatrix} \cos \phi' \sin \psi' \\ \sin \phi' \sin \psi' \\ \cos \psi' \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

wobei eine explizite Form von (2.14) z.B. in [3, 65, 66] nachgeschlagen werden kann. Aus (2.14) ist weiterhin ersichtlich, dass $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ genauer $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl), S}$ bezeichnet, welches aber oft (und so auch im Folgenden) zu Gunsten der besseren Lesbarkeit um Superskript \mathcal{S} auf Ersteres reduziert wird.

2.3.2 Konventionelle RÖNTGENografische Spannungsanalyse: Zur $\sin^2 \psi$ -Methode

Die klassische und heutzutage gebräuchlichste [4] Mess- und Auswertprozedur der XRD-sa benutzt die sog. $\sin^2 \psi$ -Methode und sei in der vorliegenden Arbeit als cXRD-sa bezeichnet. Erstmals publiziert in [119], dient sie heute als die Standardmethode in der XRD-sa [4]

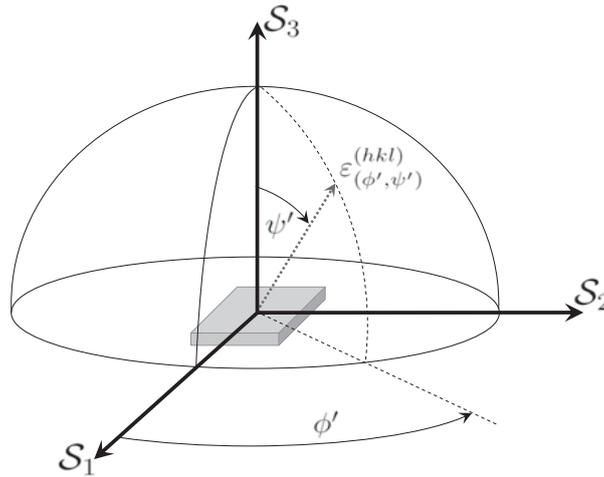


Abbildung 2.6: RÖNTGENographisch ermittelte Dehnungen in Bezug zum (körperfesten) Probenkoordinatensystem S ; vgl. auch [4]

und wird im Folgenden daher kurz in den Grundzügen angeführt.

Im Falle eines oberflächenparallelen, biaxialen Spannungszustandes eines anisotropen [120] Materials, d.h. einer Form von

$$\boldsymbol{\sigma}^S = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^S & \sigma_{12}^S & 0 \\ \cdot & \sigma_{22}^S & 0 \\ \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

vereinfacht sich (2.14) nach Verwendung der gemäß (2.16) reduzierten Form (2.13b) entsprechend [121] zu

$$\boxed{\varepsilon_{(\phi',\psi')}^{(hkl)} = S_1^{(hkl)} (\sigma_{11}^S + \sigma_{22}^S) + \frac{1}{2} S_2^{(hkl)} \sigma_{(\phi')}^S \sin^2(\psi')}, \quad (2.17)$$

mit den materialspezifischen sog. RÖNTGENografischen Elastizitätskonstanten (REK)⁹ [85] $S_1^{(hkl)}$ and $\frac{1}{2} S_2^{(hkl)}$ und der (skalaren) Planarspannung

$$\sigma_{(\phi')}^S := \sigma_{11}^S \cos^2 \phi' + \sigma_{22}^S \sin^2 \phi' + \sigma_{12}^S \sin 2\phi', \quad (2.18)$$

entlang der Richtung $(\phi', \psi' = 90^\circ)$ (vgl. **Abbildung 2.6**). Die REK berücksichtigen für die Auswertung der SpA die elastische Anisotropie des untersuchten Materials und sind daher nicht identisch mit den mechanischen Elastizitätskonstanten (MEK, *mechanical elastic constants* (MEC)) [100,122]. Sie können experimentell z.B. bei Verwendung unterschiedlicher Belastungszustände ermittelt oder unter Annahme gewisser Kristallitkopplungshypothesen wie etwa in VOIGT [123,124], REUSS [125], HILL [126] oder KRÖNER [127] aus den entsprechend vorliegenden Einkristalldaten berechnet werden. Die bisherigen Erfahrungen legen eine Nutzung der von HILL vorgeschlagenen arithmetischen Mittelwerte¹⁰ aus den beiden Grenzfällen der Kristallitkopplungsmodelle von VOIGT (Kristallitkopplungshypothese: gleiche Dehnung für alle Kristallite) und REUSS (Kristallitkopplungshypothese:

⁹in der Literatur auch als *diffraction elastic constant* (DEC) [100] bzw. *X-ray elastic constant* (XEC) [3] bezeichnet und tabelliert z.B. in [96]

¹⁰s. z.B. [96]

gleiche Spannung für alle Kristallite) nahe, da sie für viele homogene und heterogene Materialien gut mit der KRÖNERSchen Vielkristalltheorie übereinstimmen, welche mit Hilfe des analytischen Modells von ESHELBY [128] zur Betrachtung eines Kristallits als elliptischer Einschluss mit elastisch anisotropen Eigenschaften in einer elastisch isotropen Matrix einen komplexeren Ansatz wählt. Aus den genannten Gründen ist dieser Weg auch in der vorliegenden Arbeit gewählt worden.

In einem sog. $\sin^2 \psi$ -Auftrag (auch: $\sin^2 \psi$ -plot, s. z.B. [4, 96]), d.h. der Darstellung $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ als Funktion von $\sin^2 \psi'^{11}$, kann somit (bei bekannten REK) $\sigma_{(\phi')}^S$ nach (2.17) aus dem Anstieg des entstehenden Graphen gemäß

$$\frac{\partial \varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}}{\partial (\sin^2 \psi')} \sim \sigma_{(\phi')}^S \quad (2.19)$$

ermittelt werden, da in diesem Spannungszustand $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ linear in $\sin^2 \psi'$ vorliegt. Bemerkenswerterweise ist für diese Auswertung entsprechend (2.17) die Kenntnis nur einer REK, nämlich von $1/2 S_2^{(hkl)}$ notwendig.

Bei Nutzung eines Punkt- (0D) oder Liniendetektors (1D), wie typisch in der cXRD-sa, kann der Spannungstensor σ^S dann vollständig durch Lösen des entstehenden linearen Gleichungssystems (2.17) für mindestens sechs unabhängige Dehnungen $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ z.B. mittels linearer Regression (*linear least squares regression*) bestimmt werden [96].

2.3.3 Zweidimensionale RÖNTGENografische Spannungsanalyse

Im Falle eines allgemeineren Spannungszustandes als dem in **Abschnitt 2.3.2** beschriebenen oberflächenparallelen, nach (2.16) zweiachsigen Zustandes, bleibt die der cXRD-sa zugrundeliegende Linearität i.A. nicht erhalten (vgl. z.B. [3, 4, 97]). Für z.B. einen sog. *biaxial with shear* (BWS) Spannungszustand [3], d.h. einer Form von

$$\sigma^S = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^S & \sigma_{12}^S & \sigma_{13}^S \\ \cdot & \sigma_{22}^S & \sigma_{23}^S \\ \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

ergibt sich eine sog. (elliptische) ψ' -Aufspaltung (*(elliptical) ψ' -split*) [3, 4] in Abhängigkeit des Vorzeichens von ψ' . In diesem Fall kann allerdings die vorangegangene beschriebene $\sin^2 \psi$ -Methode in einer etwas erweiterten Form im sog. ψ -Differential-Verfahren [3, 4, 97, 129, 130] weiter angewandt werden, indem gewisse Mittelwerte und halbe Differenzen der $2\theta_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ Werte betrachtet werden und somit separat (für das jeweilige Vorzeichen von ψ') eine lineare Auswertung erfolgen kann. Alternativ kann im sog. ϕ -Integral-Verfahren [4, 97, 131] eine FOURIERentwicklung mittels numerischer Integration zur Bestimmung von σ^S anhand der Messdaten $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ mit $0^\circ \leq \phi' \leq 360^\circ$ für mindestens zwei verschiedene ψ' Winkel durchgeführt werden.

In einigen Fällen jedoch, wie z.B. bei Existenz oberflächennaher, steiler Spannungsgradienten in Probennormalenmessrichtung (\mathcal{S}_3 in **Abbildung 2.6**) oder bei (nicht-regellos) texturierten Materialien (d.h. bei Materialien mit bevorzugter Orientierung), wird $\varepsilon_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$

¹¹äquivalente Möglichkeit sind: $d_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ oder $2\theta_{(\phi', \psi')}^{(hkl)}$ jeweils als Funktion von $\sin^2 \psi'$



vs. $\sin^2 \psi'$ erheblich nicht-linear und kann insbesondere nicht konventionell (nach der Beschreibung in **Abschnitt 2.3.2**) ausgewertet werden [4, 84, 132].

Im erst angesprochenen Fall der (in der relevanten Eindringtiefe (*penetration depth*) des bestrahlten Materials) existenten Spannungsgradienten, kann die RÖNTGENintegralmethode (*X-ray integral method*) [65, 85, 133] als Erweiterung des klassischen Verfahrens angesehen werden. Es gibt zudem noch weitere Methoden, auf die allerdings hier nicht weiter eingegangen werden soll, welche für Anwendungen in Spezialfällen etabliert sind: So z.B. die Kristall(it)gruppenmethode [134] im Falle sehr scharfer Texturen, bzw. die harmonische Methode [135, 136] für Materialien orthorhombischer Proben- und kubischer Kristallsymmetrie.

Eine mögliche alternative Mess- und Auswertestrategie, insbesondere geeignet für (nicht-regellos) texturierte Materialien stellt die XRD²-sa dar [3], deren Grundlage der eindeutige Zusammenhang zwischen dem Spannungstensor σ und der RÖNTGENografischen Beugungskegelverzerrung (*X-ray diffraction cone distortion*) ist. Die Theorie der XRD²-sa ist eine insofern allgemeinere, als sie insbesondere jene der cXRD-sa beinhaltet und deshalb hinsichtlich der untersuchten Probenzustände für die Anwendung in dieser Arbeit gewählt wurde. Im Folgenden sei sie daher kurz vorgestellt.

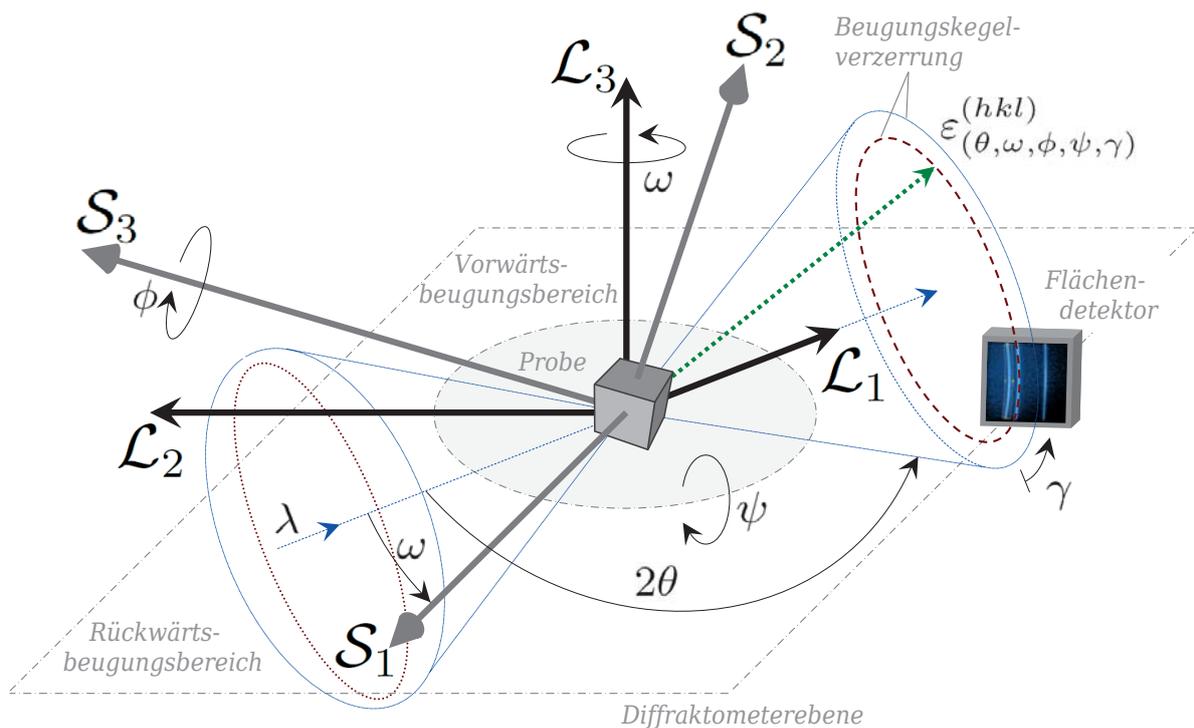


Abbildung 2.7: Schema zum Beugungskegel inkl. sämtlicher Achsen- und Winkelrelationen des LKS \mathcal{L} und PKS \mathcal{S} im verwendeten Diffraktometer des XRD² Messsystems

Der von der Probe propagierende RÖNTGENografische Beugungskegel erstellt im Schnitt mit der 2D Detektoroberfläche¹² einen Kegelschnitt(-Sektor), z.B. einen Beugungsring(-Sektor), also Ausschnitt eines DEBYE-SCHERRER Ringes (vgl. **Abbildungen 2.7** und **2.8**). Dieser korrespondiert mit den Parametern $(\omega, \phi, \psi, \gamma)$, bestehend aus der Probenrichtung (ω, ϕ, ψ) bzgl. des Diffraktometers und dem Azimutalwinkel γ des Beugungske-

¹²Detektor-Proben-Abstand D , Detektorposition(swinkel) α_D bzgl. LKS \mathcal{L}



gel(rande)s. Wie aus **Abbildung 2.7** bzw. **2.8** ersichtlich, bezeichnet ω dabei den (mathematisch) positiven Rotationswinkel („rechte Hand Rotation“) um die vertikale Achse \mathcal{L}_3 der EULERwiege des Diffraktometers. Desweiteren entspricht ϕ dem (mathematisch) negativen Rotationswinkel um die Probenormalenrichtung \mathcal{S}_3 , während ψ der (mathematisch) negative Rotationswinkel um eine, in der \mathcal{L}_1 - \mathcal{L}_2 -Ebene liegende Achse ist. Diese wird durch die ω -Rotation bestimmt. Für Details, die den (linearen) Zusammenhang zwischen den („neuen“) Winkelparametern ϕ und ψ und den („alten“) ϕ' und ψ' der vorangegangenen Abschnitte betreffen, sei auf [3] verwiesen.

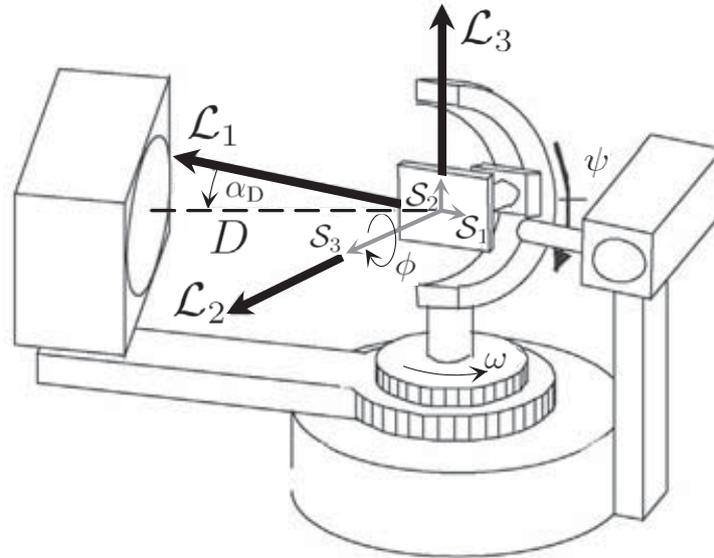


Abbildung 2.8: Diffraktometerkonfiguration des XRμD² Messsystems; nach [3]

Im Falle einer (gedacht) spannungsfreien Probe ist die (hkl) -Peakposition $2\theta = 2\theta(\omega, \phi, \psi)$ eines RÖNTGENreflexes nur von o.g. Probenrichtung, d.h. nur von (ω, ϕ, ψ) abhängig. Im verspannten Zustand allerdings wird sie (zusätzlich) eine Funktion von γ , d.h. dann gilt $2\theta = 2\theta(\omega, \phi, \psi, \gamma)$, eindeutig durch σ^S bestimmt. Analog (2.14) in **Abschnitt 2.3.1** kann der (nun) allgemeinere Ausdruck $\varepsilon_{(\omega, \phi, \psi, \gamma)}^{(hkl)}$ aus $\varepsilon_{ij}^{(hkl), S}$ durch Transformation mit Hilfe des (ebenfalls) allgemeineren, in \mathcal{S} gegebenen Beugungsvektors $\vec{h}^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), S}$ berechnet werden [3]. Um dann den Zusammenhang zu den resultierenden Spannungen herzustellen, kann die Definition der wahren Dehnung in Analogie zu (2.12) und das verallgemeinerte HOOKEsche Gesetz (2.13b) verwendet werden, so dass sich die Fundamentalgleichung der XRD²-sa zu

$$\varepsilon_{(\omega, \phi, \psi, \gamma)}^{(hkl)} = S_1^{(hkl)} \sigma_{ii}^S + 1/2 S_2^{(hkl)} \sigma_{ij}^S h_i^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), S} h_j^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), S} \quad (2.21)$$

ergibt. Dabei kann eine ausgeschriebene Form anstelle der kompakten Schreibweise von (2.21) in [3] gefunden werden. Als lineare(s) Gleichung(ssystem) der σ_{ij}^S folgt die Lösung in Analogie zum cXRD-sa Fall in **Abschnitt 2.3.2** beispielsweise aus der Bestimmung von mindestens sechs unabhängigen Dehnungen $\varepsilon_{(\omega, \phi, \psi, \gamma)}^{(hkl)}$ mittels Messung der korrespondierenden $\theta_{(\omega, \phi, \psi, \gamma)}^{(hkl)}$ Werte und entsprechender linearer Regression. Der Vergleich von (2.17) mit (2.21) weist jedoch auf den allgemeineren Charakter des (den Spezialfall einschliessenden)

Letzteren hin. Insbesondere wird die linke Seite von (2.21) durch Messung einer benutzerdefinierten Anzahl von 2θ Werten entlang des aufgezeichneten Beugungskegel(sektor)s bestimmt. Diese sog. Methode der Anpassung der Beugungskegelverzerrung (*diffraction cone distortion fit method*) [3], also die Auswertung der gemessenen 2θ mehrerer γ Werte (Indizierung (*indexing*)), bedeutet eine substantielle Generalisation der cXRD-sa. Dabei wird die Bewertung eines $2\theta(\gamma)$ Wertes (Position auf dem DEBYE-SCHERRER Ring) anhand etablierter Peak-Auswertemethoden (*peak evaluation methods*) inkl. entsprechender Korrekturen der XRD-sa wie z.B. der variablen (Flächen-)Schwerpunktmethode ((*sliding*) *gravity method*), Standard Pseudo-VOIGT Methode (*Standard Pseudo-VOIGT method*), Parabelmethode (*Parabolic method*) oder der PEARSON VII Methode (*PEARSON VII method*) [76, 137, 138] durchgeführt.

Für Letztere wird ein gemessener Beugungsreflex $I(2\theta)$ ausgewertet, indem das Profil des K_α -Doublets als Überlagerung gemäß

$$I(2\theta) = I_{K_{\alpha_1}} [p(2\theta - 2\theta_{0,K_{\alpha_1}}) + C_{K_\alpha} p(2\theta - 2\theta_{0,K_{\alpha_1}} - \delta_{K_\alpha})] \quad (2.22)$$

von sog. PEARSON VII Funktionen der Form

$$p(2\theta) := \frac{1}{[1 + \frac{W^2}{M} (2\theta - 2\theta_{0,K_{\alpha_1}})^2]^M} \quad (2.23)$$

genähert wird [137]. Die (unphysikalischen) Parameter W bzw. M steuern dabei die Profilbreite bzw. das Abklingverhalten der Profilfüße, während $I_{K_{\alpha_1}}$ und $2\theta_{0,K_{\alpha_1}}$ respektiv für die Intensität und Winkelposition des K_{α_1} Peaks stehen. Weiterhin bezeichnet C_{K_α} eine Konstante (typischerweise 0.5), welche das Intensitätsverhältnis des K_{α_1} und K_{α_2} Peaks angibt, wobei δ_{K_α} die entsprechende (Winkel-)Separation ist.

In der vorliegenden Arbeit wurden die Ergebnisse der verschiedenen Fit-Methoden miteinander verglichen. Meist stellten sich keine erheblichen Abweichungen heraus, so dass sich für die Auswertung mittels der PEARSON VII Methode entschieden wurde, die in der Literatur oft als erfolgreichste bewertet wird, da sie insbesondere die Grenzfälle der CAUCHYSchen ($M = 1$), LORENTZschen ($M = 2$) sowie GAUSSschen ($M = \infty$) Verteilung bereits beinhaltet und somit auch gewichtete Superpositionen der CAUCHYSchen und GAUSSschen Verteilung erhältlich sind [137, 139].

2.3.4 Anmerkung zur Auswertung des allgemeinen Spannungszustandes

Die typische Annahme der XRD-sa ist $\sigma_{33}^S \stackrel{!}{=} 0$, d.h. die Analyse des Spannungstensors σ^S im bereits o.g. BWS Spannungszustand gemäß (2.20) [3, 4, 87, 89, 97]. Dieser Zustand ist der übliche und häufig, in viele Anwendungen der cXRD-sa verwendete. Auf der einen Seite ist diese Annahme begründet durch die vergleichsweise geringe Eindringtiefe der RÖNTGENstrahlung ins Material: Da im Zustand des mechanischen Gleichgewichtes an der Probenoberfläche [97]

$$\sigma_{i3}^S \stackrel{!}{=} 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.24a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{33}^S}{\partial \mathcal{S}_3} \stackrel{!}{=} 0, \quad (2.24b)$$

also insbesondere $\sigma_{33}^S = 0$ gilt, wird häufig von einer möglichen Extrapolation dieses Wertes in die vergleichsweise geringe (zum Messsignal beitragende) Materialtiefe ausgegangen. Auf der anderen Seite würde die Annahme des allgemein(st)en (triaxialen) Spannungszustandes, für welchen demnach

$$\boldsymbol{\sigma}^S = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^S & \sigma_{12}^S & \sigma_{13}^S \\ \cdot & \sigma_{22}^S & \sigma_{23}^S \\ \cdot & \cdot & \sigma_{33}^S \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

d.h. insbesondere $\sigma_{33}^S \neq 0$ gilt, ein sehr genaues Wissen über den spannungsfreien Wert $d_0^{(hkl)}$ (mit einer Genauigkeit von $\pm 3 \times 10^{-5}$ nm [87, 97]) zur Verwendung in (2.12) voraussetzen. Dies ist jedoch nicht trivial (vgl. z.B. Dualität von σ_{33}^S vs. $d_0^{(hkl)}$ [100]) und begrenzt bereits die mögliche resultierende Genauigkeit zur Bestimmung einer Normalspannungskomponente auf ca. ± 50 MPa [87].

Desweiteren kann im Falle von $\sigma_{33}^S \stackrel{!}{=} 0$ ein approximativer Wert für $d_0^{(hkl)}$ verwendet werden, da in diesem Falle die experimentell bestimmbare Spannung unabhängig von $d_0^{(hkl)}$ ist. So resultiert ein fehlerhafter Näherungswert lediglich in einen pseudo-hydrostatischen Spannungsbeitrag (*pseudo-hydrostatic stress*) [3].

Dementsprechend wurden die Ergebnisse im Rahmen dieser Arbeit im BWS Spannungszustand ausgewertet. Es ist allerdings wichtig zu bemerken, dass, falls diese Annahme sich als falsch erwiese (z.B. infolge der Existenz steiler oberflächennäher Spannungsgradienten), die dargestellten Ergebnisse trotzdem entsprechend interpretiert werden können: Für beide Methoden, cXRD-sa sowie XRμD²-sa können die zugrunde liegenden Fundamentalgleichungen der Elastizitätstheorie (z.B. (2.14)) in eine Form umgeschrieben werden, welche $(\varepsilon_{ii}^S - \varepsilon_{33}^S)$ -Terme ($ii = 11, 22$) enthalten [66]. Konsequenterweise führt dies zu einer Auswertung der Differenzgrößen $(\sigma_{ii}^S - \sigma_{33}^S)$ und damit zu einer Nichtseparierbarkeit der Normalspannungskomponenten. Damit gelten die Ergebnisse z.B. des **Abschnitts 4.3.2** weiterhin in der entsprechend korrigierten Form, etwa durch die Ersetzung von σ_{rr}^α mittels $\sigma_{rr}^\alpha - \sigma_{zz}^\alpha$, etc.

Allerdings legen die bisherigen, insbesondere in **Abschnitt 4.3** angegebenen Ergebnisse nahe, dass die o.g. Annahme gerechtfertigt ist.

2.4 Kristallografische Textur

2.4.1 Definition der Orientierung und der Textur

Die ein polykristallines Material arrangierenden Kristallite (auch: Körner) können eine sog. regellose Orientierungsverteilung¹³ aufweisen, d.h. sie sind gegenüber dem äußeren Referenzsystem/KS des Festkörpers (auch: PKS) statistisch orientiert. Die Orientierung g beschreibt dabei die Lagebeziehung des jeweiligen Kristallits (bzw. seiner ausgezeichneten Achsen) bzgl. des PKS (bzw. dessen ausgezeichneten Achsen) gemäß **Abbildung 2.9**. So kann also durch Angabe von drei Parametern – z.B. im Falle der am häufigsten verwendeten sog. BUNGE-Notation $g = \{\varphi_1, \Phi, \varphi_2\}$ [75] mittels der drei EULERwinkel φ_1, Φ

¹³oft inkorrekt als „texturlos“, „nicht texturiert“ etc. bezeichnet

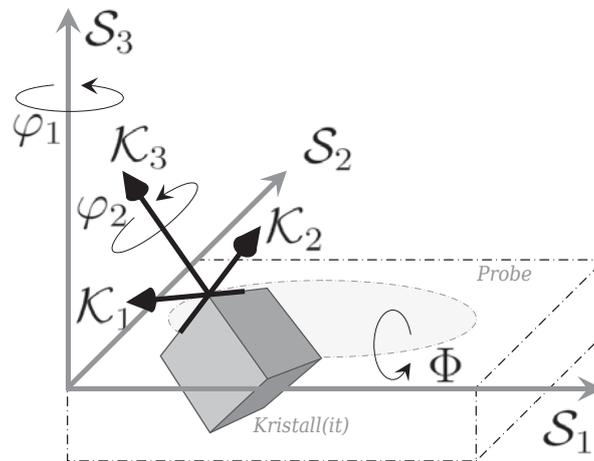


Abbildung 2.9: Zur Lagebeziehung zwischen Kristall(it)- und Probenkoordinatensystem, beschrieben anhand der EULERwinkel gemäß BUNGE-Notation

und φ_2 – die Überführung des Kristall(it)koordinatensystem (KKS) $\mathcal{K} := (\mathcal{K}_i)_{i=1,2,3}$ durch drei genau festgelegte sukzessive Rotationen (vgl. **Abbildung 2.9**) in das PKS und somit die Beziehung der beiden Referenzsysteme beschrieben werden. In **Abschnitt 2.3.3** wurde bereits ausführlicher in **Abbildung 2.7** bzw. **2.8** auf die bzgl. des LKS \mathcal{L} definierten Winkel ω , ψ und ϕ der Probenorientierung eingegangen, welche technologiebedingt den bzgl. des PKS \mathcal{S} gegebenen φ_1 , Φ , φ_2 der Kristallorientierung (in dieser Reihenfolge) analog sind. Somit entfällt an dieser Stelle eine genaue Beschreibung auch in Hinblick auf die in **Abbildung 2.9** gegebene Situation. Allerdings soll eine klare Differenzierungsnotwendigkeit insbesondere aufgrund der unterschiedlichen KS-Basis und Verwendung betont werden.

Im Falle einer regellosen Orientierungsverteilung kompensieren sich zunächst (wg. des atomaren Aufbaus) orientierungsabhängige Eigenschaften der einzelnen Kristallite in der resultierend kristallografisch isotropen polykristallinen Gesamtheit. Man spricht in diesem Fall auch von regelloser Textur [73–75], wobei Textur synonym für Orientierungsverteilung benutzt wird. Im Gegensatz dazu kann eine nicht-regellose Orientierungsverteilung¹⁴ auftreten, wenn gewisse bevorzugte Orientierungen (auch: nicht-regellose Textur) existieren, wobei von einem anisotropen polykristallinen Körper gesprochen wird. Der letztere Fall ist der weitaus üblichere, d.h. der Regelfall in der Natur (vgl. z.B. [84]). Da diese o.g. kristallografische Anisotropie mechanische, optische, magnetische und elektrische Eigenschaften beeinflusst, hat das Verständnis des Themas Textur hinsichtlich deren Entstehung und Optimierung in Materialien für viele technische Anwendungen eine ökonomische Relevanz [141], insbesondere in Hinblick auf Hochleistungsapplikationen in der Industrie [142].

2.4.2 Definition der Orientierungsverteilungsfunktion

Die Texturforschung begann im letzten Jahrhundert mit mehr qualitativen Arbeiten, bei denen oft Polfiguren (PFen) – d.h. gewisse stereografische Projektionen [143–145]

¹⁴oft nicht ganz korrekt als Textur bezeichnet [140]



(vgl. **Abbildung 2.10**) zur Darstellung von Orientierungsverteilungen – und andere Darstellungsformen für Texturaussagen herangezogen wurden [73]. Die sog. Orientierungsver-

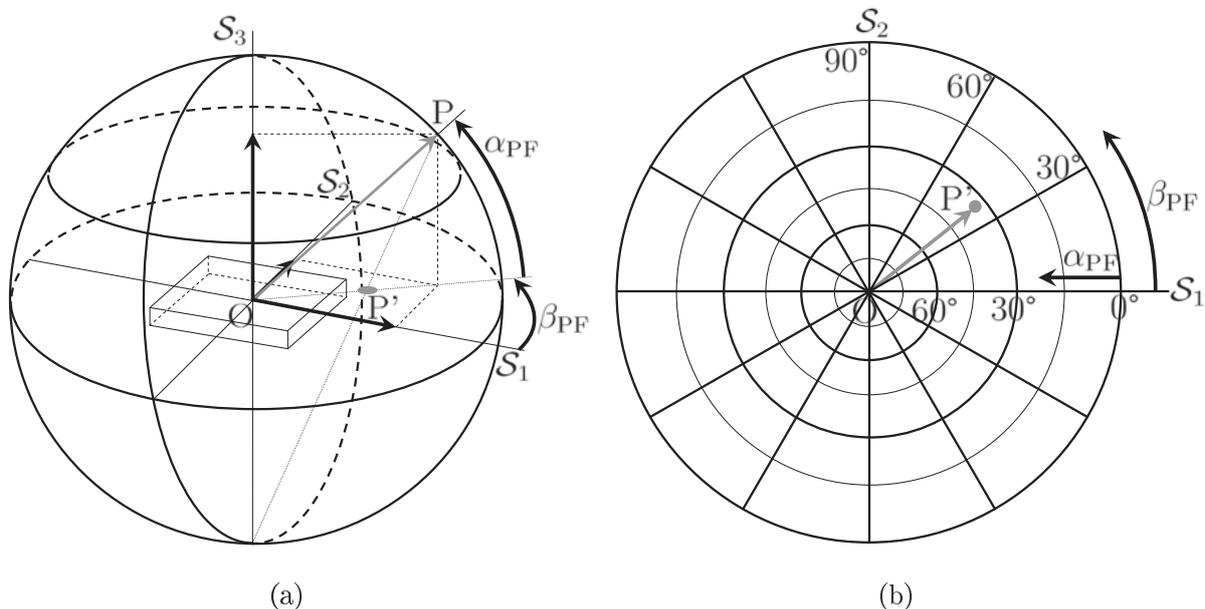


Abbildung 2.10: Zur PF Darstellung als stereografische Projektion der Orientierungsverteilung, nach [3]: Die in (a) mit der Richtung der Strecke OP korrespondierende kristallografische Richtung/Orientierung g (bzgl. S) wird in der stereografischen Projektion (b) der PF durch den Punkt P' repräsentiert, der als Durchstoßpunkt gemäß (a) in der S_1 - S_2 -Ebene entsteht und mittels der sog. PF-Winkel α_{PF} und β_{PF} parametrisiert wird.

teilungsfunktion (*orientation distribution function* (ODF)) hingegen erlaubt seit ihrer Einführung in den 1960er Jahren durch BUNGE [75] eine quantitative Beschreibung der Textur und löst somit auch das in **Abschnitt 2.4.1** beschriebene Problem der Begrifflichkeit jener. Dabei ist die ODF $f(g)$ definiert [75] als das Skalarfeld

$$f(g) dg = \frac{dV}{V} \quad (2.26)$$

mit dem räumlichen Winkelement $dg = \frac{1}{8\pi^2} \sin\Phi d\varphi_1 d\Phi d\varphi_2$ und der daraus resultierenden Normierung $\oint f(g) dg = 1$ [146], welche realisiert, dass Werte von $f(g)$ in den sog. *multiples of a random distribution* (mrd), d.h. also in Vielfachen der regellosen Orientierungsverteilung ausgedrückt sind. Somit beschreibt $f(g)$ als vollständige Repräsentation der Textur den Volumenanteil dV der Kristallite mit einer Orientierung g innerhalb dg in Bezug auf das (gemessene) Gesamtprobenvolumen V und kann im sog. dreidimensionalen (3D) EULERRaum $\{g\}$ [147] (vgl. **Abbildung 2.11** sowie z.B. **Abbildung 4.9** in **Abschnitt 4.2.2.2**) veranschaulicht werden.

Im Falle des in der vorliegenden Arbeit untersuchten Materials kann die am meisten verwendete, komplette grafische Darstellung von $f(g)$ durch sog. ODF-Schnitte (z.B. bei konstantem Winkel φ_2 und in diesem Fall im Folgenden durch φ_2 -Schnitte bezeichnet) genutzt werden (vgl. **Abschnitt 4.2**). Um $f(g)$ für das betrachtete Material zu erhalten, wurden PFen, welche in diesem Kontext als „zweidimensional“ veranschaulichbare Pro-

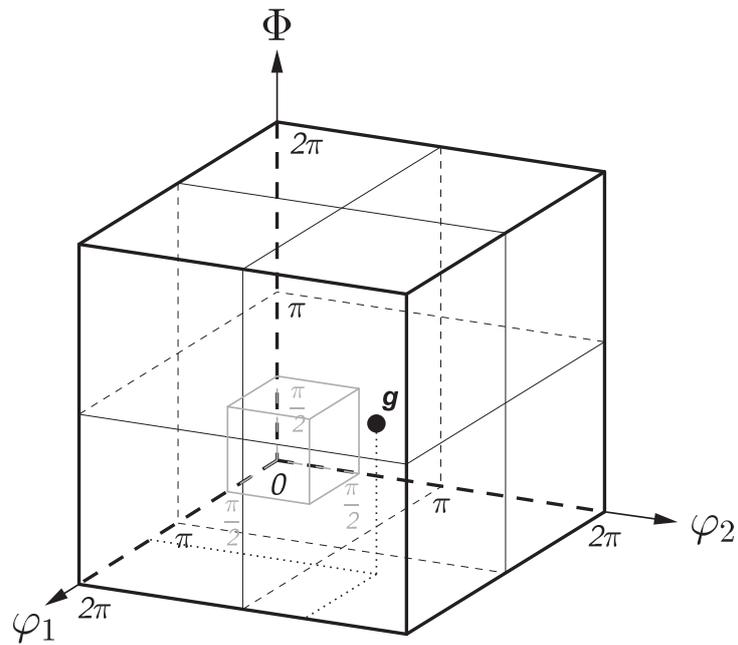


Abbildung 2.11: Zur im 3D EULERRaum, anhand der drei EULERwinkel φ_1 , Φ und φ_2 definierten kristallografischen Orientierung g ; nach [3]

jektionen der im EULERRaum „dreidimensional“ darstellbaren ODF verstanden werden können, gemessen und entsprechend als *input*-Daten für die ODF Berechnung benutzt.

2.5 Texturanalyse mittels RÖNTGENbeugung

In diesem Abschnitt sollen wesentliche Aspekte der Texturanalyse (TA) (*texture analysis*) mittels XRD, Analogien zum **Abschnitt 2.3.3** angesprochen und für weiterführende Details auf die einschlägige Literatur verwiesen werden.

2

2.5.1 Polfiguranalyse

Die *X-ray diffraction texture analysis* (XRD-ta) (*X-ray diffraction texture analysis*) kann wie die im **Abschnitt 2.3** behandelte XRD-sa als eine weitere der vielfältigen Anwendungen der XRD verstanden werden, deren zugrundeliegendes physikalisches Prinzip hinsichtlich dessen Anschaulichkeit¹⁵ zunächst sehr einfach mit dem im Realraum formulierbaren BRAGG-Beugungsgesetz (2.11) [111] beschrieben und in **Abbildung 2.5** schematisiert werden kann. (2.11) stellt dazu einen (bereits in **Abschnitt 2.3.1** näher diskutierten) Zusammenhang zwischen messbarem BRAGGwinkel $\theta^{(hkl)}$ und Wellenlänge λ der verwendeten (RÖNTGEN-)Strahlung über die Gitterkonstante $d^{(hkl)}$ einer spezifischen kristallografischen Gitternetzzebene (in Beugungsbedingung) her, die durch deren MILLERSche Indizes (hkl) [112] definiert und identifizierbar ist.

Im Falle eines texturierten Materials, entsprechend der im **Abschnitt 2.4** erklärten Bedeutung, unterscheidet sich das Messsignal des Beugungsbildes von dem eines Materials regelloser Orientierung folgendermaßen: Die messbare Intensität $I_{(hkl)}(\theta)$ hat – im Vergleich zum Fall regelloser Orientierung – neben der funktionalen Abhängigkeit von der Probenorientierung (ω, ϕ, ψ) eine zusätzliche bzgl. des Azimutalwinkels γ des Beugungskegel(rande)s, d.h. es ergibt sich dann [3]

$$I_{(hkl)} = I_{(hkl)}(\theta, \omega, \phi, \psi, \gamma) \quad (2.27)$$

analog der in **Abschnitt 2.3.3** behandelten (um γ erweiterten) Beziehung für 2θ eines Werkstoffes im verspannten Zustand. Mit der Einführung der PF-Darstellung nach **Abbildung 2.10** und den, bzgl. des PKS \mathcal{S} (anhand des in **Abschnitt 2.3.3** bereits angegebenen Beugungsvektors $\vec{h}^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}}$) definierten PF-Winkeln $(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}})$ gemäß

$$\alpha_{\text{PF}} \equiv \alpha_{\text{PF}}^{\mathcal{S}} := \cos^{-1} \sqrt{\left(h_1^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}}\right)^2 + \left(h_2^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}}\right)^2} \quad (2.28a)$$

$$\beta_{\text{PF}} \equiv \beta_{\text{PF}}^{\mathcal{S}} := \pm \cos^{-1} \frac{h_1^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}}}{\sqrt{\left(h_1^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}}\right)^2 + \left(h_2^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}}\right)^2}}, \quad (2.28b)$$

wobei

$$\beta_{\text{PF}} \begin{cases} \geq \\ < \end{cases} 0^\circ, \text{ falls } h_2^{(\omega, \phi, \psi, \gamma), \mathcal{S}} \begin{cases} \geq \\ < \end{cases} 0, \quad (2.29)$$

¹⁵im Vergleich zum im rezipoken Raum existierenden Analogon, der sog. LAUE-Bedingung (vgl. z.B. [148])

kann nun die, in (2.27) beinhaltete Information gemäß $I_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) = I_{(hkl)}(\theta, \omega, \phi, \psi, \gamma)$ identifiziert und die entsprechende Proportionalität

$$P_{(hkl)} = P_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) = K_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) \cdot I_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) \quad (2.30)$$

in einer Auswertung (Polfiguranalyse) ausgenutzt werden. Dabei fasst der in (2.30) notierte Skalierungsfaktor $K_{(hkl)}$ alle ggf. in $I_{(hkl)}$ existenten Absorptions-, Polarisations- und Untergrundkorrekturen sowie vielfältige gerätespezifische Faktoren zusammen [3]. Die Größe $P_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}})$ hat hingegen die Bedeutung einer PF-Dichtefunktion, welche entsprechend

$$\hat{P}_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) = \frac{2\pi P_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}})}{\int_{\beta_{\text{PF}}=0}^{2\pi} \int_{\alpha_{\text{PF}}=0}^{\pi/2} P_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) \cos(\alpha_{\text{PF}}) d\alpha_{\text{PF}} d\beta_{\text{PF}}} \quad (2.31)$$

in die normierte PF-Dichtefunktion $\hat{P}_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}})$ mit der (sie definierenden) Normierungsbedingung

$$\int_{\beta_{\text{PF}}=0}^{2\pi} \int_{\alpha_{\text{PF}}=0}^{\pi/2} \hat{P}_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) \cos(\alpha_{\text{PF}}) d\alpha_{\text{PF}} d\beta_{\text{PF}} \stackrel{!}{=} 2\pi \quad (2.32)$$

anhand des halben Raumwinkelwertes von 2π übergeht.

2.5.2 Berechnung der Orientierungsverteilungsfunktion

Der, für die quantitative Texturanalyse (QTA) wichtige Zusammenhang zwischen der o.g. normierten PF-Dichtefunktion $\hat{P}_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}})$ und der ODF $f(g)$ besteht nun über die Beziehung

$$\frac{dV}{V} = \frac{\hat{P}_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) \cos(\alpha_{\text{PF}}) d\alpha_{\text{PF}} d\beta_{\text{PF}}}{2\pi}, \quad (2.33)$$

welche schließlich mit (2.26) in die Relation

$$\hat{P}_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\chi=0}^{2\pi} f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2) d\chi \quad (2.34)$$

mündet. χ bezeichnet dabei den Rotationswinkel um die festgehaltene, mit $\langle hkl \rangle$ angegebene kristallografische Richtung [75].

Werden nun die gesuchte Funktion $f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$ in einer Art harmonischer Methode in verallgemeinerte Kugelfunktionen sowie die gemessenen Werte $\hat{P}_{(hkl)}(\alpha_{\text{PF}}, \beta_{\text{PF}})$ in Kugelflächenfunktionen entwickelt, so liefert die Verwendung beider Resultate in (2.34) ein System linearer Gleichungen für die unbekanntenen Entwicklungskoeffizienten von $f(\varphi_1, \Phi, \varphi_2)$, welches mit der Kenntnis (Messung) genügend vieler PF Daten gelöst werden kann und die gesuchte ODF ergibt.

Obige Methode gehört zu der Klasse der sog. Reihenentwicklungsmethoden. Eine weitere Klasse bezeichnet die, der sog. diskreten Methoden zur Berechnung der ODF. Ein Beispiel dafür, die Methode der sog. zufällig definierten Zellen (*arbitrarily defined cells* (ADC))

nach [149], basiert auf einer zufälligen Teilung des EULERRaumes (in Zellen) und der entsprechenden Zuweisung der ODF Werte (in diesen Zellen) anhand der Daten der zerlegten PF Hemisphäre. Dabei verwendet die ADC Methode die Formel der totalen Wahrscheinlichkeit der mathematischen Stochastik [95] um die Anzahl der Zellklassen zu reduzieren. Im Falle der Standarddiskretisierung der PF Daten in $\Delta\alpha_{PF} = \Delta\beta_{PF} = 5^\circ$ entsteht somit beispielsweise eine entsprechende Diskretisierung der ODF von $\Delta\varphi_1 = \Delta\Phi = \Delta\varphi_2 = 5^\circ$, d.h. eine Anzahl von 6859 Zellen z.B. für ein Material kubischer Kristall- und orthorhombischer Probensymmetrie [149].

Mittels der obigen Zusammenhänge kann somit die Textur eines untersuchten Werkstoffes entsprechend anhand mehrerer PFn bzw. (vollständigerweise)¹⁶ der ODF repräsentiert und analysiert werden.

2.5.3 Zweidimensionale RÖNTGENografische Texturanalyse

Die Besonderheit der zweidimensionalen RÖNTGENografischen Texturanalyse (XRD²-ta) (*two-dimensional X-ray diffraction texture analysis*), und der damit entscheidende Unterschied zur konventionellen RÖNTGENografischen Texturanalyse (konventionelle RÖNTGENografische Texturanalyse (cXRD-ta)), besteht in der Verwendung eines Flächendetektors (2D Detektors) anstelle von Punkt- (0D) oder Liniendetektoren (1D) zur Messung der von der Probe propagierten Beugungssignale und der damit verbundenen alternierten Messdurchführung und -auswertung sowie der entsprechend hier kurz erwähnten Vorteile gegenüber der cXRD-ta [3].

Zum Einen ist bei der Verwendung eines 2D Detektors die simultane Aufnahme einer deutlich größeren Datenmenge möglich, da die Messung nicht wie im cXRD-ta Falle nicht nur auf die entsprechende Diffraktometerebene (vgl. **Abbildung 2.7**) beschränkt ist. Dadurch folgt ein zeitlicher sowie statistischer Zugewinn. Insbesondere können somit auch instantan mehrere PFen (auch mehrerer Phasen) aufgenommen werden, so dass weiterhin eine Untersuchung der respektiven Orientierungsbeziehungen über sog. kombinierte PF Daten z.B. bei Messung an multiplen Dünnschichtsystemen möglich ist [3]. Zum Anderen können bereits aus den Rohmessdaten, d.h. den aufgenommenen 2D Pattern, und damit nach sehr kurzen Messzeiten (und insbesondere auch zunächst ohne Messauswertungsaufwand durch reine, direkte Beobachtung) qualitative Aussagen beispielsweise über Mikrostruktur (GK oder feinkörnig (FK))¹⁷ und Textur (schwach oder stark bevorzugte Orientierung)¹⁸ gemacht werden. Angesichts der o.g. Vorzüge bei der Anwendung der XRD²-ta für die in der vorliegenden Arbeit fokussierten Problemstellungen wurde diese Methodik mittels des XR μ D² Messsystems als *two-dimensional X-ray microdiffraction texture analysis* (XR μ D²-ta) umgesetzt.

¹⁶Die reine Angabe weniger PFen (allein) genügt allenfalls für qualitative Texturaussagen, während z.B. die Haupttexturkomponenten damit nicht genau ableitbar sind [142].

¹⁷der Grad der sog. *spottiness* („Fleckigkeit“) des 2D Patterns korreliert mit jenem der Grobkörnigkeit

¹⁸der Grad der γ Abhängigkeit von $I_{(hkl)}(\gamma)$ (d.h. die Belegungsdichte auf einem DEBYE-SCHERRER Ring) gibt Auskunft über die Texturstärke

3. Experimentelles

AN dieser Stelle werden Details zu den untersuchten SPD Methoden und Materialien insbesondere hinsichtlich der Prozessierung Letzterer gegeben (**Abschnitt 3.1**). Ferner werden für die Analysen notwendige präparative Präliminarien genauer beschrieben (**Abschnitt 3.2**) sowie alle im Rahmen dieser Arbeit verwendeten experimentellen Methoden, insbesondere jene des speziellen XRμD² Messsystems vorgestellt (**Abschnitte 3.3** und **3.4**).

Eine Auswahl der in diesem Kapitel abgedruckten Inhalte ist bereits publiziert [7,8].

3.1 Material

3.1.1 Ti/Al Verbundmaterial

3.1.1.1 ASB Prozess des Ti/Al Verbundmaterials

Ein im Rahmen dieser Arbeit untersuchter Materialverbundwerkstoff, der auch im Folgenden schwerpunktmäßig behandelt wird, wurde mittels des bereits in **Abschnitt 2.1.3** eingeführten und in **Abbildung 3.1** schematisch skizzierten ASB Verfahren prozessiert [5, 53, 54] und gehört damit zu den nach dem *top-down* Ansatz hergestellten Materialien. Das ASB Verfahren sei kurz erläutert; ausführliche Darlegungen befinden sich in den angegebenen Literaturquellen.

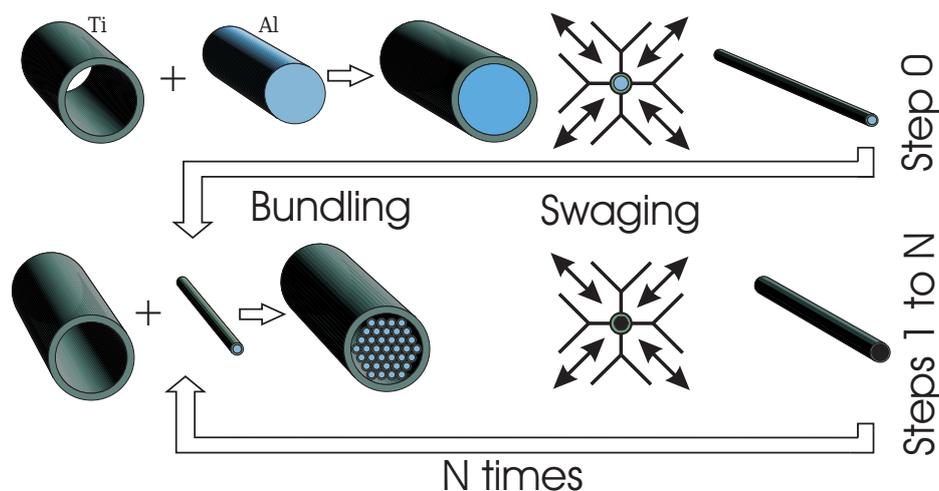


Abbildung 3.1: ASB Prozessschema; nach [5]

Unter Nutzung zweier Rundknetmaschinen (für zwei verschiedene Reduktionsintervalle, vgl. **Tabelle 3.1**) mit jeweils vier konzentrisch angeordneten Hämmerbacken (*four jaw swaging machine*), wurde ein Ti/Al Verbunddraht (im Weiteren mit Ti/Al referenziert) mit einem Initialaußendurchmesser von 24 mm [5,53,54] aus einer Al Stange (Al-Legierung AA 5049¹) und einem Ti Rohr (Ti Grade 1², Wandstärke: 2 mm) hergestellt. Dabei wurde

Tabelle 3.1: Details zum Verformungsprozess laut Maschinendatenblatt [8]

Parameter	Maschine 1	Maschine 2
Leistung / kW	11	2.5
Vorschubgeschwindigkeit / ms ⁻¹	(manuell)	0.5
Umdrehungsgeschwindigkeit / U min ⁻¹	250	750
Anzahl Hübe / min ⁻¹	1650	4000
Anzahl Stiche	12	8
Querschnittsreduktion pro Stich / %	20	20
Initial- .. Endaußendurchmesser /mm	24 .. 6.7	6.7 .. 2.8
Einlaufwinkel der Hämmerbacken / °	–	3

das Al Stangenmaterial in das Ti Rohr eingeführt und durch mehrere Stiche bei jeweils 20%iger Reduktion der Querschnittsfläche auf einen Endaußendurchmesser 2.8 mm umgeformt. Dieser Verformungszustand, folgend mit Ti/Al 0 bezeichnet, korrespondiert mit einer wahren Dehnung $\eta_{\text{Ti/Al } 0}$ von

$$\eta_{\text{Ti/Al } 0} := \ln \left(\frac{A_i}{A_f} \right)_{\text{Ti/Al } 0} \approx 4.3 \quad (3.1)$$

der Verbundquerschnittsfläche mit den Größen der initialen bzw. verformten Querschnittsfläche A_i bzw. A_f . $\eta_{\text{Ti/Al } 0}$ kann in Anlehnung an vorige Arbeiten [5,53,54] in diesem Sinne synonym als Umformgrad bezeichnet werden, wohl wissend, dass dieser Begriff dem Gesamtverbund zugeordnet ist und in dieser Form streng genommen nach (3.1) nur für den Verformungszustand Ti/Al 0 (und nicht mehr für die folgenden Ti/Al 1, 2, ... Verbunde, d.h. nicht mehr für $\eta_{\text{Ti/Al } 1}$, $\eta_{\text{Ti/Al } 2}$, ...) gilt, wie im Folgenden verdeutlicht wird.

Der resultierende Verbunddrahtstapel, der entsteht, wenn der Ti/Al 0 Verbund in 37 Teile geschnitten und diese dann zu einem hexagonalen Arrangement zusammengestapelt werden, wird nun für den nächsten Verformungszustand wiederum in ein Ti Rohr gleicher Ausgangsdimension eingepasst, bevor der ASB Prozess fortgesetzt wird und (bei jeweils einem Endaußendurchmesser von etwa 2.8 mm) die Verformungszustände Ti/Al 1, Ti/Al 2, ... mit $\eta_{\text{Ti/Al } 1} \approx 8.4$, $\eta_{\text{Ti/Al } 2} \approx 12.4$, ... entstehen. Insofern ist dieser Verformungsprozess ein zyklischer und (theoretisch) unendlich fortsetzbarer Prozess. Die Zahl N in Ti/Al N gibt hierbei die Anzahl der angewandten ASB Prozessschritte (vgl. **Abbildung 3.1**) und die damit pro Schritt resultierende Zahl der eingestapelten 37^N Ti/Al Filamente an. Bei der o.g. Prozedur werden also stets neue (bisher unverformte) Bereiche in den Verbund eingebracht, so dass die Zuordnung eines einheitlichen Umformgrades nicht möglich

¹Guss am Institut für Festkörper- und Werkstofforschung (IFW) Dresden (*Leibniz Institute for Solid State and Materials Research Dresden*); Al 96.8 %, Mg 2.2 %, Mn 0.4 %, Fe 0.2 %, Si 0.1 %

²extrudiert und tiefgebohrt, kommerziell erhältlich bei der Firma Plansee; Ti 99.995 %

ist. Da zur Übersichtlichkeit dies jedoch wünschenswert ist, folgen die Bezeichnung und Bedeutung der η Werte in dieser Arbeit den in [53] eingeführten.

Um auf der einen Seite Öl-Anhaftungen, Verunreinigungen und Oxidschichtbildung zu minimieren und auf der anderen Seite die Kaltverschweißung der neuen Oberflächen zu verbessern, wurde das Verformungsmaterial vor jedem Prozessschritt entgratet, gereinigt und gebeizt. Detailliertere Angaben finden sich z.B. in [53].

Tabelle 3.1 enthält weitere interessante Details über den ASB Prozess: Mit der Annahme vernachlässigbarer Reibung zwischen den Hämmerbacken und dem Material, folgt aus der Relativbewegung dieser beiden die Anzahl der (Hammer-)Hübe pro Umdrehung, die das Material erfährt: etwa 6.6 bzw. 5.3 bei Maschine 1 bzw. 2. Somit ist der Rotationswinkel zwischen zwei Hüben mit 54.5° bzw. 67.5° abschätzbar. Optische Mikroskopie (OM) Aufnahmen in [54] lassen jedoch gewisse auftretende Schereinflüsse am äußeren Rand des Materialverbundes wg. nicht vernachlässigbarer Reibung vermuten, die entsprechend die o.g. Anzahl der Hübe pro Umdrehung leicht verringert. Aus diesem Grund wurde der ASB Prozess in einem reversierenden Modus durchgeführt [5, 53], bei dem der Materialverbund beim jeweils nächsten Stich in entgegengesetzter Orientierung eingeführt wurde, um dadurch die akkumulierte Scherung (*accumulative shear amount*) möglichst gering zu halten.

Obwohl das ASB Verfahren bei Raumtemperatur durchgeführt wird, erhitzt sich der Materialverbund (moderat im Vergleich z.B. zur Rekristallisationstemperatur von Al von etwa 350°C [150]) während der Verformung. Die maximale Verformungstemperatur für den Ti/Al Verbund wurde dazu empirisch mittels eines ASB Stahlkomposits abgeschätzt. Für letzteren, als in diesem Sinne obere Grenze betrachteten Verbund ergaben sich Werte von unterhalb 300°C [53].

Weitere elaboriertere Angaben zum ASB Prozess und Material finden sich in [5, 53, 54].

3.1.1.2 ARB Prozess des Ti/Al Verbundmaterials

Ein weiteres Ti/Al Verbundmaterial wurde entsprechend der in [6, 47, 49–51, 81] beschriebenen ARB Prozessierung hergestellt (vgl. **Abbildung 3.2**). Dabei konnten Untersuchungen zur Mikrostruktur sowie zu lokalen Textur- und Spannungsverteilungen beider

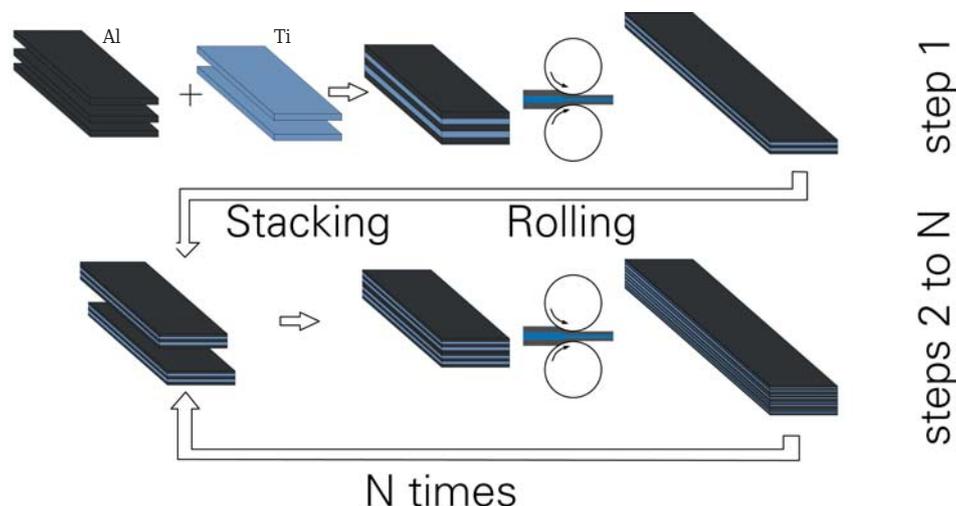


Abbildung 3.2: ARB Prozessschema; nach [6]

Phasen simultan mit Hilfe einer eigens entwickelten Präparationsmethode [49, 50] realisiert werden. Die Ausgangsmaterialien Al und Ti für die ARB Komposite entsprachen den für die ASB Verbunddrähte in **Abschnitt 3.1.1.1** genannten [47]. Die Stapelfolge zu Beginn des ARB Verformungsprozesses wurde hinsichtlich eines verbesserten „Bondings“ zu Al/Ti/Al/Ti/Al gewählt. Die Stichabnahme von 50 % bei Raumtemperatur an einer Quarztalze führte bereits durch die geometrische Reduktion in Blechnormalenrichtung pro Zyklus zu einer Verformungsdehnung von mindestens 0.8. Aufgrund auftretender Scherkräfte, die insbesondere Auswirkung auf die mikrostrukturelle und texturale Entwicklung haben, ist der tatsächliche Umformgrad allerdings deutlich höher als der o.g. Betrag [47]. Die prozessierten ARB Bleche wiesen eine signifikant gesteigerte Festigkeit bei nur geringem Duktilitätsverlust auf. Weitere Details insbesondere zum ARB Material und Prozess im Allgemeinen, sowie zu den Ergebnissen im Speziellen hinsichtlich der Entwicklung der Mikrostruktur, Textur, Spannung und der mechanischen Eigenschaften sind in der o.g. Literatur angegeben.

3.1.2 Weitere untersuchte Materialien

3.1.2.1 ASB Ti/Ti, Al, Ti/Mg

Neben den in **Abschnitt 3.1.1.1** beschriebenen ASB Ti/Al Verbunddrähten wurden weitere Materialkombinationen ASB prozessiert. Dies erfolgte stets sehr analog der, im o.g. **Abschnitt** beschriebenen Prozedur und soll an dieser Stelle daher nicht weiter ausgeführt werden.

Während die ASB Ti/Ti bzw. ASB Al (ohne Ti Hülse) Verbunddrähte jeweils als respektives (einphasiges) Referenzsystem für den (zweiphasigen) ASB Ti/Al Verbund verwendet und diesbezüglich u.A. in den **Abschnitten 4.2.2.2.1.2, 4.2.2.2.2** genauer untersucht werden, wurde der ASB Ti/Mg Verbund als Alternativkomposit aus rein hexagonalen Materialbestandteilen hergestellt und soll daher an gesonderter Stelle betrachtet werden.

3.1.2.2 ED Ni-Fe

Neben dem o.g. schwerpunktmäßig untersuchten Ti/Al Verbundmaterial wurde weiterhin ein UFK Werkstoff als Beispiel für ein *bottom-up* Verfahren untersucht. Eine Platte dieses durch das bereits genannte ED Verfahren hergestellten UFK ED Ni-5at.%Fe Polykristalls wurde von der Firma Mathieu GmbH (Saarlouis) erworben und elektro-erosiv geschnitten. Die Ergebnisse der Element-, Textur- und (in situ) Spannungsanalyse sind in **Abschnitt 4.3.1.2** angegeben und diskutiert.

Innerhalb dieser Arbeit eignete sich das Material hinsichtlich dessen vorliegender Mikrostruktur insbesondere zur in situ XRD²-sa und wurde daher vor Allem für in o.g. **Abschnitt** beschriebene Test- und Kalibrierungszwecke der XRD²-sa am XRD² verwendet.

3.1.2.3 HPT Pd-Au

Als weiteres Beispiel für die Kombination der beiden Ansätze *bottom-up* und *top-down* wurden innerhalb dieser Arbeit SPD Materialien untersucht, welche mit Hilfe eines (quasi-

hydrostatischen) HPT Prozesses aus einem zunächst mittels IGC produzierten, kompaktifizierten NK Pulverrohmaterials hergestellt wurden. Details hierzu können z.B. [151] entnommen werden. Dazu wurden NK Pd-Au Proben unterschiedlicher Zusammensetzung (Au-Atomprozente: ca. 10%; in Folgestudien wurden weiterhin auch 90% verwendet) und Mikrostruktur (mittlere Initial-KG 16 nm bzw. 10 nm) hinsichtlich der Texturentwicklung (i) über den Probenquerschnitt (an verschiedenen radialen Positionen r) und (ii) bzgl. unterschiedlicher Umformungsgrade entsprechend der jeweiligen wahren akkumulierten (Scher-)dehnung γ_{HPT} (*true accumulated shear strain*) nach [37, 152]

$$\gamma_{\text{HPT}} = \frac{\pi}{180^\circ} \Theta_{\text{HPT}} \frac{r}{h_{\text{HPT}}} \quad (3.2)$$

aufgrund der verwendeten Werte des HPT Drillwinkel Θ_{HPT} (in $^\circ$) untersucht. h_{HPT} bezeichnet in (3.2) die HPT Probendicke.

Anhand des erstellten Zusammenhanges zwischen den o.g. Untersuchungen und jenen der LPA sowie der viskoplastisch selbstkonsistenten (*viscoplastic self consistent* (VPSC)) Textursimulation konnte ein umfassenderes Verständnis und konsistenteres Bild der Nanoplastizität von kubisch flächenzentrierten (*face-centered cubic* (fcc)) Metallen entwickelt werden [151].

3.2 Probenpräparation, Messstrategie und verwendete Probenkoordinatensysteme

3.2.1 Ti/Al Verbundmaterial

Um die lokalen Textur- und Spannungsverteilungen (i) örtlich und (ii) bzgl. des Verformungsgrades/Verformungszustandes auflösen zu können, wurden repräsentative Querschnitts- und Längsschnittsproben der drei Verformungszustände Ti/Al 0-2 entnommen. Da diese Zustände auch für mikrostrukturelle Untersuchungen mittels Rasterelektronenmikroskopie (REM) (vgl. **Abschnitt 3.3.6**) interessant waren, entsprach der Präparationszustand den Anforderungen an eine mechanische und elektrolytische Politur (gemäß den Angaben in z.B. [53]) dieser vergleichsweise oberflächensensitiven Methode.

Abbildung 3.3 zeigt die entsprechend der angegebenen Messpfade mittels des XR μ D² Messsystems analysierten Probenzustände des Ti/Al Verbundwerkstoffes und den äußeren Bezugsrahmen des lokalen PKS \mathcal{S} . Alle Ergebnisse dieses Materialkomposites innerhalb dieser Arbeit gelten entsprechend bzgl. dieses Referenzsystems, falls nicht anders angegeben.

3.2.2 Ni-Fe

3.2.2.1 Probenpräparation für Rasterelektronenmikroskopie

Zur Vorbereitung der für die REM Untersuchungen notwendigen mechanischen und elektrolytischen Politur des UFK ED Ni-5at.%Fe wurden Rohlinge dessen entsprechend [153] zunächst in die Lösung-Pulver Einbettkombination Struers Citofix/Durofix-2 Liquid und



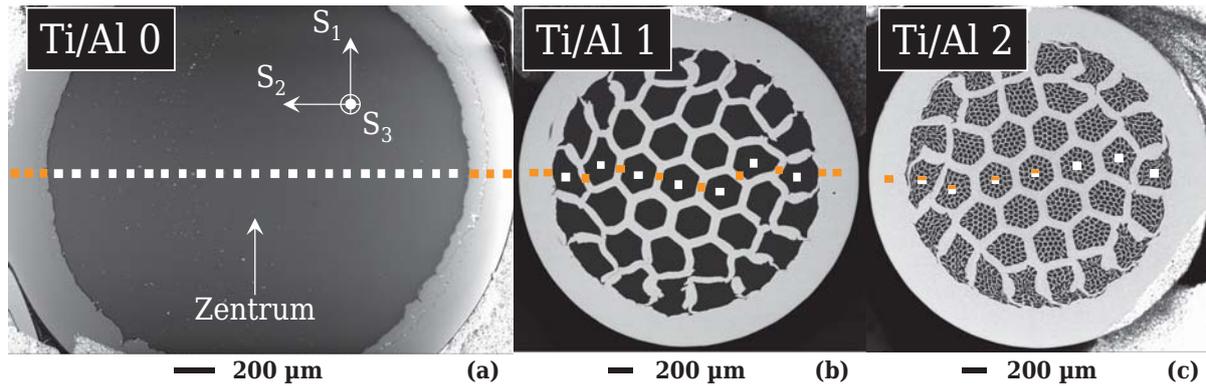


Abbildung 3.3: Messpfad-Positionen auf den Querschnitten der Ti/Al 0-2 Kompositdrähte; nach [7]

Struers Citofix/Durofix-2 Powder kalt eingebettet. Diese Kalteinbettung war einerseits eine – angesichts der Genauigkeitsanforderungen des REMs vom Typ Zeiss Ultra 55 (Institut für Strukturphysik (ISP) (*Institute of Structural Physics*), Technische Universität Dresden (TUD)) – notwendige Bedingung für eine maschinelle Präparation und verhinderte andererseits eine ungewollte thermische Vorbehandlung wie etwa beim Warmeinbetten. Die härtungsbedingte Erwärmung der Kalteinbettung garantierte eine Temperaturbelastung $< 60\text{ °C}$. Danach wurden die Proben mit einer Buehler Metaserv Motopol 12 maschinell mit SiC-Papier steigender Körnung (1000/2400/4000, Druck jeweils 20 lbf³, Rotationsgeschwindigkeit ca. 120 U min⁻¹) geschliffen, mit Tonerde (Körnung 0.3 µm) bei fallendem Andruck (25/20/15/10 lbf) jeweils 5 min mechanisch poliert und schließlich bei niedrigem Druck (10 lbf) 10 min mit Wasser gespült.

Es erwies sich vor Allem in Hinblick auf das Auflösungsvermögen des benutzten REMs für die mikrostrukturellen Untersuchungen als notwendig, im Anschluss an die mechanische Politur eine elektro-chemische durchzuführen. Die Parameter der verwendeten Struers LectroPol-5 wurden folgendermaßen gewählt: Polierspannung 8 V, Temperatur 10 °C, Flussrate 10 (gerätspezifisch) und Polierintervall 30 s. Der verwendete Elektrolyt hatte dabei die folgende Zusammensetzung: 460 ml Schwefelsäure (H₂SO₄, 95..97 %), 80 ml Essigsäure (C₂H₄O₂, 99.8 %) sowie 460 ml destilliertes Wasser. Den elektrischen Kontakt zwischen Probe und Anode der Poliereinrichtung hielt ein eingebetteter Kupferstempel aufrecht.

Bevor die Proben dann im REM untersucht werden konnten, wurden sie aus der Einbettung mechanisch herausgelöst und im Ultraschallbad Bandelin Sonorex Super RK 106 mit Aceton (CH₃COCH₃), Äthanol (C₂H₅OH) und destilliertem Wasser gereinigt und anschließend Reste an der Probenoberfläche mittels eines kohlenstoffbasierten Reinigungssprays, dem Soennecken Spray Duster, entfernt.

3.2.2.2 Probenpräparation für (in situ) Spannungsanalyse

Aufgrund der im Vergleich zu XRD Methoden deutlich höheren Oberflächensensitivität der REM⁴, war der präparative Aufwand für die zur (in situ) XRµD²-sa verwendeten Proben erheblich reduziert.

³Anpressdruck in denselben Einheiten wie an der Maschine angegeben; 1 lbf \approx 4.45 N

⁴REM Eindringtiefen typischerweise im Bereich mehrerer nm, anstelle des µm Bereichs der XRD

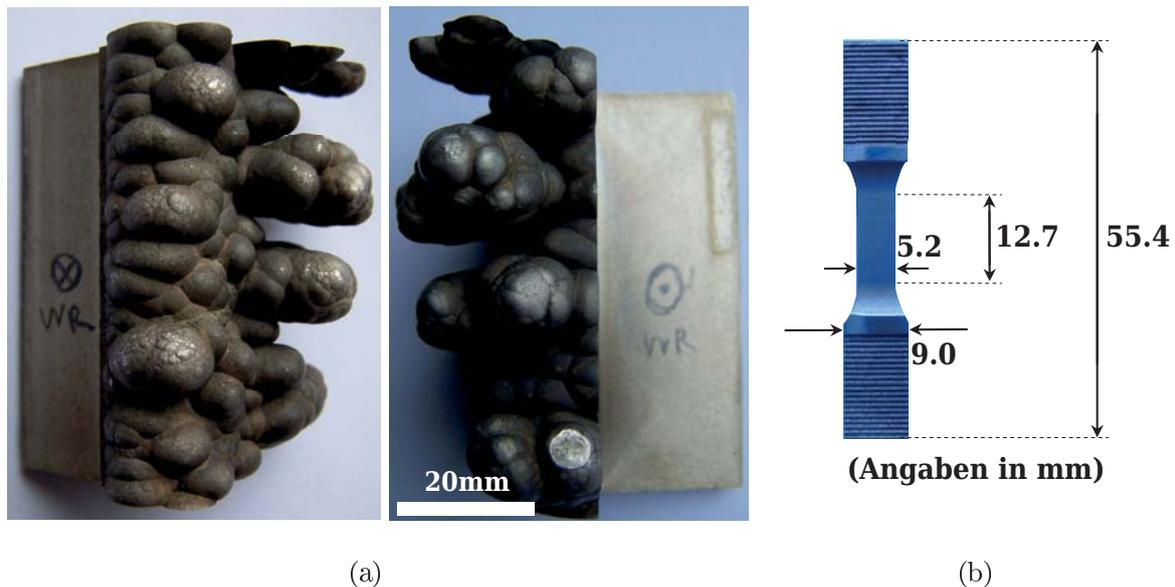


Abbildung 3.4: Proben des UFK ED Ni-5at.%Fe: (a) Randbereich der ED Ni-5at.%Fe-Platte, (b) präparierte Zug/Druck-Probeform für (in situ) XRD-Experimente

Abbildung 3.4 zeigt eine der für die (in situ) XRD-Experimente verwendeten Zug/Druck-Probeformen (**Abbildung 3.4(b)**) des UFK ED Ni-5at.%Fe inkl. deren Abmessungen, welche aus der bereits erwähnten ED Ni-5at.%Fe-Platte (**Abbildung 3.4(a)**) mittels Elektroerosion herauspräpariert wurde.

Das der (in situ) XRD-Experimente zugrundeliegende PKS ist in **Abbildung 3.10** in **Abschnitt 3.3.5.2** angegeben.

3.2.3 Pd-Au

Sowohl die IGC Proben des (nicht verformten) Initialzustandes als auch die entsprechend umgeformten HPT Proben wurden mechanisch poliert und elektrolytisch geätzt, so dass (bei der Deformation) beschädigte Oberflächenschichten (Störschichten) präparativ entfernt wurden [151]. Diesem Zustand entsprechend konnten am XRD-Messsystem entlang eines radialen Messpfades – in analoger Weise wie für das Ti/Al Verbundmaterial in **Abschnitt 3.2.1** geschildert – lokale Untersuchungen durchgeführt werden.

3.3 Experimentelle Methoden

Die in dieser Arbeit angewandten Methoden mittels RÖNTGEN- (TA und SpA), Neutronen- (nur TA) bzw. Synchrotronstrahlung (nur TA) gehören der Klasse der (zerstörungsfreien) Beugungsmethoden an. Neben den daher intrinsischen Gemeinsamkeiten der physikalischen Grundlagen dieser Verfahren (s. z.B. [65, 146]) ergeben sich aus den spezifischen

Unterschieden der Entstehung, Art und Eigenschaften der jeweils genutzten Strahlung allerdings entsprechend u.A. verschieden bevorzugte Anwendungssituationen. An dieser Stelle sei nur eine Auswahl wesentlicher Unterschiede hervorgehoben und für detaillierte Grundlagen, technische Neuerungen und Anwendungen (als z.B. in **Abschnitten 2.3** und **2.5** dargelegt) auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen.

3.3.1 Neutronenbeugung

3

Hinsichtlich der meist beschränkten Messmöglichkeiten (geringe⁵ Verfügbarkeit der Laboren, hohe Konkurrenz unter den Messzeitantrag stellenden Nutzern) für Neutronenstrahlung besitzen die RÖNTGENografischen (Labor-)Messstandorte einen generellen und vielleicht an erster Stelle zu nennenden kapazitativen Vorteil.

Davon abgesehen hat die Neutronenbeugung vor Allem angesichts des geringeren Wechselwirkungsquerschnittes der Neutronenstrahlung und der damit verbundenen höheren Eindringtiefe in die Materie – verglichen mit der mit (Hüllen-)Elektronen wechselwirkenden RÖNTGENstrahlung, interagieren Neutronen hauptsächlich mit den Atomkernen – Vorteile bei Anwendungsproblemen wie z.B. der Bestimmung einer mittleren Globaltextur (auch: Makrotextur) bzw. eines globalen Spannungszustandes unregelmäßig geformter, GK oder poröser Werkstoffe [146]. Insofern ist die Betriebsart der Neutronenbeugung üblicherweise die Beugung in Transmission (im Vergleich zur in Reflexion betriebenen XRD), wodurch die aus der Messung erhältliche Information über das untersuchte Material eine globale (statt lokale) Aussage zulässt. Typischerweise ist das zur Beugungsintensität beitragende Probenvolumen bei Experimenten mittels Neutronenbeugung von der Größenordnung einiger cm^3 ; im Vergleich zu mm^3 im Falle der cXRD [146, 154, 155].

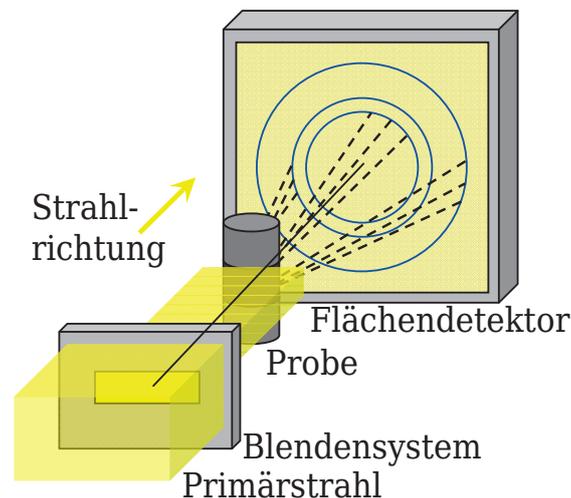


Abbildung 3.5: Prinzip der Neutronen-/Synchrotronbeugung in Transmission

Der prinzipielle Aufbau eines möglichen Beugungsexperiments (in Transmission) mittels Neutronenstrahlung ist in **Abbildung 3.5** gezeigt und unterscheidet sich insofern von der Beugung in Reflexion der XRD.

⁵zeitliche und örtliche

Weiterhin ist die Nutzung der Neutronenstrahlung im Falle der Untersuchung von Materialien mit geringer Kristallsymmetrie und von Multiphasensystemen nicht zuletzt wg. der höheren spektralen Auflösung sowie der praktischen θ -Unabhängigkeit der Beugungsamplitude von Vorteil. Seit den ersten Experimenten mit Neutronenbeugung in den 1950er Jahren kommen außerdem zunehmend elaboriertere Anwendungssituationen und Methoden [154–162], wie z.B. jene der Flugzeit (*time-of-flight*; vgl. z.B. [146, 156, 157, 162]), zum Einsatz.

Im Prinzip ist allerdings die PF Analyse (vgl. **Abschnitt 2.5.1**) mittels Neutronenbeugung, für welche Letztere im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich benutzt wurde, jener der XRD äquivalent [146], so dass sowohl vorangegangen (**Abschnitt 2.5**) als auch im Folgenden (**Abschnitte 3.3.4**) kein Bedarf für eine im Detail separate Darstellung besteht.

3.3.2 Synchrotronbeugung

Einige der in **Abschnitt 3.3.1** dargelegten Sachverhalte gelten auch für die – im Rahmen dieser Arbeit ebenso ausschließlich für die TA genutzte – Synchrotronbeugung. So gilt z.B. der erwähnte kapazitative Nachteil entsprechend auch für den Fall der Nutzung von Synchrotronstrahlung. Desweiteren entspricht die Synchrotronstrahlung, welche seit ihrer erstmaligen prinzipiellen Beschreibung [163] über die Entwicklung der Strahlungsquellen erster (1960er; DORIS I) zweiter (1970er; DORIS II/III, BESSY), dritter (1980er/1990er; BESSY II, ESRF, APS) und vierter Generation (2000er; Freie-Elektronen-Laser) bis heute intensives Forschungsfeld ist [164], ihrer Entstehung nach einer speziellen Art der RÖNTGENstrahlung, zu deren Besonderheiten die folgenden Eigenschaften zählen [165]:

- großer verfügbarer kontinuierlicher Wellenlängenbereich: von ca. 10^{-4} m bis unterhalb 10^{-10} m (Terahertz- bis harte RÖNTGENstrahlung)
- hohe spektrale Brillianz B_{sp}
- gebündelter und gepulster Strahlungsaustritt

Mittels eines Monochromators kann aus dem kontinuierlichen Wellenlängenbereich entsprechend eine einzelne Wellenlänge selektiert werden. Weiterhin versteht man unter der spektralen Brillianz B_{sp} das für die Bewertung einer Strahlungsquelle wichtige Merkmal [166]

$$B_{\text{sp}} := \frac{\Delta N_{\text{ph}}}{t \cdot A \cdot \Delta\Omega \cdot \left| \frac{\Delta E}{E} \right|} = \frac{\dot{N}_{\text{ph}}}{A \cdot \Delta\Omega \cdot \left| \frac{\Delta E}{E} \right|}, \quad (3.3)$$

welches – anhand des Größenverhältnisses der Anzahl ΔN_{ph} der Photonen pro Zeit t , Fläche A und Raumwinkel $\Delta\Omega$ innerhalb einer Bandbreite $\left| \frac{\Delta E}{E} \right|$ (Energiebereich bzw. Wellenlängenbereich)⁶ – Auskunft über die Bündelung eines elektromagnetischen Strahls gibt.

⁶ $\left| \frac{\Delta E}{E} \right|$ entspricht nach der sog. PLANCKrelation $E = h_{\text{Pl}} \nu_{\text{Ph}} = \frac{h_{\text{Pl}} c}{\lambda}$ [167] mit dem PLANCKschen Wirkungsquantum h_{Pl} , der Frequenz ν_{Ph} der Photonen und der Lichtgeschwindigkeit c einem Wellenlängenbereich $\left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right|$.

\dot{N}_{ph} bezeichnet dabei den Photonenfluss pro Sekunde. Die Einheit $[B_{\text{sp}}]$ der spektralen Brillianz B_{sp} wird mit 1 Sch („Schwinger“) bezeichnet und setzt sich gemäß (3.3) entsprechend

$$[B_{\text{sp}}] = \frac{1 \text{ Photon}}{s \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{mrad}^2 \cdot 0.1 \% \text{ Bandbreite}} =: 1 \text{ Sch} \quad (3.4)$$

zusammen. Während B_{sp} konventioneller RÖNTGENröhren in der Größenordnung von ca. 10^7 Sch und neuere Mikrofokusröhren bei ca. 10^{10} Sch liegen, übertreffen die Synchrotronstrahlungsquellen dritter Generation Letztere um einen Faktor von etwa 10^{10} [168]. Diese erhebliche Steigerung der B_{sp} resultiert dabei aus dem Prinzip der Strahlungsentstehung und ist der Strahlkonzentration in Vorwärtsrichtung als Folge der relativistischen Aberration zu verdanken: Durch Verwendung hochrelativistischer Elektronen (Energien von ca. 6 GeV) kann $\Delta\Omega$ der Synchrotronstrahlungsquelle im Vergleich zur konventionellen RÖNTGENstrahlungsquelle um den o.g. Faktor reduziert werden. Daraus folgt insbesondere auch eine erreichbare geringe Winkeldivergenz kleiner als 2 mrad [146].

Der prinzipielle Aufbau eines möglichen Beugungsexperiments (in Transmission) mittels Synchrotronstrahlung ist wiederum mit dem der Neutronenstrahlung und entsprechend mit dem Schema in **Abbildung 3.5** identisch. Folglich ist analog **Abschnitt 3.3.1** das Prinzip der PF Analyse mittels Synchrotronbeugung jenem der XRD äquivalent [146].

Interessant ist allerdings die Synchrotronstrahlung wie o.g. insbesondere hinsichtlich ihrer Anwendung für Experimente mit hoher örtlicher sowie zeitlicher Auflösung wie z.B. bei in situ Untersuchungen chemischer/biologischer Prozesse. Desweiteren bietet die Synchrotronbeugung aber aufgrund der erreichbaren höheren Eindringtiefe (bis zu cm im Vergleich zur Größenordnung von etwa $100 \mu\text{m}$ für cXRD [146]) auch Möglichkeiten für globale Analysen. Insofern kann sie als Hybrid zwischen globalen (Makro) und lokalen (Mikro) Methoden verstanden werden, wobei die Kombination hoher Intensität, geringer Strahlgröße (*beam size*) und einstellbarer Wellenlänge entsprechend bedeutend für vielfältige Anwendungssituationen ist [146].

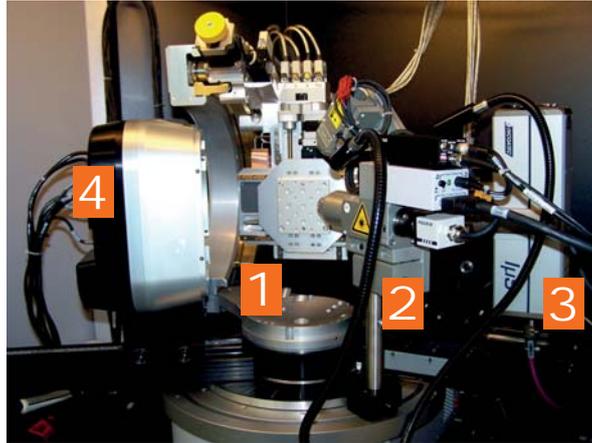
3.3.3 Zum zweidimensionalen RÖNTGENmikrodiffraktometer Messsystem (XR μ D²) für die lokale zweidimensionale RÖNTGENografische Textur- und Spannungsanalyse

3.3.3.1 Ausstattungselemente

Das XR μ D² Messsystem am ISP der TUD basiert auf einem Bruker AXS D8 Discover RÖNTGENDiffraktometer⁷ und ist folgendermaßen ausgestattet (**Abbildung 3.6**):

1. EULERwiege inkl. x-y-z-Probenstisch
2. Laser-Video Justiersystem
3. Mikrofokus-Kleinleistungs-RÖNTGENröhre (*low-power micro-focus X-ray tube Incoatec Microfocus Source (I μ S)*)

⁷finanziert durch den EFRE im Rahmen des Exzellenz-Clusters ECEMP der Sächsischen Exzellenzinitiative


 Abbildung 3.6: XR μ D² Messsystem mit bezeichneten Ausstattungselementen

4. 2D Detektor VANTEC 2000

Insofern entspricht das XR μ D² Messsystem einer benutzer-definierten, erweiterten Konfiguration gemäß **Abbildung 2.8**.

3.3.3.2 Anwendungen, Besonderheiten und spezielle Merkmale

Erstmalig in [8] vorgestellt, konnte das XR μ D² Messsystem bereits in [8] bzw. [7] als für die Untersuchung lokaler Textur- bzw. Spannungsverteilungen bzgl. kleiner bestrahlter Proben volumina (RÖNTGENmikrodiffraction (*X-ray micro diffraction*)) von UFK Mehrkomponentenwerkstoffen geeignet gezeigt werden – angesichts der effektiven und hochpräzisen XR μ D² Mess- und Auswertemethodik auf Basis der XRD² nach [3]; vgl. u.A. **Abschnitt 2.3.3** und **2.5.3**.

Zu den Besonderheiten des XR μ D² Messsystems gehören die beiden, in **Abschnitt 3.3.3.1** genannten Hauptkomponenten, die Mikrofokus-Kleinleistungs-RÖNTGENröhre I μ S und der 2D Detektor VANTEC 2000, welche im Folgenden kurz genauer betrachtet werden sollen.

Die I μ S ist mit einer sog. Quazar [169] MONTEL *multilayer* Optik ausgestattet, wobei dabei die MONTELSpiegel [170–172] als eine spezielle Konfiguration zweier GÖBELSpiegel umgesetzt sind. Für die im XR μ D² Messsystem implementierte I μ S ist diese Quazar Optik in Fokussierstrahlgeometrie mit einer Cu-K α Anode ($\lambda = 1.5418 \text{ \AA}$)⁸ gewählt worden, wonach ein hoher Fluss von $> 10^8$ cps und durch Wahl eines (austauschbaren) Kollimators (Durchmesser Snout 0.020 mm) ein RÖNTGENbrennfleck von ca. 50 μm (Durchmesser) auf der Probenoberfläche bereitgestellt werden kann [173].

Die typischerweise verwendeten Betriebsdaten im Messmodus betragen mit einer Hochspannung von 45 kV und einer Stromstärke von 650 μA eine – im Vergleich üblicherweiser für XRD Anwendungen im Labormaßstab genutzten Geräten – kleine Leistung von 30 W. Dadurch ist als weitere Besonderheit die Luftkühlung der RÖNTGENröhre zu vermerken. Der (maximale) Arbeitsabstand Probe(noberfläche)-Snout beträgt in derzeitiger Konfi-

⁸entsprechend [76] die mit den Intensitätsverhältnissen der Teilprofile Cu-K α_1 und Cu-K α_2 gewichtete Wellenlänge

guration ca. 9 mm. Der damit abschätzbare Wert der Brillianz der verwendeten RÖNTGENRöhre liegt für eine Winkeldivergenz von 7.6 mrad für einen symmetrischen RÖNTGENbrennfleck in der Größenordnung von etwa 10^9 cps/(mm² mrad²).

Der verwendete 2D Detektor VÁNTEC 2000 gehört als sog. *microgap detector* zur Klasse der Halbleiterdetektoren, besitzt eine Detektorfenstergröße von ca. 14×14 cm² und kann in drei verschiedenen (kalibrierbar u.A. hinsichtlich der notwendigen Korrekturen *spatial correction* und *flood field correction* [3]) digitalen Detektorauflösungsmodi (512×512 pixel², 1024×1024 pixel², 2048×2048 pixel²) gefahren werden. Dementsprechend kann ein maximal möglicher Winkelauf Lösungsbereich von $0.1..0.03^\circ$ abgeschätzt werden. Insofern ist dieser gut mit BRAGG-BRENTANO-Geometrien [146] vergleichbar, wohl aber eine Größenordnung oberhalb der Hochauflösungs-XRD, beispielsweise für Anwendungen der LPA. Für die o.g. Abschätzung ist lediglich die Detektorfenstergröße und die Variation des maximal möglichen Detektorabstands D sowie der digitalen Detektorauf Lösung berücksichtigt. Insbesondere verringert sich der o.g. Wert aufgrund der, durch die fokussierende Optik gegebene Winkeldivergenz entsprechend und es muss überprüft werden, inwiefern die Einstellung einer höheren digitalen Detektorauf Lösung sinnvoll ist. Im Falle einer alternativen Parallelstrahl optik mit einer möglichen Winkeldivergenz von 1 mrad können entsprechend höhere digitale Detektorauf Lösungsmodi ausgenutzt werden. Für die in dieser Arbeit gezeigten Untersuchungen wurde der niedrigste Detektorauf Lösungsmodi verwendet, welches höhere Intensitätswerte pro Pixel verursacht und ggf. für die XR μ D²-sa günstig sein kann. Weitere Vorteile des implementierten VÁNTEC 2000 sind durch die vergleichsweise hohen Werte für die lokale und globale Zählrate (10^7 cps/mm² und 10^6 cps) sowie für den dynamischen Bereich (10^9) gegeben [3].

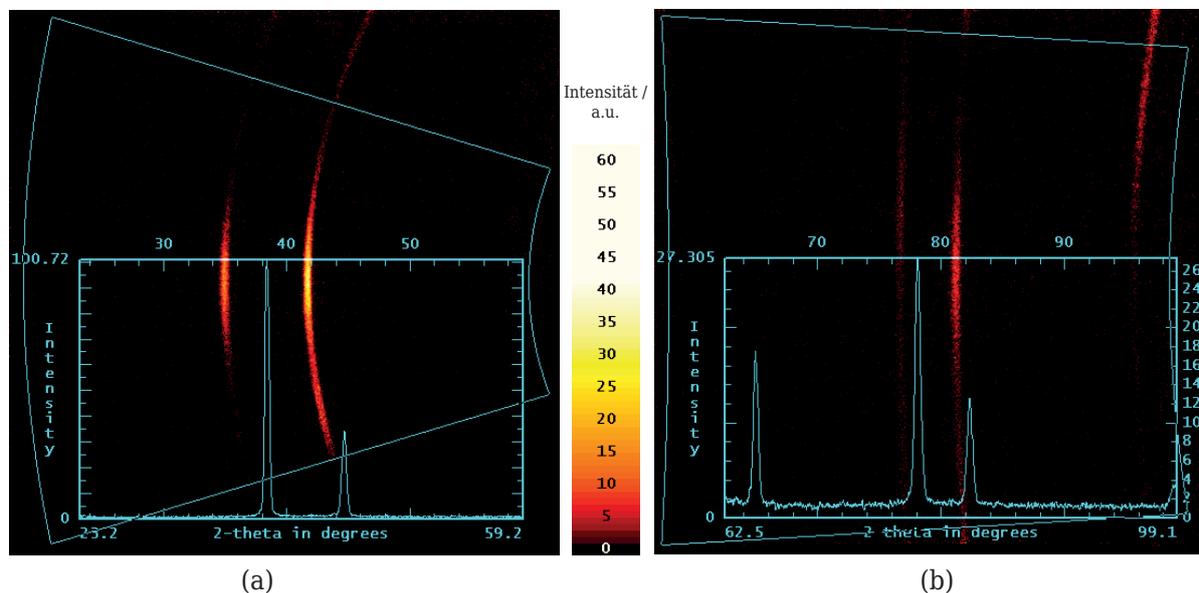


Abbildung 3.7: Mittels XR μ D² aufgezeichnetes 2D Frame bei Messung der Al Phase im Zentrum von Ti/Al 0 mit einer Frame-Messzeit von $t = 30$ s in einem (a) niedrigen ($\alpha_D = 40^\circ$) bzw. (b) höheren Winkelbereich ($\alpha_D = 80^\circ$) inkl. der respektiven, mittels γ -Integration erstellten XRDg

Schließlich besteht noch eine Besonderheit bei der Phasen-, Textur- sowie Spannungsanalyse mittels eines 2D Detektors hinsichtlich der Auswertung der 2D Pattern, die noch

bemerkt werden soll: Da für die entsprechenden Analysen die Entwicklung des Untergrundsignals zur korrekten Beurteilung des Messsignals wichtig ist, liegt entsprechend in der Aufnahme eines gesamten 2D Patterns inkl. Untergrundsignal und den möglichen, zu analysierenden DEBYE-SCHERRER Ringen ein großer Vorteil. Durch das Aufzeichnen sämtlicher sog. *frames* (**Abbildung 3.7**) besteht eine, intrinsisch berücksichtigte Defokussierungskorrektur hinsichtlich des Untergrundes. Insbesondere kommt dies bei der sog. γ - bzw. der sog. 2θ -Integration im Rahmen der Phasen- bzw. Texturanalyse sowie bei der Spannungsauswertung zum Tragen.

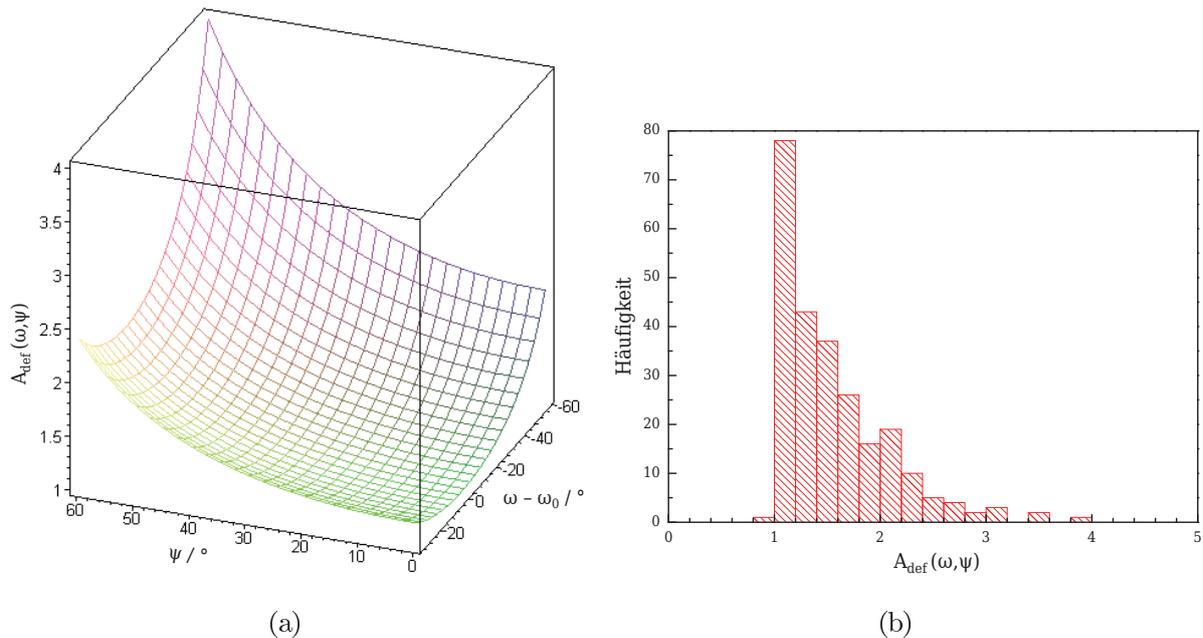


Abbildung 3.8: Zur Abschätzung des Defokussierungsmaßes für einen Messbereich von ca. $(\omega, \psi) = (7..100^\circ, 0..60^\circ)$: (a) $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ Werte, (b) Histogramm zur Häufigkeitsverteilung der $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ Werte

Desweiteren wurden Experimente durchgeführt, um die Defokussierung des RÖNTGENbrennflecks auf der Probe hinsichtlich der verschiedenen Goniometerpositionen in ω und ψ und somit das gegebene maximale örtliche Auflösungsvermögen zu beurteilen. Dazu wurden u.A. Versuche mit Fluoreszenzfolien vorgenommen. Diese lieferten bis dato angesichts der geringen örtlichen Ausdehnung des RÖNTGENbrennflecks und dessen damit verbundener erschwerter Sichtbarmachung keine hinreichend genauen Ergebnisse, weshalb zusätzlich theoretische Betrachtungen hinsichtlich einer Abschätzung des Defokussierungsmaßes angestellt wurden. Zu diesem Zweck wurde von einem, bei senkrechten Strahleinfall symmetrischen RÖNTGENbrennfleck (Ausgangsfläche) auf der Probenoberfläche ausgegangen, welcher aufgrund der Rotationen um ω und ψ jeweils näherungsweise elliptisch verzerrt wird. Diese Abschätzung lieferte eine, diesen Winkeln entsprechende Defokussierungsabhängigkeit des RÖNTGENbrennflecks von

$$A_{\text{def}}(\omega, \psi) := \cos^{-1}(\omega - \omega_0) \cdot \cos^{-1}(\psi). \quad (3.5)$$

$A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ gibt damit eine Näherung für das Defokussierungsmaß der deformierten Fläche des RÖNTGENbrennflecks in Bezug auf dessen Ausgangsfläche, wobei $(\omega, \psi) = (\omega_0, 0^\circ) \approx$

($67^\circ, 0^\circ$) die Einstellung des senkrechten Strahleinfalls bezeichnet. Diese, in (3.5) angegebene Funktionalität $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$, welche im Folgenden als Flächenverzerrungsfaktor bezeichnet werden soll, ist für den „Standard“-Messbereich von etwa $(\omega, \psi) = (7..100^\circ, 0..60^\circ)$ des in Vorwärtsbeugung messenden XRD² Systems in **Abbildung 3.8(a)** dargestellt. Der Maximalwert von $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ liegt demzufolge bei 4 für $(\omega, \psi) = (7^\circ, 60^\circ)$. Nun muss allerdings noch beachtet werden, dass zum Einen z.B. XRD²-ta Messungen (apparativ bedingt) typischerweise nicht an derart kleinen ω Werten erfolgen und zum Anderen die Intensität des RÖNTGENbrennflecks nicht homogen (sondern z.B. GAUSS) verteilt ist, so dass die extremen Werte von $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ – dementsprechend gewichtet – geringer zum Tragen kommen. Insbesondere ist die Häufigkeit solcher $A_{\text{def}}(\omega, \psi)$ Extremwerte bei einer typischen XRD²-ta vergleichsweise gering (**Abbildung 3.8(b)** bei 5° Diskretisierung). Insgesamt entspricht also die Größenordnung der örtlichen Auflösung einem, gegenüber der Ausgangsfläche nur leicht erhöhten Wert.

3.3.4 Zweidimensionale Texturanalyse

In der vorliegenden Arbeit wurde das im vorangegangenen **Abschnitt 3.1** beschriebene Material bzgl. Global- und Lokaltextrur untersucht. Aus den dabei gewonnenen Messdaten (2D Pattern) wurden zunächst PF ermittelt, welche als Grundlage der Berechnung der ODF (vgl. **Abschnitt 2.4.2**) dienen. Letztere wurde dabei nach der ADC Methode [149] mittels LaboTex Software durchgeführt. Für die QTA wurden iPython-basierte Datenauswertungsprogramme entwickelt. In den folgenden **Abschnitten** befinden sich genauere Angaben z.B. zu den materialspezifisch, der ODF Berechnung zugrundeliegenden PF Daten, sowie zur experimentellen Ermittlung letzterer.

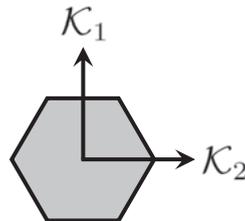


Abbildung 3.9: Für Ti Textur Ergebnisse genutzte hexagonale Konvention

Bemerkung: Die gesamte Behandlung der Textur (vgl. **Abschnitt 2.4**) erfolgt in dieser Arbeit anhand der EULERwinkel in BUNGE-Notation [74] (vgl. **Abschnitt 2.4.1**). Desweiteren sind Texturintensitätswerte in den sog. mrd (vgl. **Abschnitt 2.4.2**) angegeben. Schließlich sind alle hexagonalen Texturergebnisse unter Benutzung der hexagonalen Konvention $x \parallel [10\bar{1}0]$, $y \parallel [\bar{1}2\bar{1}0]$, $z \parallel [0001]$, d.h. gemäß **Abbildung 3.9** dargestellt (vgl. z.B. [146]).

3.3.4.1 Globale Texturanalyse mittels Neutronen-/Synchrotronbeugung

Die Globaltexturmessungen an den Ausgangsmaterialien des ASB Ti/Al Verbundwerkstoffes, d.h. am Al Stangen- bzw. Ti Hülsenmaterial (vgl. **Abschnitt 3.1.1.1**) wurden

mittels Neutronenbeugung (vgl. **Abschnitt 3.3.1**) am StressSpec, dem Diffraktometer der Materialwissenschaften an der Forschungs-Neutronenquelle Heinz Maier-Leibnitz (FRM II) der Technischen Universität München (TUM) bzw. mittels Synchrotronbeugung (vgl. **Abschnitt 3.3.2**) am Hamburger Synchrotronstrahlungslabor (HASYLAB) am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) der HELMHOLTZ-Gemeinschaft in Hamburg durchgeführt.

Zur PF Analyse dieser Texturdaten wurde die StressTexCalculator Software [174] verwendet. Die Berechnung der ODF (wie o.g. mittels LaboTex Software [149]) wurde auf der Grundlage folgender PF Daten durchgeführt: Al Textur aus Al (200), Al (220) und Al (311); Ti Textur aus Ti (10 $\bar{1}$ 0), Ti (10 $\bar{1}$ 1) sowie Ti (11 $\bar{2}$ 0).

3.3.4.2 Lokale Texturanalyse mittels XR μ D²

Sämtliche Messungen zur Analyse der Lokaltextur wurden am, in **Abschnitt 3.3.3** näher beschriebenen XR μ D² Messsystem durchgeführt. Dies betrifft sowohl die UFK ASB und ARB Ti/Al Verbundmaterialien als auch die UFK ED Ni-5at.%Fe sowie die NK HPT Pd-Au Proben. Somit war eine orts aufgelöste TA für diese Materialien möglich.

Während die Planung und Durchführung der lokalen Al und Ti Texturmessungen anhand der *General Area Detector Diffraction System* (GADDS) Software [175,176] durchgeführt wurde, wurde zur Berechnung der PF Daten aus den erhaltenen 2D Messdaten (2D Pattern) die MulTex Software [177] verwendet. Schließlich wurde zur Berechnung der ODF in gleicher Weise, wie im Falle der in **Abschnitt 3.3.4.1** beschriebenen Globaltexturanalyse, vorgegangen.

3.3.5 Zweidimensionale Spannungsanalyse

Alle im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Messungen zur Analyse der lokalen Spannung wurden am XR μ D² Messsystem durchgeführt. Im Folgenden werden genauere Angaben u.A. zur genutzten Auswertemethodik gegeben.

3.3.5.1 Lokale Spannungsanalyse mittels XR μ D²

Für die XR μ D²-sa wurden automatisierte Scan-Messungen an den komplexen und (nicht-regellos) texturierten Mehrkomponenten-Kompositen gefahren, wobei die Messung und Auswertung mittels GADDS Software [175,176], Leptos 7.03 Software [139] sowie benutzergeschriebenen iPython-basierten Datenauswerteprogrammen realisiert wurden.

Insbesondere wurde angesichts des schwerpunktmäßig zu untersuchenden Materials – einem UFK [5,54] und stark texturierten [8] Ti/Al Kompositdraht (vgl. **Abschnitte 3.1.1 und 3.2.1**) – das XR μ D² Messsystem in Erwägung von Machbarkeit und methodischer Vorteile benutzt: Da die XR μ D²-sa auf der Vermessung eines größeren (oder gesamten) Beugungskegelsektors (vgl. **Abschnitt 2.3.3**) in Form von 2D Pattern (anstelle eines einzelnen Beugungspeaks im Falle der Benutzung eines 0D oder 1D Detektors in der cXRD-sa) basiert, enthält sie somit weit mehr Daten(punkte) als der konventionell gemessene RÖNTGENbeugungsreflex der cXRD-sa. Entsprechend folgen sowohl höhere Genauigkeiten hinsichtlich der Reduktion systematischer sowie statistischer Messunsicherheiten

(MU)⁹ als auch kürzere Zeiten der Datenakquise; Vorteile, die insbesondere im Fall von z.B. stark texturierten Proben, schwacher Beugung(ssignale), kleiner Messbereiche und auch Spannungs-Mappings (*stress mapping*) [3] zum Tragen kommen. Zu den hier formulierten Aussagen werden im **Abschnitt 4** entsprechende Argumente zusammengetragen. So ist für einen einfachen (zahlenmäßigen) Vergleich der resultierenden Messstatistik in **Abschnitt 4.3.1.1** ein numerisches Beispiel hierfür angegeben.

3.3.5.2 Lokale in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D²

3

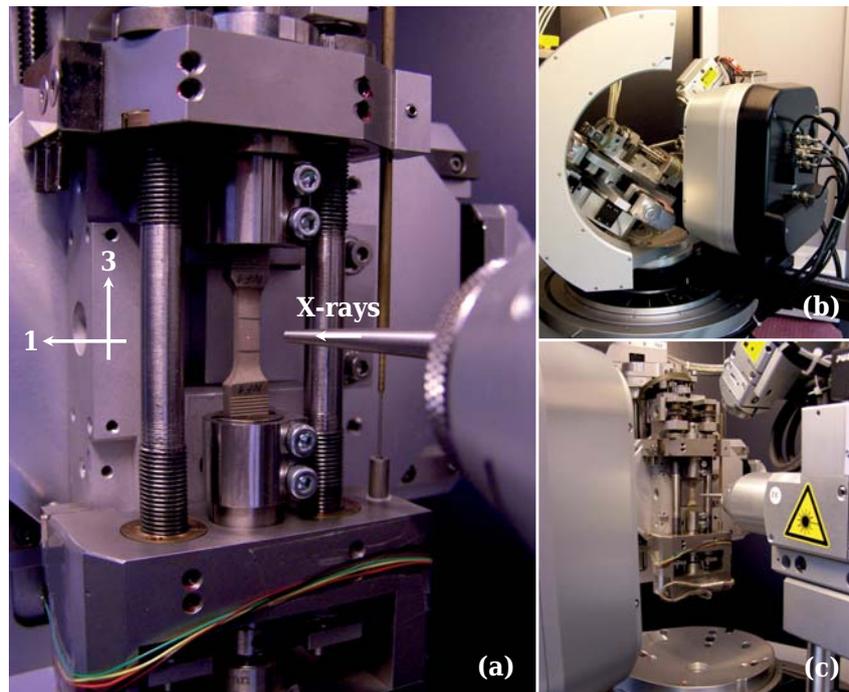


Abbildung 3.10: Lokale in situ XR μ D²-sa am XR μ D² Messsystem

Abbildung 3.10 zeigt das Zug/Druck-Modul (*tension/compression module*) der Firma Kammrath & Weiss GmbH, welches – ausgelegt für eine maximale Last von 10 kN – für die lokale in situ XR μ D²-sa auf das XR μ D² Goniometer installiert wurde. Dadurch konnten entsprechende Messungen am UFK ED Ni-5at.%Fe durchgeführt werden. Um Mittigkeit der Positionierung der Zug/Druck-Proben sicher zu stellen sowie das Rutschen der Proben in der Originaleinspannung zu verhindern, wurden eigene Einspannvorrichtungen (Klemmen) entwickelt (**Abbildung 3.10(a)**), die erosiv, entsprechend der geriffelten Oberfläche der Probenfüße (**Abbildung 3.4(b)**) formschlüssig geschnitten wurden. Diese trugen insbesondere auch den stark beengten räumlichen Verhältnissen im XR μ D² Goniometer (Maximalabstand Probe-Snout ca. 9 mm) Rechnung und ermöglichten zur in situ XR μ D²-sa die für die XR μ D²-sa nötige Größe der (kollisions)freien Rotationssektoren. Die zur XR μ D²-sa genutzte Software entspricht der im **Abschnitt 3.3.5.1** angegebenen.

⁹allgemein zu MU s. z.B. [178,179]

3.3.6 Mikrostruktur mittels Rasterelektronenmikroskopie

Die Mikrostruktur der Al bzw. Ti Ausgangsmaterialien wurde schwerpunktmäßig bereits in den Arbeiten [5, 53, 54] behandelt. Darüberhinaus wurden die, in dieser Arbeit zusätzlichen mikrostrukturellen Informationen mittels Bildverfahren der OM bzw. der REM gewonnen. Für Letztere wurde an einem Zeiss Ultra 55 am ISP gearbeitet, so dass anhand der Rückstreuelektronen (*backscattered electrons* (BSE)) sowie Sekundärelektronen (*secondary electrons*) sowohl Daten zu Kornstruktur als auch -orientierung gesammelt werden konnten.

3.4 Mess- und Auswerteautomatisierung

Angesichts der Mesostruktur (vgl. **Abbildung 3.3**) der schwerpunktmäßig zu untersuchenden UFK ASB Ti/Al Verbundmaterialien und des sich daraus ergebenden Messumfangs erschien eine Mess- und Auswerteautomatisierung unvermeidlich. Die für die Messplanung und -durchführung genutzte GADDS Software [175, 176] unterstützt eine derartige Umsetzung des Messvorhabens hinsichtlich einer Vielzahl von vordefinierten Messroutinen. Darüber hinaus war es möglich, im „batch“-Modus eigene, in der systemeigenen Kommandozeilen-Syntax *Scripting Lexical Analyzer and Monitor* (SLAM)¹⁰ entwickelte Skripte (Makros) aufrufen und ablaufen zu lassen, so dass eine ganze Reihe von Messaufgaben automatisiert und demnach der gegebene zeitliche Rahmen dieser Arbeit ausgiebig ausgeschöpft werden konnte. Zu diesen automatisierten Messaufgaben gehören u.A.:

- aus dem Bereich der Phasenanalyse: die Erstellung eines XRDg eines größtmöglichen 2θ -Bereichs anhand
 - mehrerer $I(2\theta)$ -Scans für jeweils verschiedene Detektorpositionen α_D sowie
 - entsprechender γ -Integrationen zur Berechnung der $I(2\theta)$ -Graphen aus den gemessenen 2D Pattern
- aus dem Bereich der TA [bzw. SpA]: die Erstellung z.B. eines lokal (z.B. radial) aufgelösten Texturverlaufes [bzw. Spannungsverlaufes] anhand
 - eines Hauptprogramms zur (kollisionsfreien) Positionierung des XR μ D² Messsystems entsprechend des jeweiligen Messortes sowie
 - entsprechender Unterprogramme zur (phasenspezifischen) Aufnahme der 2D Patterns der ausgewählten RÖNTGENreflexe für die Berechnung der korrespondierenden PF Daten [bzw. Spannungstensor Daten]

Desweiteren eignen sich die obige Automatisierung insbesondere für Mehrfachmessaufgaben hinsichtlich der statistischen Auswertung der Messergebnisse für alle o.g. Bereiche.

¹⁰ähnlich der DOS Kommandozeilen-Syntax



Neben diesen wurde weiterhin bei der XR μ D²-sa die innerhalb der Leptos 7.03 Software [139] mögliche Automatisierung mittels der Erstellung gewisser *templates* zur Sicherung stets gleicher Auswertealgorithmik (identische Parameter für Integrationen, REK etc.) eingesetzt. Schließlich war es nötig, die Auswertung der entstandenen Datenmenge bzgl. der verschiedenen Darstellungsarten geeignet zu automatisieren. Hierzu wurden iPython-basierte Datenauswerteprogramme entwickelt.



4. Ergebnisse und Diskussion

IM Kapitel „Ergebnisse und Diskussion“ werden die experimentell ermittelten Resultate zu Mikrostruktur (**Abschnitt 4.1**), kristallografischer Textur (**Abschnitt 4.2**), mechanischen (Eigen-)Spannungen (**Abschnitt 4.3**) sowie jene der entsprechenden Simulationen (**Abschnitt 4.4**) für das im Rahmen dieser Arbeit schwerpunktmäßig untersuchte ASB Ti/Al Verbundmaterial detailliert dargestellt, analysiert und diskutiert. Inhalte dieses Kapitels sind bereits in [6–9, 180, 181] veröffentlicht worden.

4.1 Mikrostruktur des Ti/Al Verbundmaterials

4.1.1 Mikrostruktur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbunds

Die OM Aufnahme in **Abbildung 4.1(a)** zeigt im Querschnitt des Al Ausgangs(stangen)materials des Ti/Al Verbundmaterials eine typische Gussmikrostruktur [18, 73] mit großen, radial gelängten Körnern (max. Kornlängen von ~ 1 cm). Der BSE Kontrast in **Abbildung 4.1(b)** des Ti Ausgangs(hülsen)materials, gemessen in der Mitte des Hül-

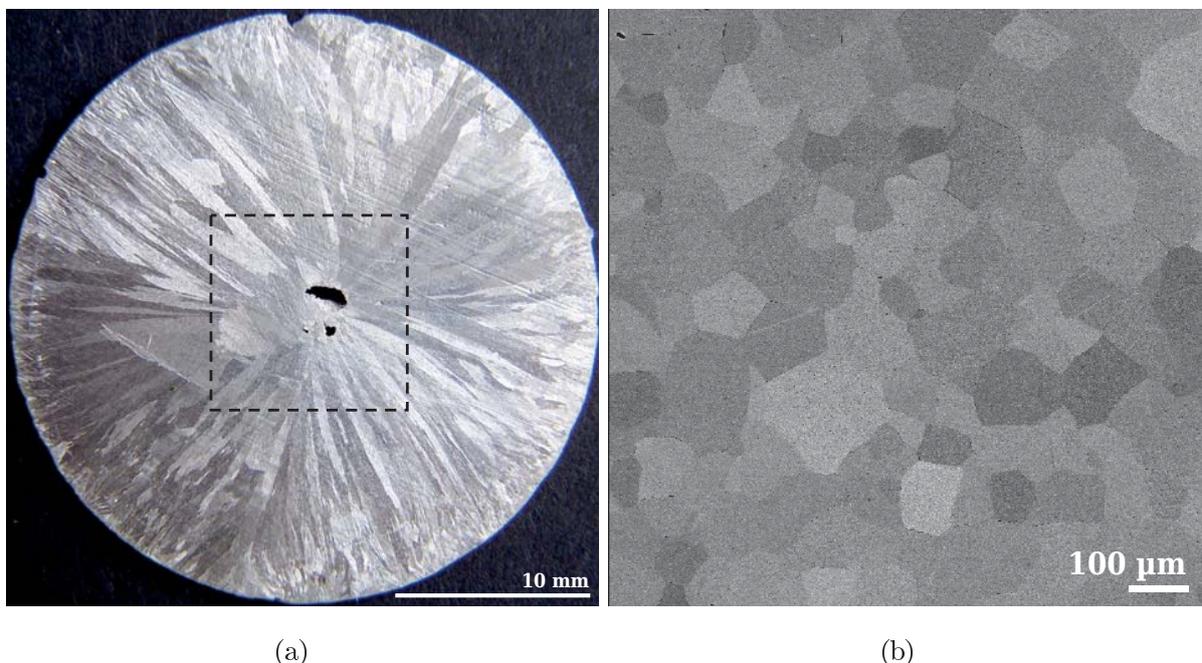


Abbildung 4.1: Mikrostruktur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbundmaterials: (a) OM Bild der Al Gussstange; markierter Bereich entspricht dem Querschnitt der Würfelvolumenprobe für die Globaltextur-Messungen mittels Neutronen in **Abbildung 4.4(a)**, (b) BSE Bild der Ti Hülse aus der Mitte des Wandquerschnitts; nach [8]

senwandquerschnitts, hingegen lässt ein ziemlich homogenes, rekristallisiertes uniaxiales Korngefüge ($KG \sim 100 \mu\text{m}$) erkennen.

4.1.2 Mikrostruktur der ASB prozessierten Zustände Ti/Al 0-2

Eine detaillierte Analyse der mikrostrukturellen Entwicklung der ASB prozessierten Ti/Al Kompositdrähte ist in [5, 53, 54] veröffentlicht. Die Ti Mikrostruktur konnte mit Hilfe der in [49] beschriebenen metallografischen Präparationsmethode aufgelöst werden und ist daher in **Abbildung 4.2** anhand des Verformungszustandes Ti/Al 2 (für Vergleichszwecke gemeinsam mit der Al Mikrostruktur) aufgetragen.

4

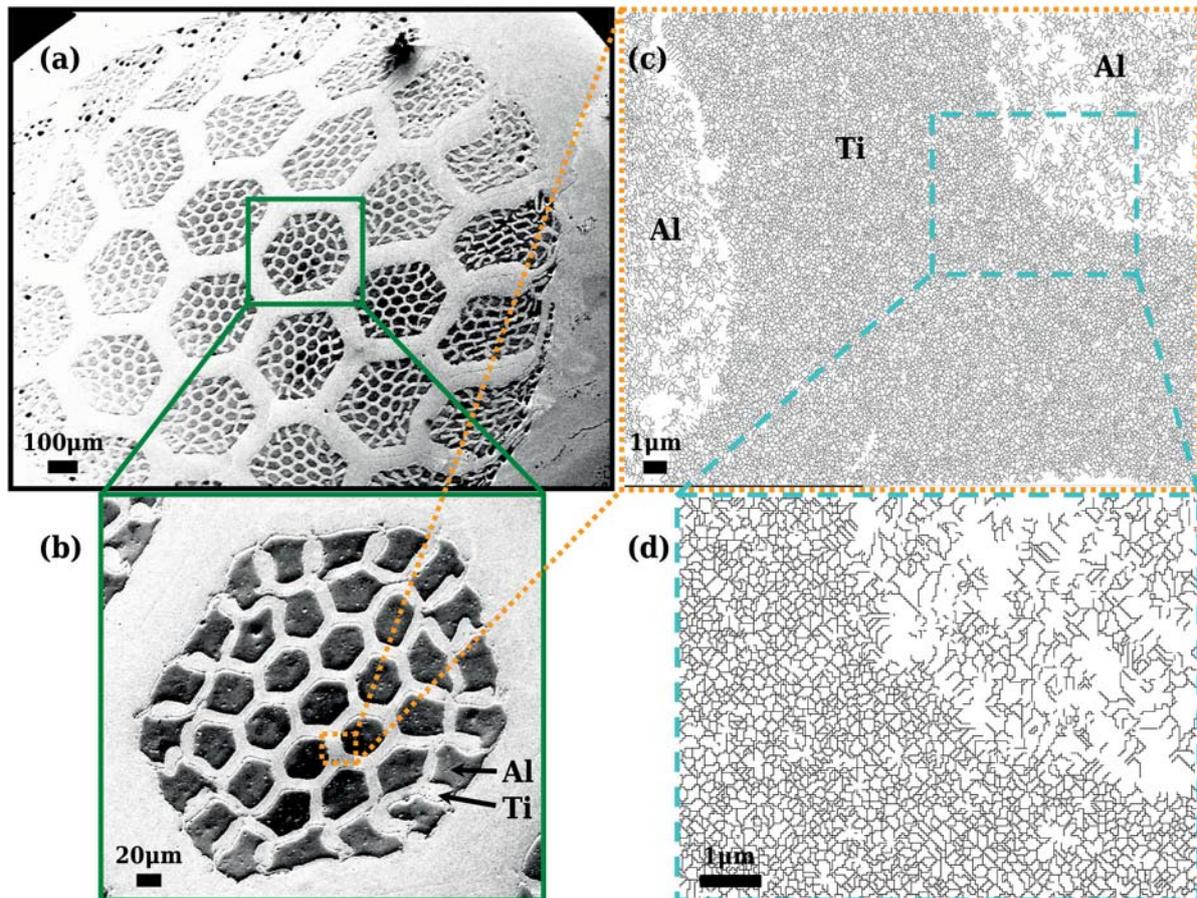


Abbildung 4.2: Al und Ti Mikrostruktur des Verformungszustandes Ti/Al 2: Zur Übersicht von der Mesostruktur (a) bis zur Mikrostruktur in verschiedenen Vergrößerungsskalen (b), (c) und (d)

Wie qualitativ in **Abbildung 4.2** ersichtlich, zeigt **Abbildung 4.3** auch quantitativ den Trend der mittleren $KG \langle d \rangle$ sowohl der Al als auch der Ti Phase mit zunehmendem Verformungsgrad η für die ASB prozessierten Zustände Ti/Al 0-2. Um die vorherrschende, bimodale Distribution von $\langle d \rangle$ im Falle der Al Phase (insbesondere im Vergleich der eher globularen Kornstruktur der Ti Phase) zu verdeutlichen, ist der kornflächengewichtete arithmetische Mittelwert zusätzlich neben dem (ungewichteten) arithmetischen Mittelwert der KG aufgetragen. Ersterer berücksichtigt insbesondere auch die geringe Anzahl

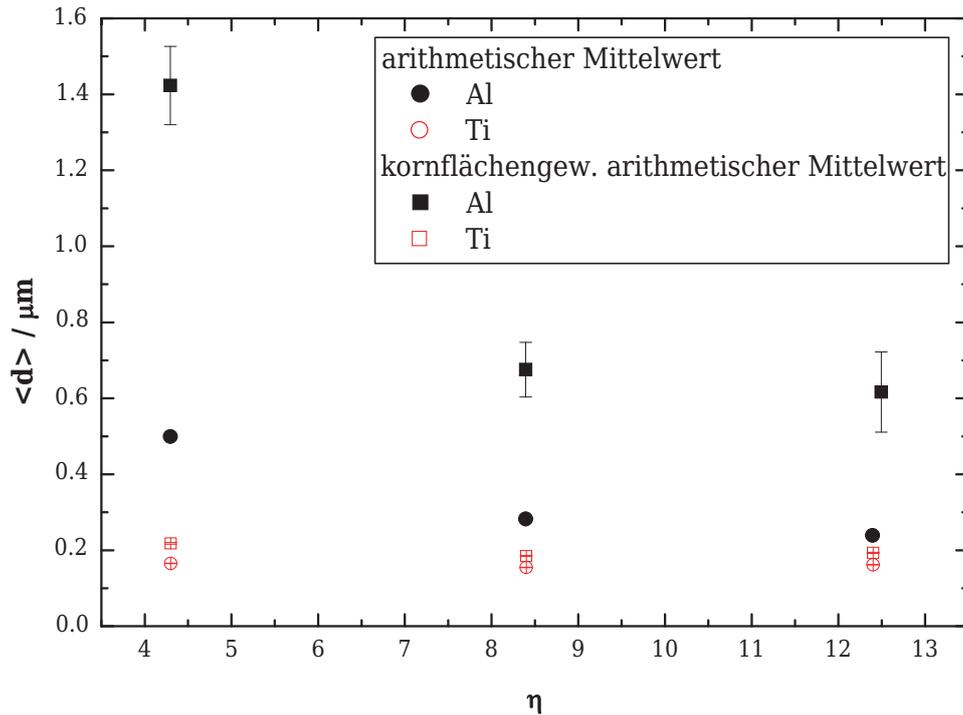


Abbildung 4.3: Entwicklung der mittleren Korngröße der Ti/Al 0-2 Drähte; nach [8]

größerer Körner, welche einen nicht vernachlässigbaren Anteil der Gesamtmikrostruktur der Al Phase repräsentieren und in der Mittelwertbildung des Letzteren untergehen. Für die Berechnung der KG wurde ein Misorientierungskriterium zugrundegelegt, welches Misorientierungen $\geq 3^\circ$ erfasst.

Im Vergleich zur sich mit zunehmender Verformung vollziehenden Entwicklung der Mikrostruktur der Al Phase zeigt die Ti Phase eine homogenere (im Querschnitt äquigranular) und schneller ablaufende Kornfeinung: Insbesondere sinkt die mittlere KG im Ti bereits nach einem ASB Schritt (Ti/Al 0) auf weit unterhalb von $1 \mu\text{m}$ (Zwillingsbildung) bevor sie bei etwa 200 nm saturiert.

4.2 Textur des Ti/Al Verbundmaterials

4.2.1 Globaltextur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbunds

Für die Al Texturmessungen des Ausgangszustandes (mittels Neutronenbeugung) wurde eine kubische Probe (Volumen $\sim 1 \text{ cm}^3$) aus dem Zentrumbereichs der Al Stange – wie in **Abbildung 4.1(a)** gezeigt – präpariert. Das Ergebnis dieser Al Globaltexturanalyse ist in **Abbildung 4.4(a)** in der Darstellung der inversen Polfigur (*inverse pole figure* (INVPF)) für die radiale und axiale Richtung der Al Stange angegeben.

Insgesamt ergibt sich demnach eine schwache Al $\langle 100 \rangle$ -Fasertextur in radialer Richtung, bekannt aus der Literatur als typische Al Gusstextur [73]. Die entsprechenden, mittels Synchrotronbeugung erhaltenen Ergebnisse der Ti Globaltexturmessungen zeigen eine axiale Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur (**Abbildung 4.4(b)**), welche wiederum im Falle extrudierter hexagonaler Metalle entsteht [73].

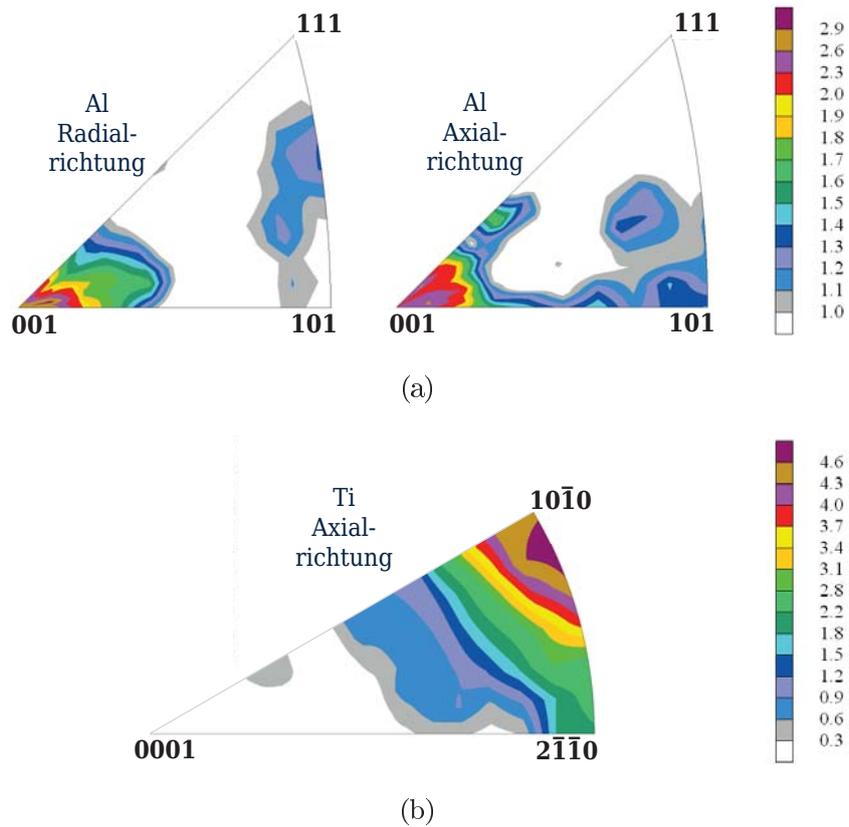


Abbildung 4.4: Globaltextur des Ausgangsmaterials des Ti/Al Verbundmaterials: (a) Al INVPF der Globaltextur in radialer und axialer Richtung des Ti/Al Drahtes, (b) Ti INVPF in axialer Richtung, gemessen an selber Position wie **Abbildung 4.1(b)**; nach [8]

4.2.2 Lokaltextur der ASB prozessierten Zustände Ti/Al 0-2

4.2.2.1 Texturtyp

Abbildung 4.5 verdeutlicht die lokale Textur anhand der ODF $f(g)$ in Form der in **Abschnitt 2.4.2** bereits eingeführten φ_2 -Schnitte. Die Ergebnisse entsprechen den Messungen im jeweiligen Zentrumbereich beider Phasen des Verformungszustands Ti/Al 0, wobei das verwendete PKS \mathcal{S} angegeben ist.

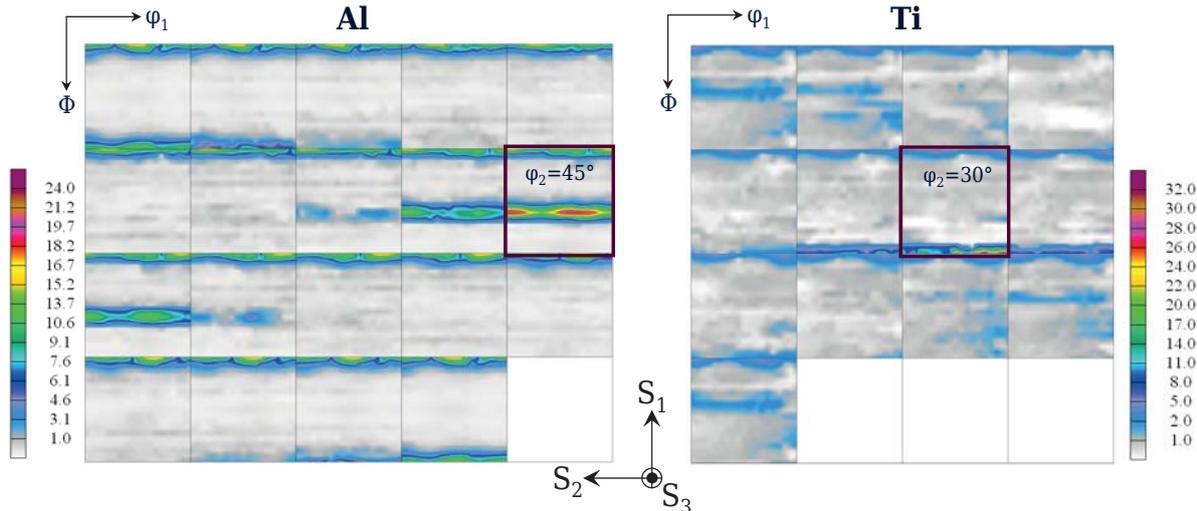


Abbildung 4.5: ODF-Repräsentation der Al und Ti Lokaltextur des Ti/Al 0 Drahtes (Al: Stangenmitte, Ti: Wandmitte, s. **Abbildung 3.3(a)**); nach [8]

Aufgrund der gegebenen Kristall- und Probensymmetrie zeigt die Darstellung die Verwendung eines reduzierten, repräsentativen Orientierungsbereichs des EULERRaumes von $0^\circ \leq \varphi_1, \Phi, \varphi_2 \leq 90^\circ$ für die Al Phase (fcc) sowie $0^\circ \leq \varphi_1, \Phi \leq 90^\circ$ und $0^\circ \leq \varphi_2 \leq 60^\circ$ im Falle der Ti Phase (hexagonal dichteste Packung (*hexagonal close packed* (hcp))). Diese reduzierte Darstellung wird in der gesamten Arbeit benutzt (sofern nicht anders angegeben).

Es ist aus **Abbildung 4.5** ersichtlich, dass die Haupttexturkomponenten der Al bzw. der Ti Phase im $\varphi_2 = 45^\circ$ bzw. im $\varphi_2 = 30^\circ$ -Schnitt liegen. Die Al Lokaltextur besteht demnach hauptsächlich aus einer $\langle 100 \rangle + \langle 111 \rangle$ -Doppelfasertextur in axialer Richtung S_3 wobei im Falle von Ti eine axiale $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur auftritt. Diese Fasertexturen sind aus der Literatur auch als Umformtexturen für Extrusion bzw. Ziehen von Al [73] und Ti [73, 182] bekannt. Definitionsgemäß können sie klar mittels Darstellung der entsprechenden INVPF identifiziert werden (**Abbildung 4.6**).

Nichtsdestotrotz, ist die Al Fasertextur aufgrund der Superposition gewisser Texturkomponenten, welche durch die lokal aufgelöste Texturmessungen mittels XRD² zum Vorschein kommen, inhomogen (**Abbildung 4.5**).

Um diese Komponenten zu identifizieren, wurden die im ASB PKS \mathcal{S} – wie in **Abbildung 3.3(a)** gezeigt – gegebenen experimentellen Daten (**Abbildung 4.7(a)**) in ein,

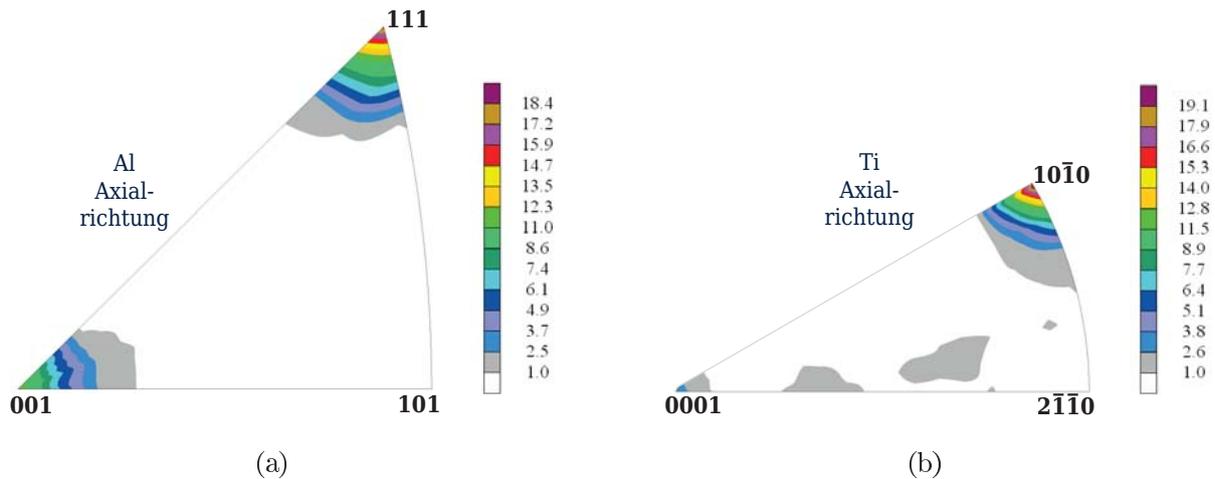


Abbildung 4.6: INVPF der Lokaltextur des Ti/Al 0 Drahtes (Drahtachse bei Messung entsprechend **Abbildung 4.5**): (a) Al, (b) Ti; nach [8]

4

üblicherweise für die Darstellung von Walztexturen genutztes KS ebener Dehnung (*plane strain*) (RD, TD, ND)¹ transformiert: **Abbildung 4.7(b)**. Dazu wurde die in \mathcal{S} erhaltene ODF mittels sukzessiver Rotationen in die in (RD, TD, ND) geltende überführt. Somit konnten mittels der Schlüsselfigur (*keyfigure*) **Abbildung 4.7** vier signifikante Al Texturkomponenten im $\varphi_2 = 45^\circ$ -Schnitt des (RD, TD, ND)-KS anhand der für fcc Metalle bekannten Texturideallagen identifiziert werden: die Würfellage *Cube* ($\{100\}\langle 100\rangle$), Gosslage *G* ($\{110\}\langle 100\rangle$), Kupferlage *Cu* (*Copper* $\{112\}\langle 111\rangle$) und die bzgl. \mathcal{S}_3 um 90° -rotierte Kupferlage *Cu** ($\{110\}\langle 111\rangle$), wobei (Absolutwerte betrachtend) die Würfellage die kleinste und die Kupferlage(n) die größte Texturkomponente darstellen. Die hier benutzte Notation $\{hkl\}\langle uvw\rangle$ der Idealtextrurkomponenten bezeichnet dabei die kristallografische Ebene $\{hkl\}$ bzw. Richtung $\langle uvw\rangle$, welche respektiv parallel zur charakteristischen Probenebene bzw. -richtung ist [75]; d.h. hier entsprechend die ND Ebene bzw. RD Richtung.

Im Falle der Ti Textur ist die axiale $\langle 10\bar{1}0\rangle$ -Fasertextur auch inhomogen (**Abbildung 4.5**). Diese Inhomogenität besteht bzgl. der hier bevorzugt auftretenden Orientierungskomponente $\{01\bar{1}0\}\langle 0001\rangle$. Weiterhin lassen die lokalen Ti Texturmessungen entlang der Ti Hülse (Messung jeweils etwa im Hülsenzentrum) erkennen, dass die $\langle 0001\rangle$ -Richtung parallel zur radialen Probenrichtung eingestellt ist, während die $\langle 10\bar{1}0\rangle$ -Richtung parallel zur axialen Probenrichtung liegt. Diese sog. zyklische $\langle 0001\rangle$ -Ringfasertextur mit $\langle 10\bar{1}0\rangle$ parallel zur Probenachse [73] wird im Falle der Extrusion von Stangen bzw. Hülse für hexagonale Metalle berichtet [182, 183]. Deshalb ist die Verwendung des selben Referenzsystems wie im Fall der Al Textur auch für die Darstellung und Repräsentation der Ti Textur geeignet (**Abbildung 4.8**).

¹RD = *rolling direction* (Walzrichtung, hier Extensionsrichtung \mathcal{S}_3), TD = *transverse direction* (Transversalrichtung, hier Radialrichtung \mathcal{S}_2), ND = *normal direction* (Normalenrichtung, hier Radialrichtung $-\mathcal{S}_1$)

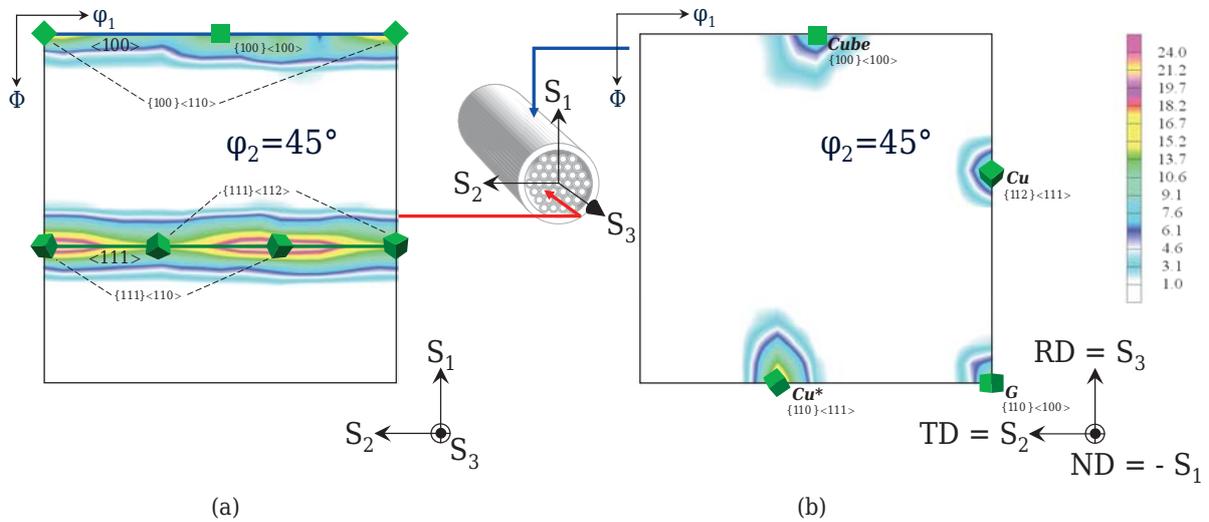


Abbildung 4.7: Schlüsselfigur zur Identifikation der Al Texturkomponenten inkl. der Lagebeziehung der beiden Referenzsysteme: (a) ASB PKS S und (b) PKS ebener Verformung; nach [8]

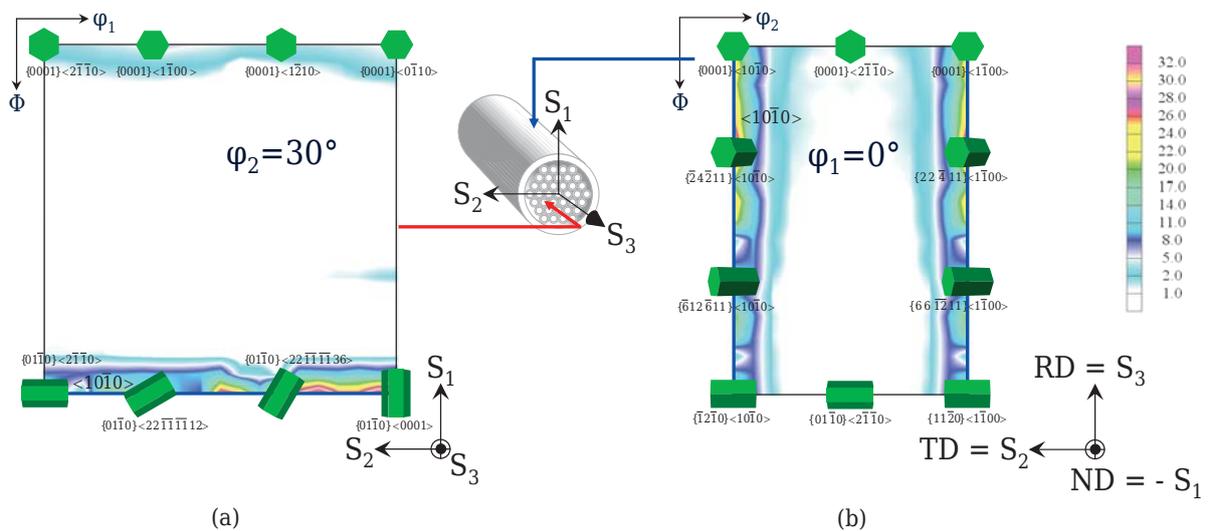


Abbildung 4.8: Schlüsselfigur zur Identifikation der Ti Texturkomponenten analog **Abbildung 4.7**; nach [8]

4.2.2.2 Texturgradienten

Ein zunächst qualitativer Eindruck der existierenden Textur(faser)gradienten bzgl. des Umformungsgrads η kann mit Hinblick auf die in **Abbildung 4.9** gezeigten ODF für die drei betrachteten Verformungszustände Ti/Al 0-2 im EULERRaum gewonnen werden. Während die angegebenen Al Texturen im jeweiligen Probenzentrum gemessen wurden, stammen die Ti Informationen aus der Hülsenmitte. Für Erstere ist die im **Abschnitt 4.2.2.2.1** genauer betrachtete Texturentwicklung (inkl. auch jener Textur(faser)gradienten bzgl. der (radialen) Position im Drahtquerschnitt), insbesondere die Abnahme und Homogenisierung der Al $\langle 111 \rangle$ -Fasertextur in Texturstärke und -schärfe zum (letzten ausgewerteten) Verformungsschritt Ti/Al 2 deutlich, während im Falle der Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur bereits eine vergleichsweise hohe Schwankung sichtbar wird (vgl. **Abschnitt 4.2.2.2.2**).

4

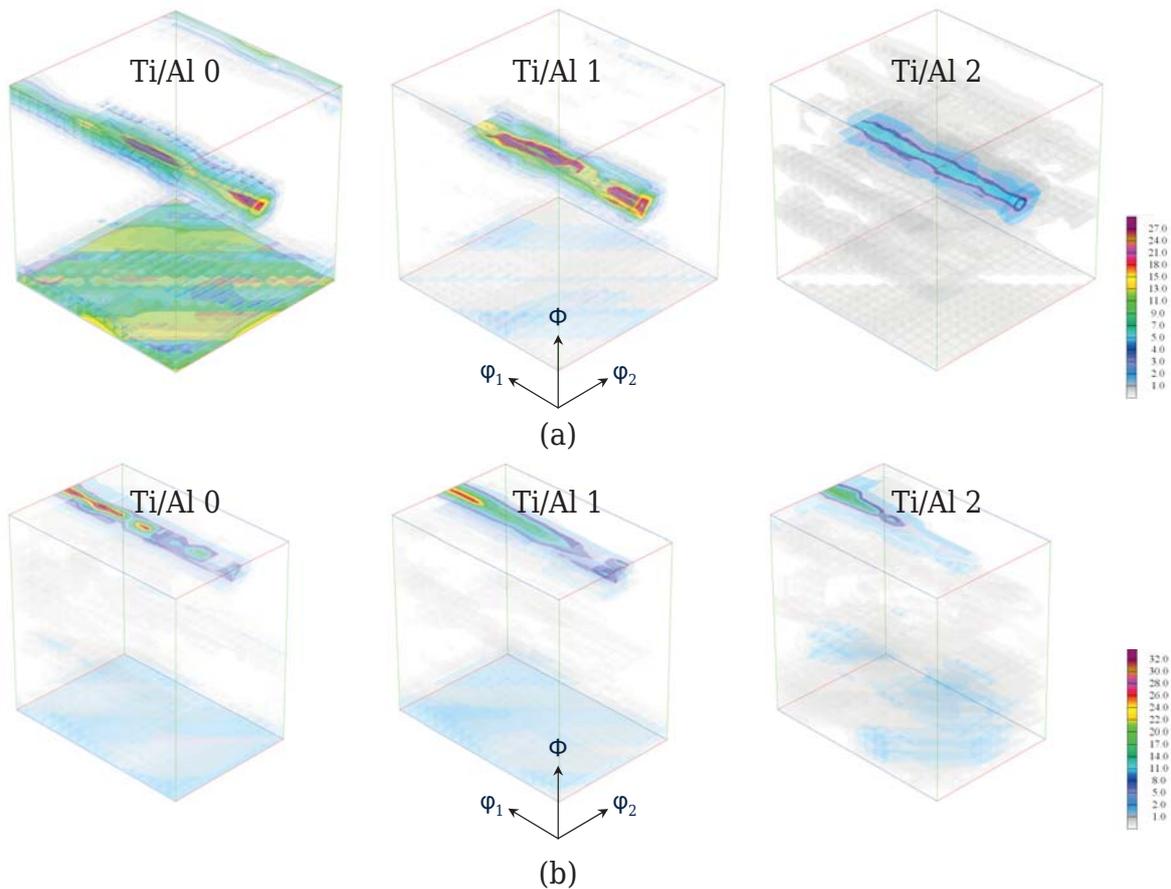


Abbildung 4.9: Entwicklung der ODF im EULERRaum mit zunehmender Verformung der Ti-Al 0-2 Drähte: (a) Al Textur im Probenzentrum, (b) Ti Textur in Wandmitte

4.2.2.2.1 Al Texturgradient

4.2.2.2.1.1 Al Fasertextur

Der Messpfad der lokalen Al und Ti Texturmessungen, welcher zur Aufnahme des radialen Texturgradienten als Funktion des Umformgrades gewählt wurde, ist in **Abbildung 3.3** dargestellt. Für Al ist die Entwicklung der Intensitätswerte der $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -

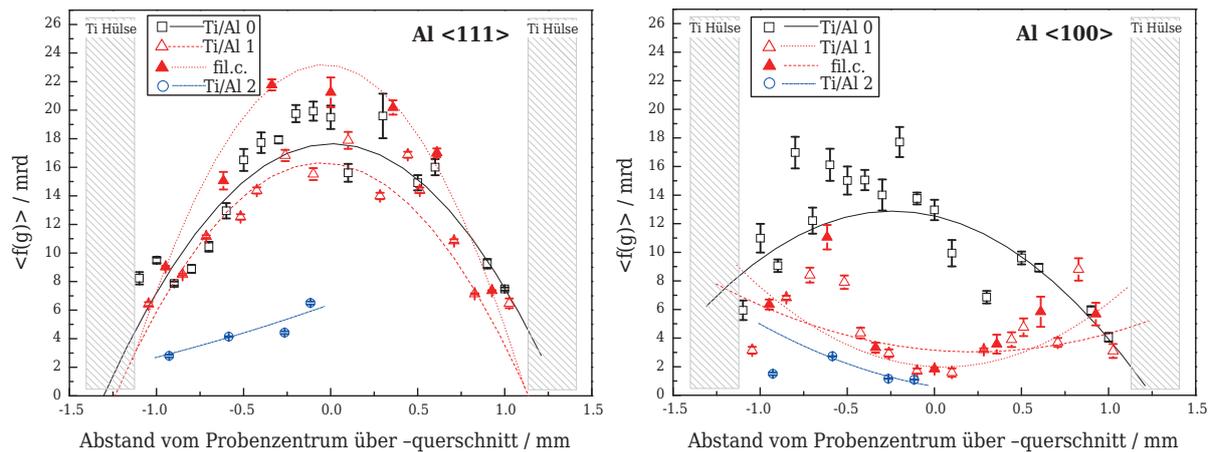


Abbildung 4.10: Gradient der Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur der Ti/Al 0-2 Drähte: Gradient der integrierten Fasermaximalwerte

Doppelfasertextur in **Abbildung 4.10** (inkl. statistischer MU) für die drei Umformgrade Ti/Al 0, 1 und 2 aufgetragen. Dabei entspricht jeder Messpunkt einem integrierten Fasermaximalwert für den jeweiligen radialen Messort des ausgewiesenen Probenverformungszustands. Z.B. im Falle der $\langle 111 \rangle$ -Fasertextur ergibt sich ein solcher Wert $\langle f(g) \rangle$ entsprechend nach

$$\langle f(g) \rangle := \frac{1}{\pi/2} \int_{\varphi_1=0}^{\pi/2} f(g) \Big|_{\Phi=55^\circ, \varphi_2=45^\circ} d\varphi_1. \quad (4.1)$$

Zusätzlich sind – als optische Hilfe zur Interpretation der Messdaten – die jeweilig dazu berechneten, polynomialen Ausgleichskurven (Polynome, 2. Ordnung) eingezeichnet. Die entsprechenden, unter Verwendung einer Halbwertsbreite (*full width at half maximum* (FWHM)) von 15° berechneten Volumenanteile der ODF zeigen einen qualitativ ähnlichen Verlauf und sind der Vollständigkeit halber in **Abbildung 4.11** angegeben. Anhand dieser Daten sind nun u.A. Aussagen über Texturstärke und -schärfe möglich. Die **Abbildungen 4.10** sowie **4.11** zeigen jeweils einen deutlichen Al Texturgradienten über den Stangendurchmesser (radial) sowohl für die $\langle 111 \rangle$ - als auch für die $\langle 100 \rangle$ -Fasertextur der Verformungszustände Ti/Al 0 und Ti/Al 1, bevor die Al Texturschärfe mit weiterer Umformung zu Ti/Al 2 drastisch sinkt und homogenisiert.² Letzteres kann

²Anmerkung: Die in **Abbildung 4.11** für den Verformungszustand Ti/Al 2 auftretenden MU können als überbewertet betrachtet werden. Grund für deren Entstehung ist deren Berechnungsgrundlage: Da aus der durchgeführten QTA keine statistischen MU direkt ableitbar waren, wurde die Entwicklung des statistischen Messuntergrund(rauschen)s für eine derartige Abschätzung verwendet. Dieser konservative Ansatz führt im Falle des in Ti/Al 2 deutlich höheren Untergrundniveaus (vgl. **Abbildung 4.9(a)**) zur Überschätzung dieser Größen.

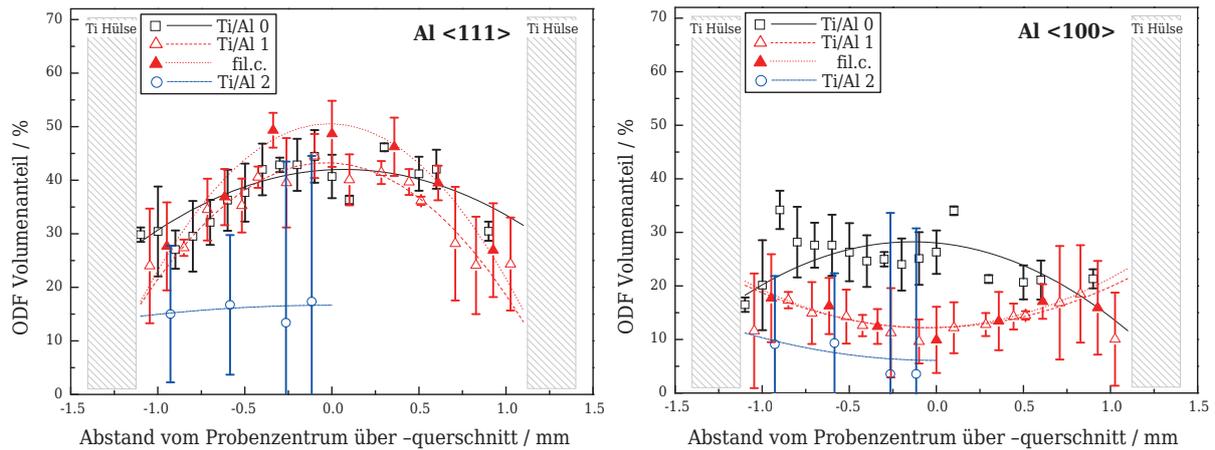


Abbildung 4.11: Gradient der Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur der Ti/Al 0-2 Drähte: Gradient der ODF Volumenanteile

4

dem geringen Al Volumenanteil von etwa 23% (im Vergleich zu Ti) zugeschrieben werden. Ein Effekt der Kornfeinung kann ausgeschlossen werden, da sich die KG der Verformungszustände Ti/Al 1 und 2 nicht wesentlich unterscheiden (**Abbildung 4.3**). Die Tendenz der mit steigender Verformung (von Ti/Al 0 zu 1) ebenso zunehmenden Texturstärke und -schärfe ist mit der in früheren Arbeiten [73] gezeigten typischen Texturevolution gut vereinbar. Weiterhin vollzieht sich die Stärkung der Al $\langle 111 \rangle$ -Fasertextur zu Lasten der (sinkenden) Al $\langle 100 \rangle$ -Fasertextur (**Abbildung 4.10** bzw. **4.11**). Die abschwächende Al $\langle 100 \rangle$ -Fasertextur, i.A. nur bekannt für Al höheren Reinheitsgrades als eine sog. “Übergangs“-Orientierung für sehr hohe Verformungsgrade, ist ebenso ein in der Literatur typischer Befund [73]. Währenddessen ist die mittlere Al KG von einem Maximum von etwa $1.4 \mu\text{m}$ im Verformungszustand Ti/Al 0 auf etwa $0.6 \mu\text{m}$ gesunken (**Abbildung 4.3**).

Der radiale Al Texturgradient für Ti/Al 0 gibt weiter Aufschluss über den ASB Umformprozess selbst: So scheint der plastische Fluss des Kompositmaterials eine starke Radialabhängigkeit mit Maximalwert in Zylindermitte zu besitzen. Weiterhin ist diese Abhängigkeit von gewisser radialer Symmetrie, welche im Konzept des während der Verformung stattfindenden Materialflusses antizipiert werden kann. Beide dieser Observationen werden von visioplastischen Experimenten sowie Simulationen mittels 3D elastischer und plastischer Finite Elemente Methoden (FEM) in [52] gestützt: Demzufolge sind Maximalwerte der axialen Dehnung und der VON MISESSchen Vergleichsspannung [184]³ in der inneren Materialfaser der reduzierten Stange lokalisiert.

Beim Betrachten des respektiven Al Texturgradientes im Verformungszustand Ti/Al 1 ist ein ähnlicher Trend sichtbar. Außerdem verraten die beiden **Abbildungen 4.10** und **4.11** noch mehr Details über den Superpositionseffekt der zwei konsekutiven Verformungsschritte Ti/Al 0 und Ti/Al 1: Der innerhalb der vorangegangenen (bis zum Verformungszustand Ti/Al 0 reichenden) Umformung verursachte Gradient, wird – nun entsprechend eingekapselt in jedes der 37 Ti/Al Filamente – mit dem folgenden Umformungsschritt (von Ti/Al 0 zu Ti/Al 1) superponiert. In **Abbildung 4.10** wird dies deutlich beim Vergleich des Texturintensitätswertes eines jeden Filamentenzentrums (*filament centre* (fil.c.))

³laut Autor wurde die Hypothese bereits 1913 veröffentlicht

mit den beiden Werten der jeweiligen benachbarten Messpunkte ("Ti/Al 1") innerhalb des selben Filamentes: So tritt resultierend ein „wellenförmiger“ Radial-Gradient zu Tage. Diese Beobachtung liefert Hinweise auf eine entsprechend ähnlich symmetrische, wie zuvor für den Verformungszustand Ti/Al 0 beschriebene Verformung in jedem Filament. Darüber hinaus besteht eine (überlagerte) radiale Abhängigkeit der Verformung der Gesamtanordnung aller Filamente (*assembly of filaments*). Trotz der limitierten radialen Symmetrie des Verformungszustandes Ti/Al 1 aufgrund seiner Realisation als filamentäre Gesamtstruktur in hexagonaler Anordnung (**Abbildung 3.3(b)**), entspricht der Grad der radialen Symmetrie des Al Texturgradienten in Ti/Al 1 der Größenordnung jenes in Ti/Al 0.

4.2.2.2.1.2 Al Referenzsystem

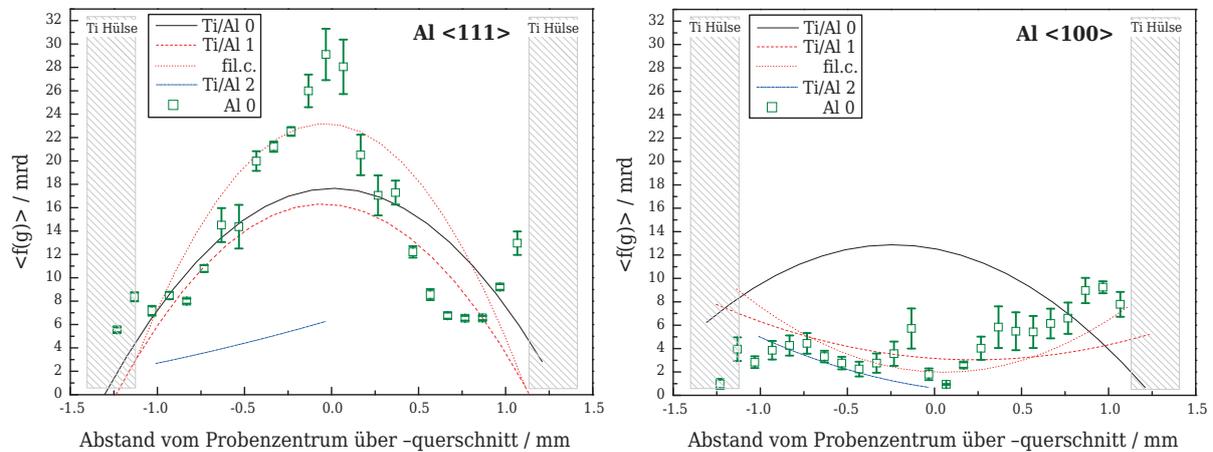


Abbildung 4.12: Gradient der Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur des Al 0 Drahtes im Vergleich zu jenem der Ti/Al 0-2 Drähte (vgl. **Abbildung 4.10**): Gradient der integrierten Fasermaximalwerte

Zusätzlich wurde ein Al Texturgradient für ein ASB prozessiertes Al Stangenmaterial (analog **Abschnitt 3.1.1.1**, wie ASB Ti/Al 0 ohne Ti Hülse hergestellt und folglich hier mit Al 0 bezeichnet) gefunden, der ähnlich zu dem in Ti/Al beobachteten ist: In **Abbildung 4.12** sind hierfür die Messergebnisse des (für den Ti/Al Komposit als Al Referenzsystem betrachteten) ASB Al 0 mit jenen des ASB Ti/Al 0-2 – der Übersicht wegen – anhand der polynomialen Ausgleichskurven des Letzteren verglichen: Auffällig ist die absolute Differenz zwischen den beiden verformten Materialien im unmittelbaren Probenzentrum sowie am Probenrand, während radiale Tendenz sowie absolute Texturintensitätswerte (mrd) im sonstigen Bereich vergleichbar sind.

Einige genauere Schlussfolgerungen lassen sich aus diesen Beobachtungen ziehen: Zunächst kann der Al Texturgradient insgesamt nicht als Effekt des Materialkomposits (der die Al 0 Probe ja nicht ist), sondern eher als Folge des ASB Prozesses angesehen werden. Weiterhin weist die bei Al 0 im Rand- und Zentrumsbereich auftretende höhere Texturstärke (im Vergleich zu jedem der verformten Stadien des Komposits Ti/Al 0-2) auf eine stärkere plastische Verformung hin, welche hinsichtlich zweier Aspekte diskutiert werden kann: Zum Einen wird die Verformung im Al 0 vollständig (bei fehlendem Ti) durch die Al Pha-

se getragen, welche – im Vergleich zum Komposit Ti/Al nun frei von *bonding* Effekten – fließen und somit zu ggf. größeren Texturintensitätswerten führen kann. Dabei ist, analog des oben besprochenen radialsymmetrischen Materialflusses beim Ti/Al, insbesondere das Probenzentrum entsprechend ausgezeichnet. Zum Anderen weist die am Rand des Drahtes ggf. wirksame Reibung zwischen Werkzeug und Material in Form von Scherung ebenfalls auf eine höhere Verformung, d.h. Versetzungsaktivität hin, welche folglich zu einer stärkeren Textur führen kann. Im Falle des Ti/Al zeigt dieser mögliche Einfluss auch entsprechende Wirkung und wird in **Abschnitt 4.2.2.2** diskutiert. Interessanterweise weisen jedoch weder Ti/Al noch Al 0 signifikante Al Schertexturkomponenten auf.

Eine weitergehende Analyse, insbesondere jene höherer Verformungszustände (als Al 0) war verfahrenstechnisch leider nicht umsetzbar. So führten derartige Versuche, z.B. ASB Al 1 zu prozessieren, zum Verformungsabbruch aufgrund Materialdestruktion. Insofern konnte die Herstellung eines Referenzsystems für die (Textur-)Entwicklung der Al Phase im Komposit nur für den ersten ASB Verformungsschritt umgesetzt werden.

4.2.2.2.1.3 Übrige Al Texturkomponenten

Den in **Abschnitt 4.2.2.2.1.1** beschriebenen Beobachtungen zur Entwicklung der Al Doppelfasertexturgradienten bzgl. (i) des Umformungsgrads η sowie (ii) der (radialen) Position im Drahtquerschnitt in den drei Verformungszuständen Ti/Al 0-2 folgend, kann die ebenfalls in **Abbildung 4.9** deutliche Entwicklung der Gradienten der übrigen signifikanten, in **Abschnitt 4.2.2.1** bereits identifizierten Al Texturkomponenten ($\{100\}\langle 100\rangle$, $\{110\}\langle 100\rangle$, $\{112\}\langle 111\rangle$ und $\{110\}\langle 111\rangle$) in analoger Weise angeschlossen werden. Hierbei waren für die Al $\{100\}\langle 100\rangle$ Komponente, welche typischerweise als Rekristallisationskomponente in fcc Metallen auftritt, keine besonderen Auffälligkeiten feststellbar, wonach entsprechend keine gesonderte Diskussion für diese Komponente erfolgt.

Somit ist beispielsweise für den Verformungszustand Ti/Al 0 folgende in **Abbildung 4.13(a)** ersichtliche radiale Tendenz zu bemerken: Die am Probenrand zunächst geringe und zur Probenmitte stetig zunehmende Texturstärke der Komponenten korreliert erwartungsgemäß mit der in **Abschnitt 4.2.2.2.1.1** bereits angestellten Interpretation des Verformungsverhaltens des Materials. Zudem wird ein vom Probenrand zur Probenmitte stattfindender Umschlag der Komponente $\{112\}\langle 111\rangle$ hin zu $\{110\}\langle 111\rangle$ deutlich, welchem aufgrund der kristallografischen Symmetrie dieser Kupferlagen jedoch keine besondere Bedeutung zu kommt.

Interessanterweise werden beide o.g. Ergebnisse auch für den nächsthöheren Verformungszustand Ti/Al 1 beobachtet (**Abbildung 4.13(b)**), mit dem Unterschied, dass entsprechend höhere Texturintensitätswerte auftreten. Insbesondere ist in **Abbildung 4.13(b)** eine gewisse Redundanz in der Darstellung bewusst gewählt, um den überraschenderweise relativ konstanten Symmetriegrad, welcher scheinbar durch die hexagonale Anordnung (gegenüber Ti/Al 0) nur vernachlässigbar stark reduziert wird, zu dokumentieren.

Abschließend ist erwähnenswert, dass die in geringer verformten Stadien (Ti/Al 0-1) auftretende Gosslage $\{110\}\langle 100\rangle$ vorzugsweise im „Viertelmittelnbereich“ des Querschnitts existiert. Zur Erklärung dieses Umstandes ist es hilfreich, sich die Schmiegun S der

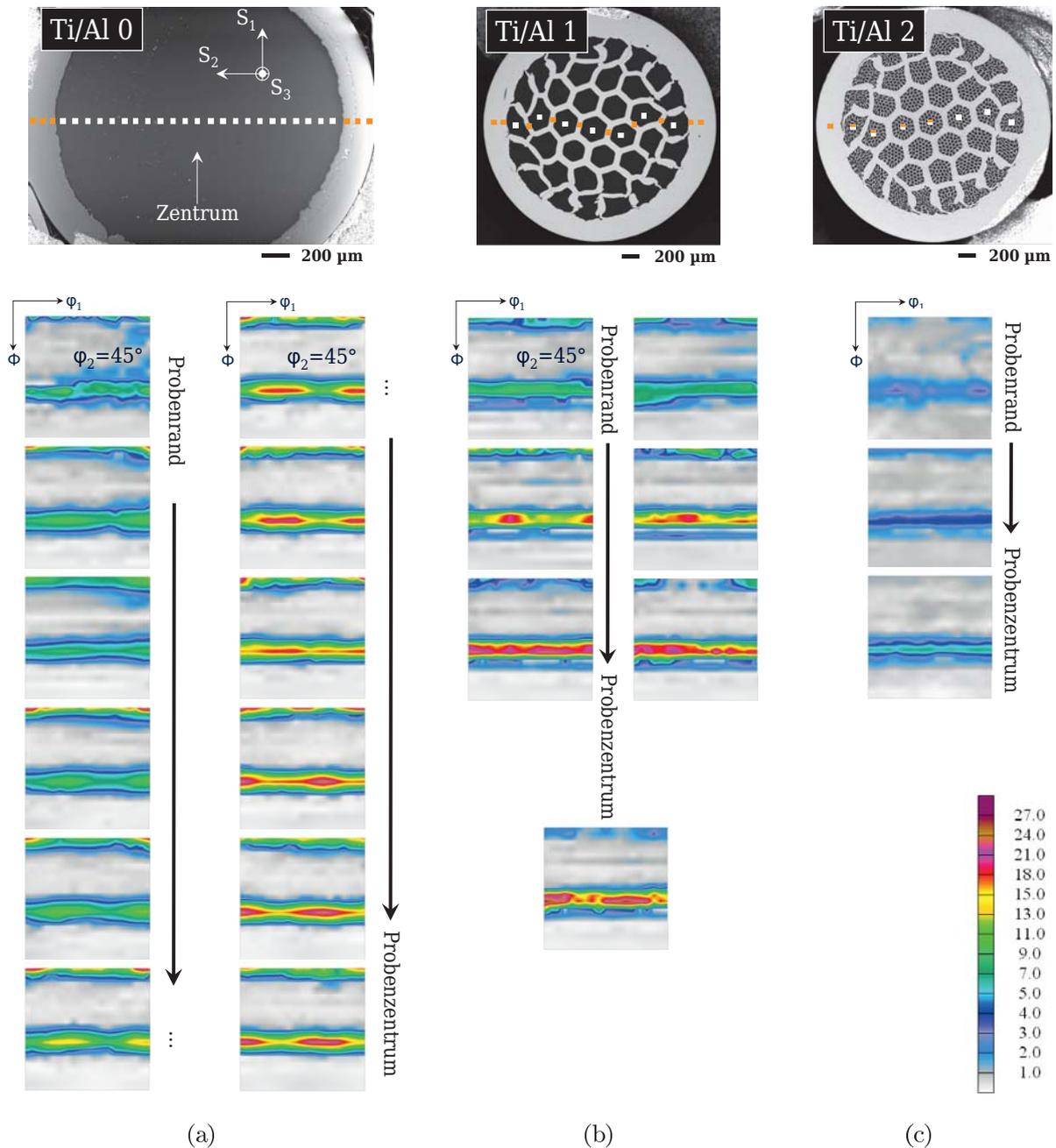


Abbildung 4.13: Radialer ODF Gradient der Al Phase für die verschiedenen Verformungszustände: (a) Ti/Al 0, (b) Ti/Al 1, (c) Ti/Al 2

ASB Werkzeuge (Hämmerbacken) am Werkstück (Ti/Al Draht) zu verdeutlichen. Dieser (dimensionslose) Parameter ist als das Verhältnis [185]

$$S := \frac{r_{\text{WS}}}{r_{\text{WZ}}} < 1 \quad (4.2)$$

von Werkstückradius r_{WS} zu Werkzeugradius r_{WZ} definiert und beschreibt demnach die Anpassung des Werkzeugs an die Werkstückgeometrie. Dabei gilt $S = 1$ als Idealfall und grundsätzlich eine mit zunehmendem S entsprechend höhere Rundheit der Oberfläche des verformten (ASB) Werkstücks [185, 186]. Da sich im Verlauf der Verformung allerdings r_{WS} entsprechend ändert, d.h. gemäß $r_{\text{WS}} = r_{\text{WS}}(\eta)$ eine Funktion des Umformgrades η ist, und sich S somit im Falle des ASB Prozesses mit zunehmender Verformung verkleinert, folgt eine Tendenz der Krafteinwirkung (der Hämmerwerkzeuge auf den ASB Draht) von einer Flächen- hin zu einer Linienberührung.⁴ Dieser von der radialsymmetrischen Verfor-

4

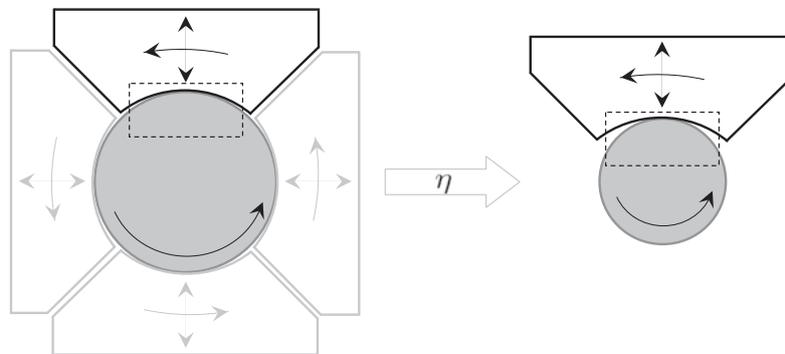


Abbildung 4.14: Schema zur Evolution der Schmiegun S mit zunehmendem Umformgrad η während des ASB Umformprozesses

mung abweichende, in Richtung des Grenzfalles biaxialer ebener Verformung tendierende Fall hat, wie in **Abbildung 4.14** schematisiert, einen entsprechend höheren Einfluss auf periphere (als auf probenzentrumsnahe) Bereiche des Werkstücks. Insofern sind die auftretende Gosslage $\{110\}\langle 100\rangle$ als typische Umformtextur ebener Verformung entsprechend nachvollziehbar, zumal eine während der Messung – zur radialen Mess(pfad)richtung orthogonal – durchgeführte Probenoszillation ihren Texturanteil an der ODF erhöht.

Diese hinsichtlich der Gosslage $\{110\}\langle 100\rangle$ geführte Argumentation ist auf die bereits weiter oben diskutierten – ebenfalls üblicherweise als typische fcc Walztexturkomponente auftretenden – Kupferlagen ($\{112\}\langle 111\rangle$ bzw. $\{110\}\langle 111\rangle$) nicht anwendbar. Insbesondere wird deren Texturstärke als unabhängig vom Einfluss einer möglichen Probenoszillation beobachtet. Daher ist die Entstehung dieser Komponenten eher dem Zusammenspiel des typischerweise aktiven fcc Gleitsystems $\{111\}\langle 110\rangle$, der für Raumtemperatur in Al vergleichsweise hohen Stapelfehlerenergie (SFE) ($\gamma_{\text{SFE}} = 166 \text{ mJ m}^{-2}$) [187–189] (und damit folgendem Kupfertypentextur) sowie der Al Ausgangstextur zuzuordnen und wird im **Abschnitt 4.4.2.3** näher diskutiert.

⁴Zur Minderung dieses Effektes werden die Hämmerbacken(sets) im ASB Prozess fortlaufend angepasst.

4.2.2.2.2 Ti Texturgradient

4.2.2.2.2.1 Ti Fasertextur

Die QTA Ergebnisse des Gradienten der Ti Textur sind in **Abbildung 4.15** gezeigt. Insgesamt hat die Al Phase des Ti/Al 0 Komposits eine größere Verformung als die Ti

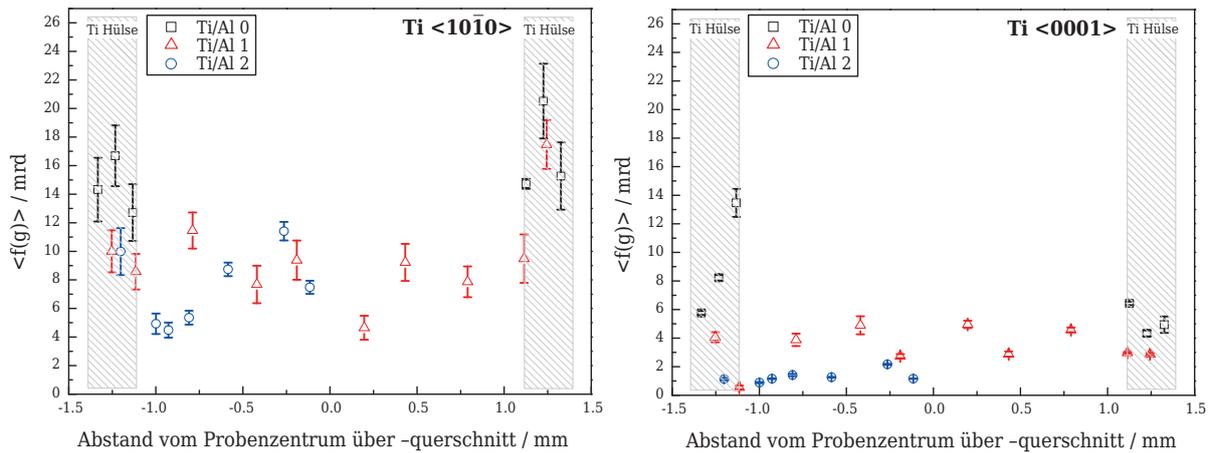


Abbildung 4.15: Gradient der Ti Textur der Ti/Al 0-2 Drähte: Gradient der integrierten Fasertexturen für die Fasertexturen Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ und Ti $\langle 0001 \rangle$

Phase erfahren, welches aus OM Messungen abgeschätzt werden kann (ca. +7%). Diese Aussage wird auch durch die Ti Texturergebnisse gestützt. Aufgrund der generellen experimentellen Limits, wie etwa der Separation der RÖNTGENografischen Beugungslinien der Al und Ti Phase sowie der geringen Eindringtiefe der RÖNTGENstrahlung bzgl. der Ti Phase ⁵, ist der Trend des Ti Texturgradienten in **Abbildung 4.15** nicht so deutlich wie jener für Al in **Abbildung 4.10** in **Abschnitt 4.2.2.2.1**.

Nichtsdestotrotz, ergibt die QTA eine klare Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur (typische Zieh- [73] und Extrusionstextur für Ti [146, 182, 191]), während die Werte für die Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur (typische Extrusionstexturkomponente für Ti [73]) relativ gering sind und die entsprechende Auswertung zunächst nur aus Vergleichbarkeitsgründen hinsichtlich der im Folgenden (**Abbildung 4.16** in **Abschnitt 4.2.2.2.2**) aufgeführten Ergebnisse des ASB Ti/Ti 0-2 Verbundes durchgeführt wurde. Letzterer soll im Rahmen dieser Untersuchungen als Ti Referenzsystem für Ti/Al 0-2 betrachtet werden.

Weiterhin, lässt der Gradient bzgl. des Umformgrades eine beträchtliche Differenz zwischen den Verformungsstadien Ti/Al 0 und Ti/Al 1 für beide Ti Fasertexturen $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ und $\langle 0001 \rangle$ erkennen: Infolge des stark zunehmenden Ti Phasenvolumenanteils, insbesondere solcher Ti Hüllenelemente, welche bereits eine Umformgrad von $\eta_{\text{Ti/Al } 0} = 4.3$ während des vorangegangenen Verformungsschrittes Ti/Al 0 erfahren haben, nimmt die Ti Texturstärke ab. Daher ist ein mehr bzw. weniger ausgeprägter Gradient beim Vergleich des Hülse- und Kernbereichs des Ti/Al Komposits für die Ti Fasertexturen $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ bzw. $\langle 0001 \rangle$ erkennbar.

⁵Abklinglänge/Eindringtiefe (*attenuation length*) der Cu-K α RÖNTGENstrahlung (8.05 keV) für Ti (5.54 g cm⁻³) etwa 10.8 μm , im Vergleich zu etwa 79.0 μm für Al (2.7 g cm⁻³) [190]

Ferner wird ein klarer radialer Ti Texturgradient – im Gegensatz zu jenem für Al (**Abbildung 4.10**) – nicht beobachtet. Vornehmlich die Ergebnisse für den Verformungszustand Ti/Al 1 weisen für mögliche vernünftige Bewertungen zu große Schwankungsbreite auf (vgl. **Abbildung 4.15** sowie **4.17**). Insofern wird die Analyse (im Vergleich zu jener für Al) auch hinsichtlich weiterer Details beschränkt. Der Anstieg der Texturintensität der Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Faser für Ti/Al 2 (radial, zum Probenzentrum hin) kann wie bereits beschrieben der radialen Abhängigkeit des plastischen Flusses beigemessen werden, welcher nun auf den höheren Ti Phasenvolumenanteil von etwa 77 % Auswirkung zeigt.

4.2.2.2.2 Ti Referenzsystem

4

Um ein weitgreifendes Verständnis der Texturentwicklung des Ti/Al Verbundmaterials – insbesondere im Vergleich zu einphasigen Materialien – zu erhalten, wurde ein vergleichbarer ASB Ti/Ti 0-2 Verbund prozessiert. Dieser wurde analog zum ASB Ti/Al 0-2 Verbund nach der in **Abschnitt 3.1.1.1** beschriebenen Prozedur aus zwei geringfügig verschiedenen Ti Grade 1 Materialien (für Stab und Hülse) hergestellt. Der (nicht vermeidbare) Unterschied zwischen Rohr- und Hülsematerial war durch die leicht verschiedenen Verunreinigungsgehalte gegeben. Daraus resultierend ließ sich ein Festigkeitsunterschied der unverformten Ausgangsmaterialien von etwa 10 % (Hülse < Stab) auf Basis der Berechnung der jeweiligen Sauerstoffäquivalente (0.105 für Hülse gegenüber 0.133 für Stab) nach [192] abschätzen [53]. Insbesondere konnte – im Gegensatz zum in **Abschnitt 4.2.2.1.2** erwähnten Versuch für Al – damit für den schwerpunktmässig untersuchten ASB Ti/Al Verbundwerkstoff ein Ti Referenzsystem auch für höhere Verformungsgrade ($\eta > 4.3$) realisiert werden.

Die QTA Ergebnisse dieses Ti/Ti Kompositmaterials sind in **Abbildung 4.16** gezeigt. Im Vergleich zu den Ti Texturdaten des Ti/Al 0-2 Komposits (**Abbildung 4.15**) ent-

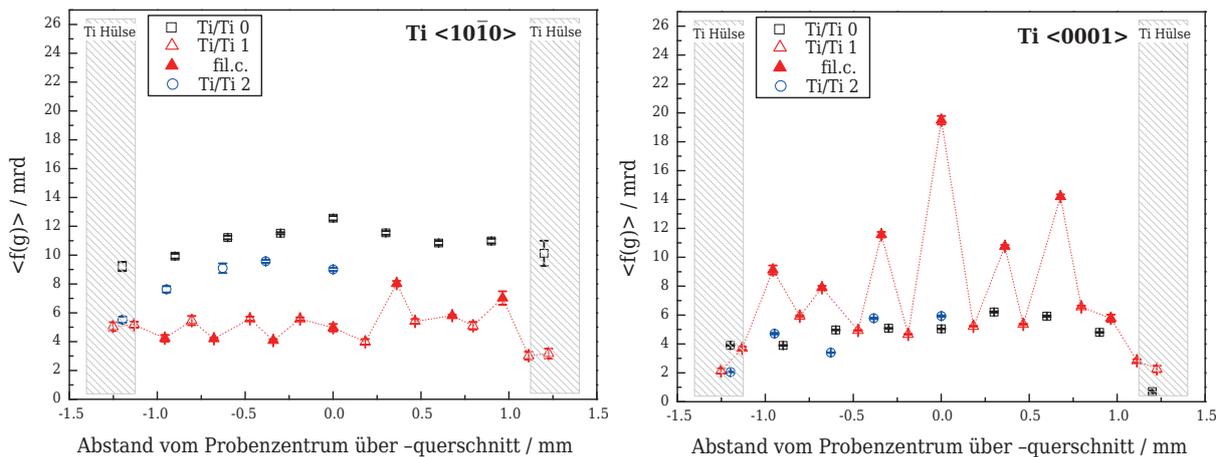


Abbildung 4.16: Gradient der Ti Textur der Ti/Ti 0-2 Drähte: Gradient der integrierten Fasertexturen $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ und $\langle 0001 \rangle$

sprechen die Ergebnisse des Ti/Ti 0-2 einer besseren Qualität (und somit Aussagekraft) aufgrund des günstigeren Signal-zu-Rausch Verhältnisses. Dies wird auf die Abwesenheit der (somit, z.B. bei der Probenpräparation nicht interferierenden) Al Phase zurückgeführt. Dank dieser Tatsache ist ein klarer Trend des Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertexturgradienten sichtbar.

Ferner hat sich – im Gegensatz zum Ti/Al Komposit – eine nicht (mehr) vernachlässigbar starke Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur entwickelt.

An diesem Punkt können mehrere Ursachen für die Entstehung dieser beiden Ti Fasertexturtypen, insbesondere aber der Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur diskutiert werden. Letztere lassen sich folgendermaßen auflisten: Möglicher Grund für die Entstehung der Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur ist

1. eine andere Phase, z.B. der (fcc) Titanhydrid δ -TiH₂
2. die Existenz axialer Druckspannungen
3. das o.g. unterschiedliche Hülsen- und Rohrmaterial

Ursache 1 bezeichnet den Umstand, dass – neben der für das Texturergebnis zunächst zugrundegelegten Ti Phase – ein starker, im Bereich des Ti (0001) Reflexes überlappender Peak einer anderen Phase vorliegt und das Messergebnis somit verfälscht haben könnte. Eine Titanhydridbildung, z.B. jene des o.g. δ -TiH₂ kann beispielsweise im Falle eines sauren Milieus an der Ti Oberfläche des ASB Ti/Al Verbundes erfolgen [193]. Für die verwendete elektrolytische Politur wurde ein pH-Wert von etwa 1 bis 2 (sauer) bestimmt, wonach die angesprochene Voraussetzung zur Hydrierung erfüllt wäre. Allerdings konnten die gemessenen Reflexlagen des Ti XRDg keinem (der vorhandenen) ICDD Pattern(s) des *International Centre for Diffraction Data* (ICDD) anhand der zugrundeliegenden Datenbank (*PDF Maint database* [194]) für eine Titanhydrid Phase (z.B. δ -TiH₂: ICDD 01-071-4960 [194]) zugeordnet werden, so dass bisher keine Hinweise für eine derartige Hydrierung bestehen. Die gegenüber XRD höhere Oberflächensensitivität der REM könnte z.B. mittels energiedispersiver RÖNTGENSpektrometrie (*energy dispersive X-ray spectrometry* (EDX)) weitere Informationen liefern.

Der mögliche Grund 2 bezeichnet hingegen eine typischerweise, in der Literatur [142,182] beobachtete Tendenz der Ti Texturentwicklung: Üblicherweise regelt demnach die hexagonale Basisebene bei Verformung entsprechend so ein, dass sich der korrespondierende Normalenvektor jener Ebene parallel zur Verformungsrichtung ausrichtet. Insbesondere die Existenz axialer Druckspannungen könnten also auf eine derartige, zur Drahtachse parallele Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur hindeuten. Dieser Vermutung soll zu einem späteren Zeitpunkt nachgegangen werden.

Schließlich nimmt die mögliche Ursache 3 Bezug auf den Unterschied zwischen den im ASB Ti/Al bzw. Ti/Ti Verbund verwendeten Materialien, welche dann unterschiedliche Verhalten in der filamentären Struktur während der Verformung des Komposits zeigen können. Diese unterschiedlichen „Rollen“ sollen im Folgenden der Einfachheit halber etwas bildhaft illustriert werden: Zum Einen „übernimmt“ die Ti Hülle die gleiche „Aufgabe/Rolle“ im ASB Ti/Ti wie jene im ASB Ti/Al Komposit („Hülsenrolle“), während zum Anderen das Ti Stangenmaterial im ASB Ti/Ti jenes aus Al des ASB Ti/Al ersetzt („Stangenrolle“). Beide, Hüllen- bzw. Stangenelemente wurden insbesondere im ASB Ti/Ti 1 Verformungszustand gemessen und in **Abbildung 4.16** (analog der vorangegangenen Analyse) mit den Bezeichnungen Ti/Ti 1 bzw. fil.c. versehen. Interessanterweise, kann dadurch eine klare Unterscheidung zwischen Hüllen- bzw. Stangenelemente hinsichtlich des Gradienten der Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur getroffen werden, während ebendas im Falle der Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur nicht evident ist: Die Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur zeigt sich als die dominante





Textur der Hüllenelemente, die Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur als jene des Stangenmaterials. Zusätzlich gleicht der Gradient der Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur im ASB Ti/Ti 1 jenem der Al $\langle 111 \rangle$ -Fasertextur im entsprechenden Verformungszustand des ASB Ti/Al 1 (vgl. **Abbildung 4.10**) in Bezug auf den bereits vorher beschriebenen, in 37 Filamenten „präservierten“, radialsymmetrischen Gradienten.

Abgesehen davon spielt die Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur eine geringfügige, ggf. vernachlässigbare Rolle in der Ti Textur, insbesondere für die Verformungsstadien Ti/Ti 0 und 2.

Im Vergleich der lokalen Ti Texturergebnisse des ASB Ti/Al 0-2 (**Abbildung 4.15**) mit jenen des ASB Ti/Ti 0-2 (**Abbildung 4.16**) erweist sich die Stärke der Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur als höher im Falle des ASB Ti/Al für die Verformungszustände $N = 0$ und $N = 1$, während beide Komposite im Verformungszustand $N = 2$ diesbezüglich gleich auf erscheinen. Für eine entsprechende Diskussion hinsichtlich der Stärke der Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur kann Gegenteiliges ausgesagt werden: Außer für den Zustand $N = 0$ (hier macht die große Schwankungsbreite für ASB Ti/Al 0 Werte einen sinnvollen Vergleich eher schwierig), ist die Fasertextur des ASB Ti/Ti 1-2 Komposits stärker, obgleich der Unterschied nicht so profunde wie im Falle der Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur ist. Nichtsdestotrotz besteht der Hauptunterschied zwischen den Ergebnissen der beiden ASB Verbünde Ti/Al und Ti/Ti im Auftreten einer erheblichen Ti $\langle 0001 \rangle$ -Fasertextur der Stangenelemente im Ti/Ti 1 Verformungszustand, wohingegen diese Fasertextur im Ti/Al Verbund (höchstwahrscheinlich aufgrund der nicht vorhandenen Ti Stangenelemente) keine Rolle spielt.

4.2.2.2.3 Übrige Ti Texturkomponenten

Die in **Abschnitt 4.2.2.1** bereits beschriebene bevorzugte Orientierungskomponente der axialen Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur, i.e. die Komponente $\{01\bar{1}0\}\langle 0001 \rangle$, ist in **Abbildung 4.17** sichtbar und die einzige (weitere) signifikante Texturkomponente. Weitere Messungen bestätigten eine für die Extrusion von Stangen bzw. Hülsen hexagonaler Metalle typische [73, 182, 183] zyklische Ti $\langle 0001 \rangle$ -Ringfasertextur, hier mit der Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ Richtung parallel zur Probenachse.



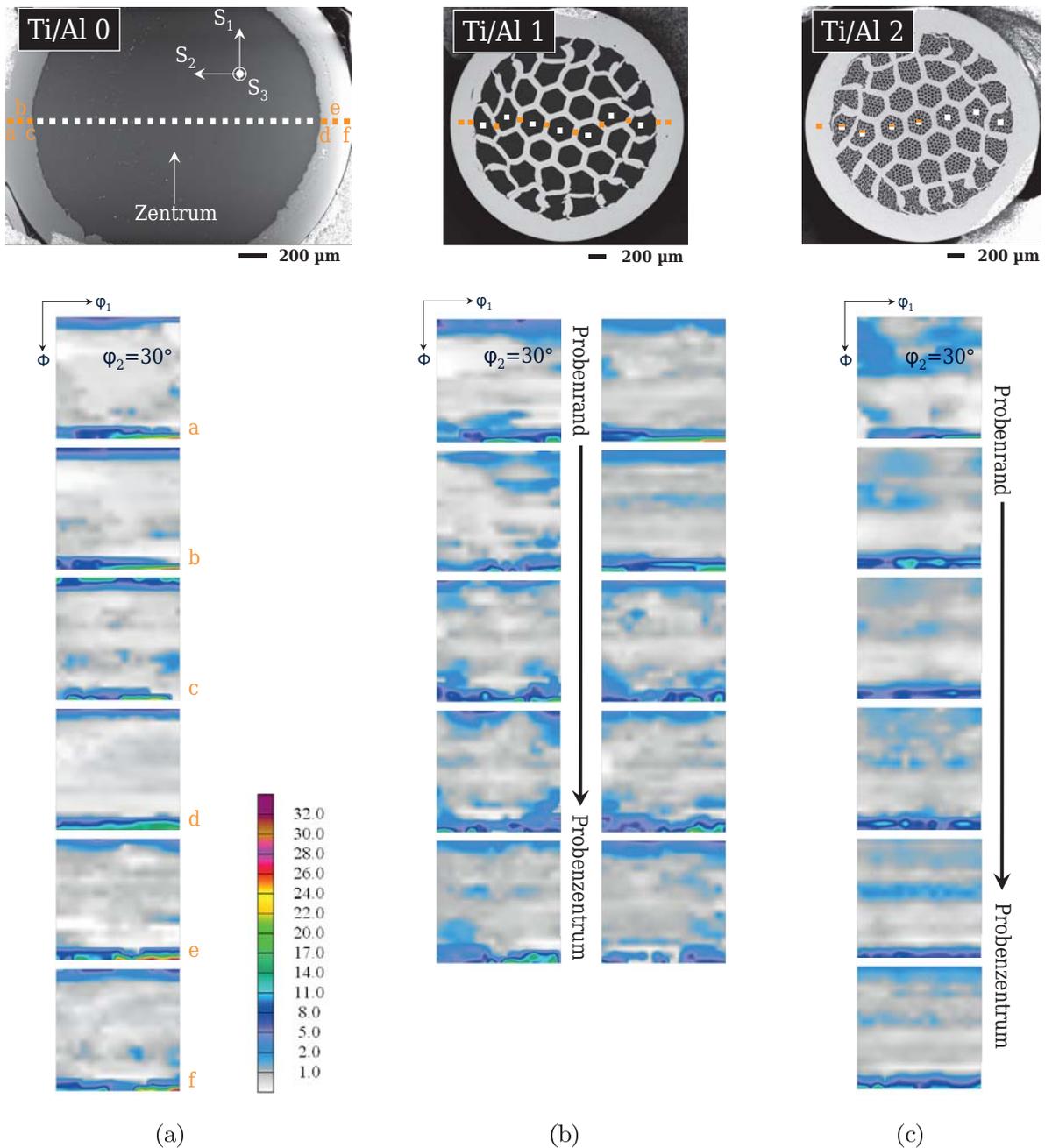


Abbildung 4.17: Radialer ODF Gradient der Ti Phase für die verschiedenen Verformungszustände: (a) Ti/Al 0, (b) Ti/Al 1, (c) Ti/Al 2

4.3 Mechanische Eigenspannungen des Ti/Al Verbundmaterials

Als neu-installiertes, auf einer unkonventionellen Mess- und Auswertemethodik basierendes Messsystem ist es notwendig, im Folgenden zunächst die korrekte Operationalität des XR μ D² durch geeignete Vergleichsstudien konventioneller Methoden der SpA (cXRD) in **Abschnitt 4.3.1.1** sowie durch Anwendung des XR μ D² Messsystems in einer lokalen in situ XR μ D²-sa in **Abschnitt 4.3.1.2** aufzuzeigen. Die Ergebnisse der lokalen XR μ D²-sa an den UFK ASB Ti/Al 0-2 Verbunddrähten sind entsprechend darauffolgend in **Abschnitt 4.3.2** dargelegt.

Bemerkung: Im Folgenden, außer in **Abschnitt 4.3.1.2**, ist stets der Fall der Abwesenheit externer Last, d.h. $\sigma^A = 0$ betrachtet. Infolgedessen wird aus Gründen der Zweckmäßigkeit und Lesbarkeit das in (2.7) eingeführte und in **Abschnitt 2.3.1** zur Bezeichnung der Eigenspannung σ^{RS} verwendete Superskript „RS“ weggelassen.

4

4.3.1 Präliminarien

4.3.1.1 Vergleichsmessungen mittels cXRD und XR μ D² Methoden

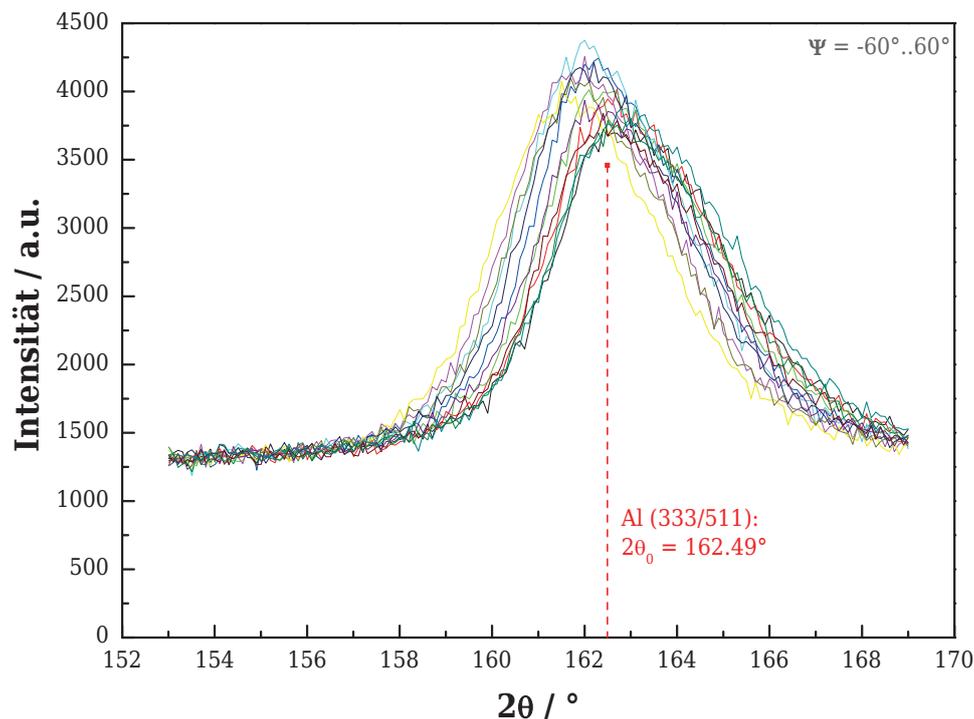


Abbildung 4.18: Gemessene $2\theta_{(\phi', \psi')}^{(333/511)}$ -Verschiebung mittels $\sin^2 \psi$ -Methode; nach [7]

Zur Absicherung der Vergleichbarkeit und für weitere Kalibrierungstestmessungen wurden verschiedene Probenmaterialien (z.B. mit Wolfram nano-beschichtete Siliziumeinkristalle (Waver), kugelgestrahltes Al) als „Standard-Test“-Spannungspben für das neu-installierte XR μ D² Messsystem verwendet: Dazu wurden diese sowohl im XR μ D² Mess-

system am ISP als auch am Institut für Werkstofftechnik/Metallische Werkstoffe (*Institute of Materials Technology* (IMT)) der Universität Kassel mittels eines cXRD Messsystems ($\sin^2 \psi$ -Methode) untersucht. Als Beispiel für Letzteres sind die Al Gitterdehnungen durch respektive $2\theta_{(\phi',\psi')}^{(hkl)}$ Messungen in **Abbildung 4.18** gezeigt, welche am Al Reflex $(333/511)^6$ durchgeführt wurden. Gemessen für verschiedene ψ' Werte (korrespondierend zum, u.A. hinsichtlich Messgenauigkeit empfohlenen ψ' -Winkelbereich [76]), ist der Shift der Peakposition in Bezug auf die spannungsfreie Winkellage $2\theta_0^{(333/511)}$ klar erkennbar. Für die entsprechende XR μ D²-sa wurden die Al Reflexe (400) , (331) , $(420)^7$ für die SpA sowohl mittels Einzel- als auch multipler Peakauswertung (*single/multiple peak evaluation stress analysis*) hinsichtlich der Optimierung von Messgenauigkeit bzw. -statistik genutzt. **Abbildung 4.19** verdeutlicht am Beispiel der kugelgestrahlten Al Probe die gute Über-

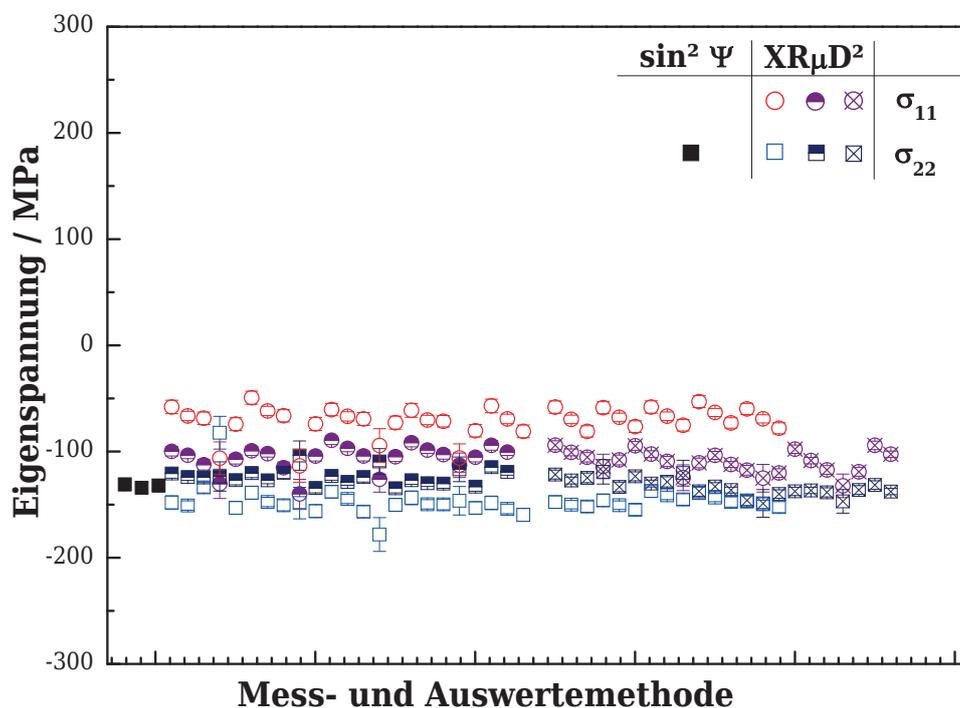


Abbildung 4.19: Ergebnisse der $\sin^2 \psi$ - und XR μ D²-Methode im Vergleich; nach [7]

einstimmung der verschiedenen Ergebnisse beider Methoden (cXRD und XR μ D²) in den Werten σ_{22} . Im Fall der XR μ D² Messungen wurden insbesondere verschiedene Auswerteprozeduren⁸ getestet, wobei stets der gesamte Spannungstensor berechnet wurde, während bei den $\sin^2 \psi$ Messungen – zeitlichen Restriktionen geschuldet – Wert und Reproduzierbarkeit nur für σ_{22} bestimmt wurde.

Analoge Übereinstimmung wurde in den Messdaten der cXRD-sa und XR μ D²-sa auch für alle anderen Testmaterialien beobachtet. Weiterhin bietet sich im Falle der XR μ D²-

⁶ $2\theta_0^{(333)} = 2\theta_0^{(511)} = 162.49^\circ$ mit $\frac{1}{2} S_2^{(333)} = \frac{1}{2} S_2^{(511)} = 18 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ für Cu-K α [194]
⁷ $2\theta_0^{(400)} = 99.08^\circ, 2\theta_0^{(331)} = 112.05^\circ, 2\theta_0^{(420)} = 116.57^\circ$ mit $S_1^{(400)} = -4.82 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$,
 $\frac{1}{2} S_2^{(400)} = 18.59 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$; $S_1^{(331)} = S_1^{(420)} = -5.05 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$, $\frac{1}{2} S_2^{(331)} = \frac{1}{2} S_2^{(420)} = 19.48 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$, entsprechend für Cu-K α [194]

⁸als Parameterstudien für die Bestimmung der Optima von z.B. *Frame*-Messzeit (d.h. Messzeit für die vollständige Aufnahme eines 2D Patterns), (hkl) Wahl, Einzel- bzw. multiple Peakauswertungsstrategien sowie anderer Datenakquisitionsparameter

sa eine Art „Pseudo-1D-Analyse“-Möglichkeit an, indem der hiermit verfügbar größere γ -Winkelbereich eines gemessenen 2D Patterns (**Abbildung 3.7**) entsprechend begrenzt wird auf den Fall einer cXRD-sa: So kann eine Auswertung unter Berücksichtigung der auf beispielweise $87.5^\circ \leq \gamma \leq 92.5^\circ$ reduzierten Daten durchgeführt werden, um somit den cXRD-sa Fall der Messung in der Diffraktometerebene ($\gamma = 90^\circ$, vgl. **Abbildung 2.7**) innerhalb der XR μ D²-sa zu simulieren. Entsprechende Vergleiche ergaben eine gute Übereinstimmung der Daten beider Methoden im Fall der nahezu regellos texturierten Testproben.

Bzgl. des Unterschieds des allgemeineren Ansatzes der XRD² Methode (verglichen mit cXRD) in Hinblick auf den mittels des XR μ D² Messsystems verfügbar größeren Datenbereich des Beugungskegelschnittes (im 2D Pattern) sei außerdem folgendes, in **Abchnitt 3.3.5.1** bereits angekündigtes numerisches Beispiel zu Anschauungszwecken gegeben: Wird eine Gitterdehnung anhand des für die XRD-sa gewählten Peaks (hkl) bestimmt, so kann die Anzahl \tilde{N}'_{hkl} der zur Beugung beitragenden Kristall(it)e für beide Fälle, d.h. für die (i) cXRD-sa und die (ii) XR μ D²-sa entsprechend [7]

$$\tilde{N}'_{hkl} = \frac{\tilde{N} H_{hkl} \tilde{\beta}_h h_z \cos \theta^{(hkl)}}{2 \pi R \sin 2\theta^{(hkl)}} \quad (4.3)$$

berechnet werden. Hierbei werden neben der Gesamtanzahl \tilde{N} der Kristall(it)e im bestrahlten makroskopischen Volumen- bzw. Flächenelement auch Multiplizität H_{hkl} [3, 66], horizontale Divergenz $\tilde{\beta}_h$ (in Radiant), Höhe h_z des Detektorfensters und Goniometermessradius R entsprechend implementiert [195]. Offensichtlich gilt somit $\tilde{N}'_{hkl} \sim h_z$, so dass z.B. das betrachtete XR μ D² Messsystem mit einem 2D Detektor (Detektorfenstergröße von ca. $14 \times 14 \text{ cm}^2$) eine respektiv größere Anzahl⁹ von Körnern im Vergleich zu cXRD-sa Messsystemen mit Punkt- oder Liniendetektoren eruieren kann. Z.B. liegt im Falle einer XRD-sa des betrachteten ASB Ti/Al Kompositdrahtes am Al (331) Reflex¹⁰ mit den Arbeitsparametern $R = 15.9 \text{ cm}$, RÖNTGENbrennfleck von etwa $50 \mu\text{m}$ auf der Probenoberfläche und $\tilde{\beta}_h = 7.6 \text{ mrad}$, \tilde{N}'_{hkl} im Falle der cXRD-sa (d.h. $h_z = 1 \text{ cm}$) in einem Bereich von etwa ~ 88 bis ~ 2 für einen korrespondierenden Korngrößenbereich von ~ 0.2 bis $\sim 1.4 \mu\text{m}$ [5, 54], während der Bereich für eine entsprechende XR μ D²-sa ($h_z = 14 \text{ cm}$) von ~ 1227 bis ~ 25 beträgt. Damit entsprechen die letzteren Werte sehr gut den Empfehlungen zu den Anforderungen an die Messqualität von $\tilde{N}'_{hkl} \stackrel{!}{>} 20$ [196]; und dies insbesondere für den gesamten o.g. Korngrößenbereich – im Gegensatz zu den Werten der cXRD-sa.

In obiger Rechnung wurde die bestrahlte Probenfläche betrachtet. Im Falle der Berücksichtigung der maximalen Eindringtiefe von $79 \mu\text{m}$ für Cu-K α in Al [190] und des Verhältnisses dieser zur Korngröße, kann ggf. das bestrahlte Probenvolumen betrachtet werden, wonach sich eine entsprechend höhere Zahl \tilde{N}'_{hkl} für beide o.g. Methoden ergibt.

Allerdings sollte hier betont werden, dass (4.3) im strengen Sinne nur für eine perfekt nicht-bevorzugt orientierte Pulverprobe gilt. Im Falle bevorzugter Orientierung ist das Ergebnis für \tilde{N}'_{hkl} abweichend und kann nicht nach (4.3) berechnet werden. Nichtsdestotrotz bleibt die o.g. Aussage über die Vorteile der Methode der XR μ D²-sa im Vergleich zur

⁹allein abhängig vom Verhältnis der Detektorfenstergrößen, falls alle anderen Parameter fest sind

¹⁰ $H_{331} = 24$ [66], $\theta_0^{(331)} = 56.02^\circ$ [194] für Cu-K α

cXRD-sa hinsichtlich Effizienz und Genauigkeit wahr, während die obige Rechnung nur für illustrative Zwecke angegeben wurde. Insbesondere im Falle der Untersuchung von (stark) texturierten Proben sind, wie bereits früher erwähnt, die Applikationsmöglichkeiten der cXRD Methoden begrenzt (vgl. z.B. [76,87,97]), wohingegen ein Messsystem auf der Basis der XRD²-sa – wie im Falle des hier beschriebenen XR μ D² Messsystems – aufgrund der erweiterten, u.A. in **Abschnitt 3.3.5.1** diskutierten Methodik weiterhin genutzt werden kann.

4.3.1.2 Lokale in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D²

Eine weitere operative Testsequenz für die Reliabilität der mittels des XR μ D² Messsystems erhaltenen Daten betraf die Untersuchung der erreichbaren experimentellen Auflösung hinsichtlich Reproduzierbarkeit und Messempfindlichkeit. Zu diesem Zweck wurde eine lokale in situ XR μ D²-sa an dem in **Abschnitt 3.1.2.2** eingeführten UFK ED Ni-5at.%Fe durchgeführt, indem der Verlauf der experimentell (mittels des XR μ D² Messsystems) erhaltenen Spannungen versus jenem der (externen) Lastspannungen aufgetragen wurde. Letztere wurden mit Hilfe des auf dem Goniometer des XR μ D² Messsystems applizierten Zug/Druck-Moduls (**Abschnitt 3.3.5.2**) ermittelt.

4.3.1.2.1 Lokale Phasenanalyse des Ni-Fe

Vorab seien die Ergebnisse der Elementanalyse des UFK ED Ni-5at.%Fe mittels EDX bei Nutzung der K-Serie in **Tabelle 4.1** angegeben. Die in **Abbildung 4.20** gezeigt

Tabelle 4.1: Ergebnisse der EDX-Analyse an UFK ED Ni-5at.%Fe; nach [153]

Element	Ordnungszahl	Serie	unnormierte Gewichtsprozent	normierte Gewichtsprozent	Atomprozent	Messungsgenauigkeit
			/%	/%	/%	/%
C	6	K-Serie	0.33	0.33	1.52	0.1
Al	13	K-Serie	0.14	0.14	0.29	0.0
Fe	26	K-Serie	5.22	5.17	5.18	0.2
Ni	28	K-Serie	94.19	93.21	88.94	2.6
O	8	K-Serie	1.17	1.16	4.06	0.2
		Summe:	101.06	100.00	100.00	

ten, im Vergleich zu Ni und Fe schwachen charakteristischen Röntgenlinien von O, C und Al können einer geringen Kontamination dieses Materials während der Präparation (mechanische und elektrolytische Politur wie in **Abschnitt 3.2.2.1** angegeben) zugeordnet werden. Bei deren Vernachlässigung entspricht die exakte Materialkomposition

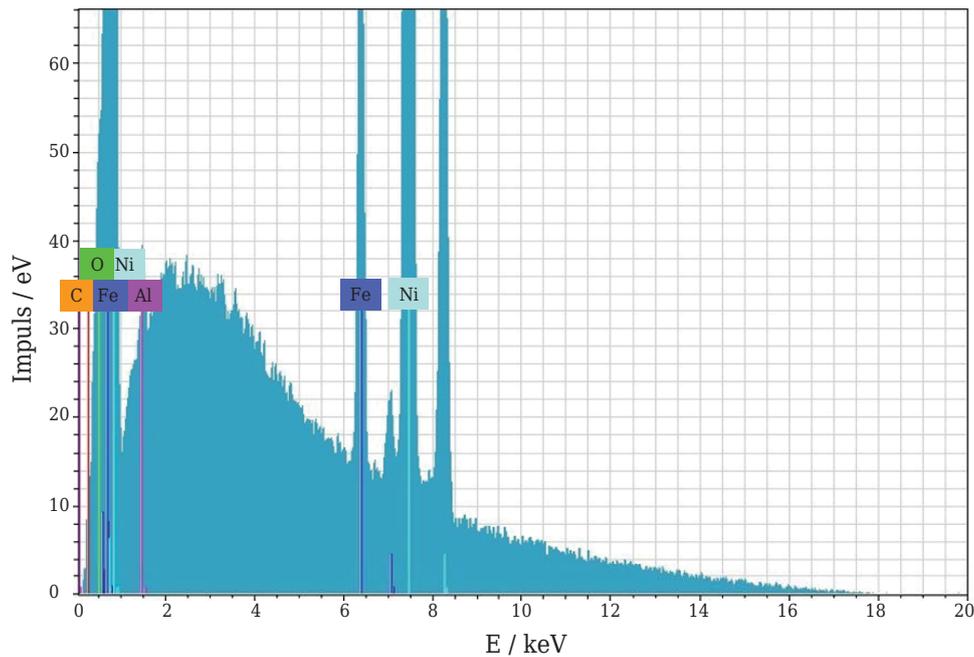


Abbildung 4.20: EDX-Spektrum des UFK ED Ni-5at.%Fe [153]

Ni-5, 25at.%Fe. **Abbildung 4.21** zeigt das mittels des XR μ D² Messsystems aufgenommene lokale XRDg, welches qualitativ den mittels EDX gefundenen hohen Ni Phasengehalt verifiziert. Dabei wurde der beste Phasenabgleich (*phase match/fit*) mit dem Ni Pattern (ICDD 03-065-2865) anhand der Datenbank [194] ermittelt. Weiterhin ergeben Messungen mittels Rückstreuelektronenbeugung (*electron backscatter diffraction* (EBSD)) bei einer Schrittweite von 40 nm eine mittlere KG von etwa (250 ± 50) nm [153] sowie eine vertikale Wachstumsrichtung (*growth direction* (GD)) (**Abbildung 4.22**).

4.3.1.2.2 Lokale Texturanalyse des Ni-Fe

A priori zu den in situ XR μ D²-sa Experimenten wurde die (lokale) Textur des UFK ED Ni-5at.%Fe durch XR μ D²-ta bestimmt, um deren möglichen Effekt auf die SpA abzuschätzen. Die Messplanung, -durchführung und -auswertung wurde dabei analog der in **Abschnitt 3.3.4** und insbesondere in **Abschnitt 3.3.4.2** beschriebenen Methodik (inkl. der angegebenen Software Pakete) vollzogen. Weiterhin wurden die Ergebnisse mit EBSD Messungen bestätigt [153]. Zur Berechnung der ODF aus den anhand der 2D Patterns erhaltenen PF Daten wurden die folgenden PF genutzt: Ni (111), (200), (220) und (311).

Im Ergebnis wurde eine schwache Ni $\langle 110 \rangle$ -Fasertextur in ED GD festgestellt (vgl. entsprechende INVPF in **Abbildung 4.23**), welche somit einen vernachlässigbaren texturiellen Einfluss auf die in situ XR μ D²-sa Experimente offenlegt.

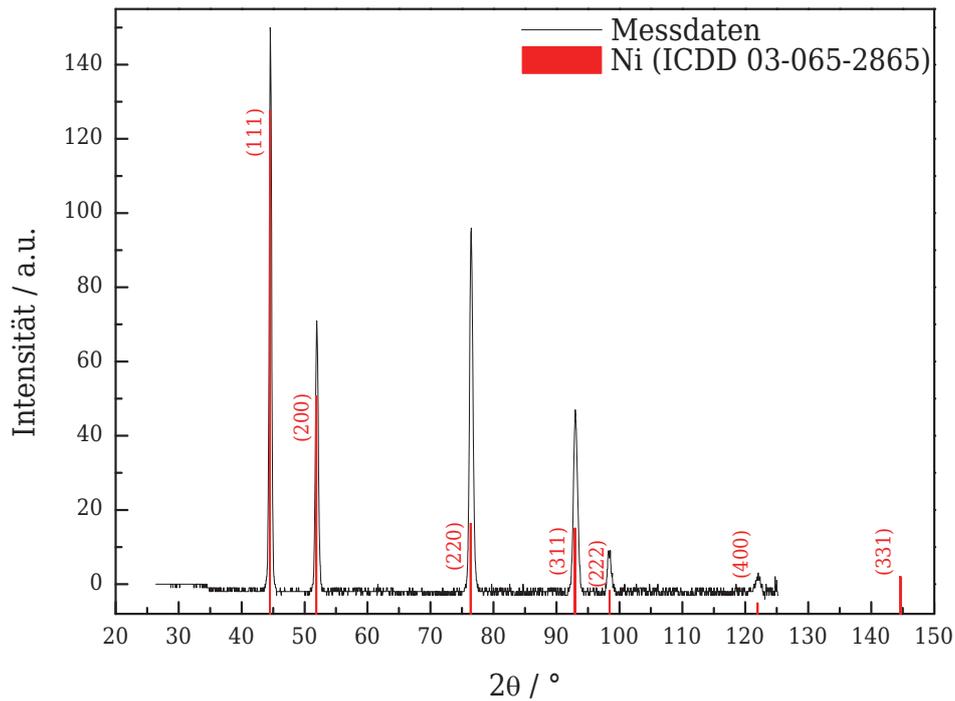


Abbildung 4.21: XRDg des UFK ED Ni-5at.%Fe, gemessen mittels des XR μ D²-Systems; nach [197]

4.3.1.2.3 Externe Lastbedingungen der lokalen in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D²

Das UFK ED Ni-5at.%Fe Material wurde entsprechend einer inkrementell ($\Delta F \sim 500$ N) ansteigenden, uniaxialen Zuglast F innerhalb des elastischen Bereichs bis zu 4025 N (bei anschließend äquivalenter Entlastung) in zwei experimentellen Set-ups beansprucht: uniaxiale Lastrichtung parallel zur

- (i) (vertikalen)¹¹ Probenachse \mathcal{S}_2
- (ii) (horizontalen)¹² Probenachse \mathcal{S}_1

des PKS \mathcal{S} (vgl. **Abbildungen 2.8** bzw. **3.10**).

Bemerkung: Im „ungedrehten Ausgangszustand“ des Goniometers, d.h. bei $\omega = \phi = \psi = 0$, fallen die Achsen des LKS \mathcal{L} und des PKS \mathcal{S} entsprechend

$$\mathcal{L}_1 = -\mathcal{S}_1 \quad (4.4a)$$

$$\mathcal{L}_2 = \mathcal{S}_3 \quad (4.4b)$$

$$\mathcal{L}_3 = \mathcal{S}_2 \quad (4.4c)$$

zusammen (vgl. **Abbildungen 2.8**).

¹¹Diese Angabe ist per definitionem eine bzgl. des LKS \mathcal{L} und insofern hier hinsichtlich \mathcal{S} im „ungedrehten Ausgangszustand“ des Goniometers gemeint.

¹²vgl. **Fußnote 11**

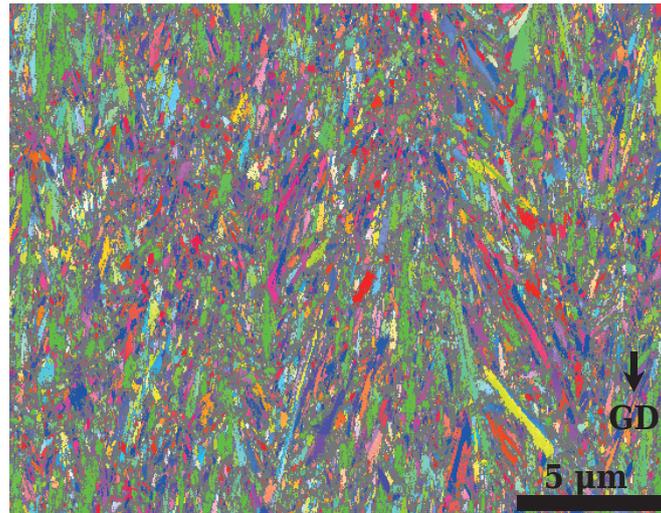


Abbildung 4.22: Repräsentatives EBSD Mapping des UFK ED Ni-5at.%Fe mit vertikaler GD (Schrittweite 40 nm) [197]

Die resultierende Last F und Dehnung ε wurden mittels des Deformation Device Systems (Multi Level Control) der Firma Kammrath & Weiss GmbH aufgezeichnet. Die entsprechende Fläche A_0 der Probe wurde bestimmt (9.88 mm^2), wodurch die resultierenden externen (Last-)Spannungskomponenten σ_{11}^A und σ_{22}^A (parallel zur (horizontalen)¹³ Achse S_1 bzw. (vertikalen)¹⁴ Achse S_2) des (Last-)Spannungstensors σ^A berechnet werden konnten.

Zur lokalen in situ XR μ D²-sa des UFK ED Ni-5at.%Fe wurde die XR μ D²-sa an denjenigen Ni BRAGGpeaks höchstmöglichen BRAGGwinkels¹⁵ durchgeführt. Dies ergab die BRAGGreflexe Ni (220), (311), (222) mit den in **Tabelle 4.2** angegebenen, auf [194] basierenden SpA-Parametern $2\theta_0^{(hkl)}$ und REK.

Tabelle 4.2: Verwendete Parameter zur lokalen in situ XR μ D²-sa an Ni; nach [7,194]

(hkl)	$2\theta_0^{(hkl)}$ /°	$S_1^{(hkl)}$ /(10^6 MPa) ⁻¹	$1/2 S_2^{(hkl)}$ /(10^6 MPa) ⁻¹
(220)	76.38	-1.256	5.586
(311)	92.93	-1.581	6.521
(222)	98.44	-0.985	4.775

Ferner wurden Methoden der Einzel- sowie multiplen Peakauswertung angewandt. Beste Ergebnisse bzgl. Indizierungsqualität (vgl. **Abschnitt 2.3.3**) und statistischer MU wurden bei Einzelpeakauswertung am Ni (311) erzielt, so dass diese im Folgenden dargestellt und benutzt werden. Der in diesem Fall auftretende hohe (für fcc Metalle zweithöchste) Multiplizitätswert von $H_{311} = 24$ [66] begünstigt entsprechend (4.3) eine hohe Peakbasissintensität und entspricht insofern allgemeinen Empfehlungen [76].

¹³vgl. Fußnote 11

¹⁴vgl. Fußnote 11

¹⁵vgl. Abschnitt 4.3.2.1

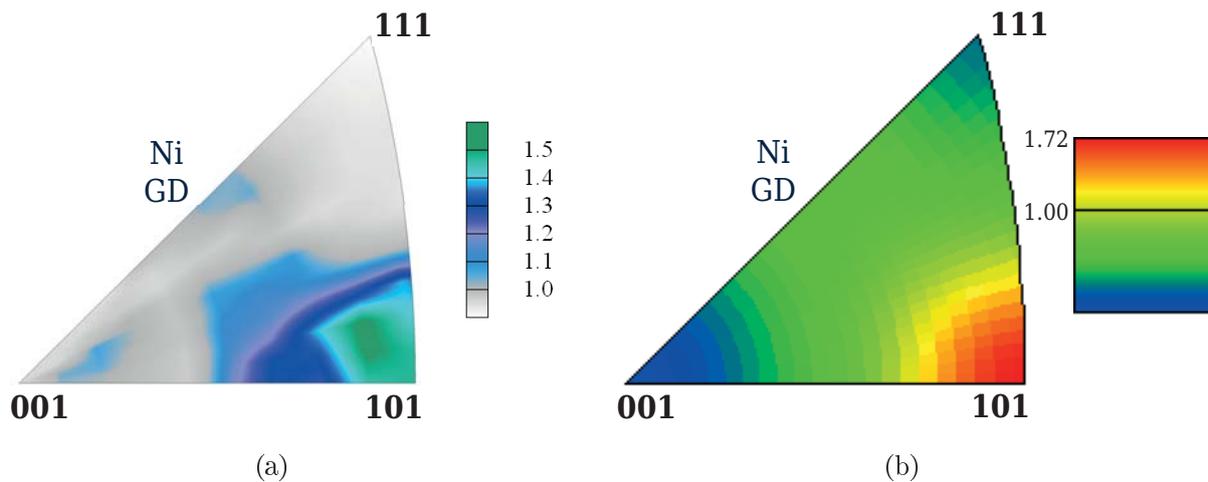


Abbildung 4.23: Textur des UFK ED Ni-5at.%Fe: INVPF in GD aus (a) der XR μ D²-ta bzw. aus (b) EBSD Messungen

4.3.1.2.4 Ergebnisse der lokalen in situ Spannungsanalyse mittels XR μ D²

4.3.1.2.4.1 Lastbedingungen parallel zur Achse S_2

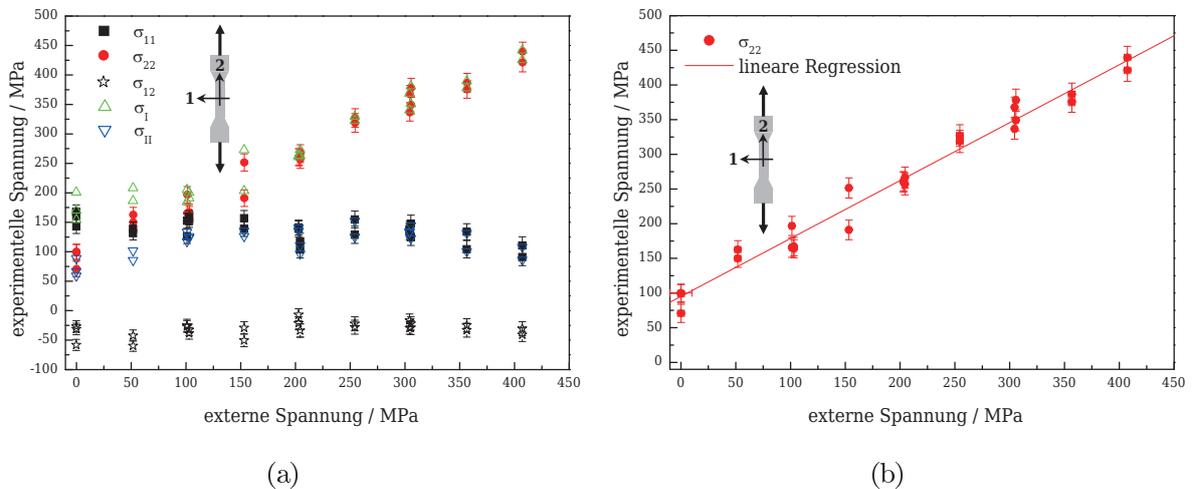


Abbildung 4.24: Lokale in situ, bei Belastungsrichtung parallel zur Achse S_2 bestimmte (a) Spannungskomponenten sowie (b) lineare Regression der experimentellen Werte der Spannungskomponente σ_{22} ; nach [7] bzw. [197]

Abbildung 4.24(a) zeigt die Ergebnisse für eine der o.g. Lastbedingungen (parallel zur S_2 Achse, d.h. die Variation von σ_{22}^A). Die Größen σ_{11} bzw. σ_{22} bezeichnen dabei (wie bereits eingeführt) die Normalspannungskomponenten des Spannungstensors σ , gegeben in \mathcal{S} parallel zur S_1 bzw. S_2 , wohingegen sich σ_{12} auf die entsprechende Scherspannungskomponente bezieht. σ_I und σ_{II} sind die entsprechend in **Abschnitt 2.2.3** definierten (betragsmäßig) größten Haupt(normal)spannungswerte im \mathcal{H} . Entsprechend ist ein linearer Zusammenhang zwischen σ_{22} und der uniaxialen extern angelegten (Last-)Spannung

σ_{22}^A in **Abbildung 4.24(a)** erkennbar, welcher weiter mittels linearer Regression quantitativ (lineare Korrelation von ca. 0.84) ausgewertet werden kann (**Abbildung 4.24(b)**). Zudem wird ein, über den gesamten Lastbereich (von σ_{22}^A) in etwa (der Größenordnung der respektiven MU) konstant bleibendes σ_{11} beobachtet.

Darüber hinaus können weitere Details für die Größen σ_I und σ_{II} abgeleitet werden: Während σ_I ursprünglich (d.h. für geringe/nullwertige externe Last) in der gleichen Größenordnung wie σ_{11} liegt und bis zu einem Wert von etwa $\sigma_{22}^A = 150$ MPa unverändert bleibt, ist eine Änderung für höhere externe Spannungswerte feststellbar, so dass σ_I dann σ_{22} zugeordnet werden kann. Somit ist für σ_{II} ein komplementäres Verhalten beobachtbar: Zunächst der gleichen Größenordnung wie σ_{22} entstammend für Werte im Bereich von $\sigma_{22}^A \lesssim 150$ MPa, gilt dann $\sigma_{II} \sim \sigma_{11}$ für $\sigma_{22}^A \gtrsim 150$ MPa. Diese Beobachtung kann angesichts der Superposition der (inneren) Eigen- und (externen) Lastspannungen gemäß (2.7) verstanden werden. Somit kann die Größenordnung der Eigenspannungskomponenten aus den experimentellen Werten bei $\sigma_{22}^A = 0$ bestimmt werden. Außerdem dominieren die Lastspannungen die experimentell bestimmten Spannungswerte für den Bereich $\sigma_{22}^A \gtrsim 150$ MPa, wie aus der, oben diskutierten Entwicklung der Hauptspannungswerte evident ist.

Da die Probennahme für das UFK ED Ni-5at.%Fe Material in derart realisiert wurde, dass die Lastachse stets orthogonal zur mikrostrukturellen GD in beiden der untersuchten Lastbedingungen verläuft und die Kristall(it)e kolumnar in GD [197] sind (**Abbildung 4.22**), erfahren alle Kristall(it)e in etwa die gleiche (Last-)Spannung, d.h. es gilt in erster Näherung der Grenzfall der in **Abschnitt 2.3.2** erwähnten REUSSschen Kristallitkopplungshypothese [125]. Dadurch können die externen Lastspannungswerte mit jenen (lokal bestimmten) experimentellen Werten direkt korreliert werden.

4.3.1.2.4.2 Lastbedingungen parallel zur Achse S_1

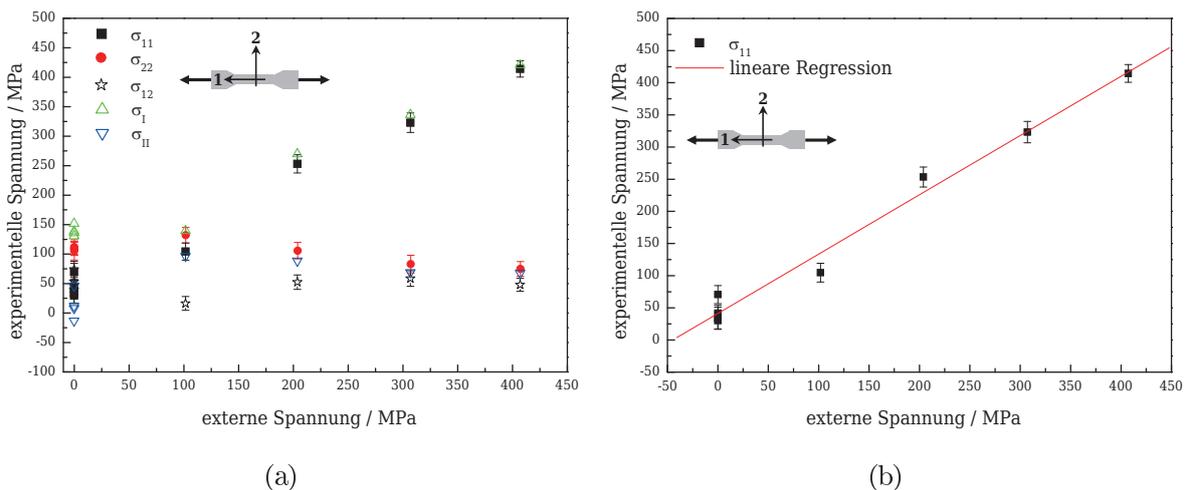


Abbildung 4.25: Lokale in situ, bei Belastungsrichtung parallel zur Achse S_1 bestimmte (a) Spannungskomponenten sowie (b) lineare Regression der experimentellen Werte der Spannungskomponente σ_{11} ; nach [197]

Für die lokale in situ XR μ D²-sa bei uniaxialer Last parallel zur Achse \mathcal{S}_1 wurde zeitlichen Restriktionen zufolge ein Inkrement von $\Delta F \sim 1000$ N gewählt. In **Abbildung 4.25(a)** sind die Ergebnisse der lokalen in situ XR μ D²-sa (analog zu den in **Abbildung 4.24(a)** bereits angegebenen) dargestellt. Im Vergleich dieser beiden Ergebnisse (**Abbildungen 4.24(a)** und **4.25(a)**) wird sichtbar, dass ein Wechsel der Lastbedingung (von Lastachse \mathcal{S}_1 zu \mathcal{S}_2) entsprechend in einen Wechsel des (variierenden) Spannungswertes (von σ_{11} zu σ_{22}) resultiert. Desweiteren wird insbesondere in den **Abbildungen 4.25(a)** und **4.25(b)** eine lineare Relation zwischen σ_{11} und der uniaxialen externen Lastspannung σ_{11}^A deutlich (lineare Korrelation von etwa 0.92), wohingegen σ_{22} über den gesamten Lastbereich von σ_{11}^A (in guter Näherung) konstant ist. Ferner verläuft die Entwicklung der Hauptspannungswerte σ_I und σ_{II} mit ansteigender externer Last analog jener in **Abschnitt 4.3.1.2.4.1** beschriebenen.

4.3.1.2.5 Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Ni-Fe

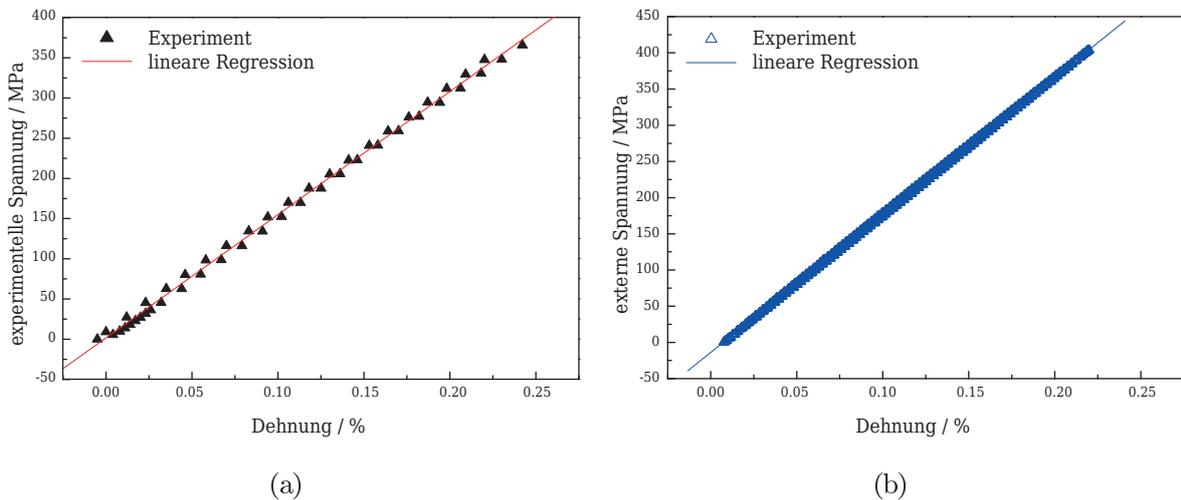


Abbildung 4.26: Spannungs-Dehnungs-Diagramm (a) mittels lokaler in situ XR μ D²-sa bzw. (b) der mittels MTS ermittelten Lastspannung; nach [197]

Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm $\sigma(\varepsilon)$ ¹⁶, welches aus den Ergebnissen der in **Abschnitt 4.3.1.2.4** beschriebenen lokalen in situ XR μ D²-sa ermittelt wurde, ist in **Abbildung 4.26(a)** angegeben und zeigt einen linearen Zusammenhang zwischen den experimentell ermittelten Spannungs- und Dehnungswerten σ und ε (lineare Korrelation von ca. 153 GPa). Um das, mit Hilfe des in situ Zug/Druck-Moduls aufgezeichnete Spannungs-Dehnungs-Diagramm zu validieren, wurden Referenzmessungen an einem zertifizierten, servohydraulischen Material Testing System (MTS) 810 am ISP durchgeführt. **Abbildung 4.26(b)** gibt das resultierende Spannungs-Dehnungs-Diagramm $\sigma^A(\varepsilon)$ wieder. Der (globale) Elastizitätsmodul (E-Modul) (YOUNG's modulus) Y des UFK ED Ni-5at.%Fe Materials kann gemäß $Y := \sigma^A/\varepsilon$ anhand des Graphenanstiegs aus **Abbildung 4.26(b)** zu $Y_{\text{MTS}} \approx 190$ GPa bestimmt werden. Alternativ können auch die in den **Abbildungen 4.24(b)**, **4.25(b)** und **4.26(a)** aufgezeichneten Daten für eine Abschätzung des E-Moduls $Y_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}$ anhand der lokalen in situ XR μ D²-sa Ergebnisse benutzt

¹⁶ σ bezeichne hier der Kürze halber die experimentell bestimmten Spannungskomponenten σ_{11} bzw. σ_{22}

werden: Aufgrund der protokollierten Relation $\sigma(\sigma^A)^{17}$ zwischen den experimentell bestimmten und extern angelegten Spannungen in den **Abbildungen 4.24(b)** und **4.25(b)** und den Daten $\sigma(\varepsilon)$ in **Abbildung 4.26(a)**, kann eine Korrelation $\sigma^A(\varepsilon)$ für den linearen Bereich dieser o.g. Beziehungen hergeleitet werden. So ergibt sich aus diesen einfachen, linearen Zusammenhängen

$$\sigma(\sigma^A) = \kappa \cdot \sigma^A \text{ mit } \kappa \approx 0.88 \text{ aus } \mathbf{Abbildungen 4.24(b)} \text{ und } \mathbf{4.25(b)} \quad (4.5a)$$

$$\sigma(\varepsilon) = \xi \cdot \varepsilon \text{ mit } \xi \approx 153 \text{ GPa aus } \mathbf{Abbildung 4.26(a)} \quad (4.5b)$$

für den E-Modul $Y_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}$ ein Wert von $Y_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}} = \xi/\kappa \approx 174 \text{ GPa}$.

Die zwischen Y_{MTS} und $Y_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}$ bestehende Differenz von etwa 10 % kann der Verwendung unterschiedlicher Kraftmessdosen sowie den involvierten MU zugeschrieben werden. Zudem ist der (lokale) Charakter des aus der lokalen in situ XR μ D²-sa hervorgehenden Wertes $Y_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}$ streng genommen jenem des (globalen) Wertes Y_{MTS} nicht identisch, sondern (günstigstenfalls) als entsprechende Näherung gemäß der bereits in **Abschnitt 4.3.1.2.4.1** geführten Diskussion (u.A. um den REUSSschen Grenzfall) zu verstehen. Wird die naheliegende Vermutung der Korrektheit von Y_{MTS} , d.h. von $\sigma_{\text{MTS}}^A(\varepsilon_{\text{MTS}})$ benutzt, so kann entsprechend eine lineare Korrekturfunktion $K(\sigma_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}^A)$ für den Zusammenhang $\sigma_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}^A(\varepsilon_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}})$ zu

$$K(\sigma_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}^A) \approx 1.09 \cdot \sigma_{\text{XR}\mu\text{D}^2\text{-sa}}^A - 15.66 \quad (4.6)$$

angegeben werden. Nichtsdestotrotz zeigt der Vergleich der Ergebnisse der XR μ D²-sa mit jenen der MTS-Methode eine (im Rahmen der MU) exakte Mess- und Auswertprozedur der ersteren.

Zusammenfassend konnten die lokalen in situ XR μ D²-sa Experimente die Korrektheit und Genauigkeit der Ergebnisse der XR μ D²-sa – insbesondere bzgl. z.B. der Validität intrinsischer KS-Transformationen während der SpA sowie absoluter makroskopischer Spannungswerte – empirisch bestätigen. Letzteres ist jedoch materialabhängig (hinsichtlich z.B. Ordnungszahl, Mikrostruktur wie z.B. KG und Textur) wie in **Abschnitt 2.3** angegeben und konnte hier aufgrund der Wahl eines adequaten Probenmaterials realisiert werden. Weiterhin konnte in **Abschnitt 4.3.1.2** Machbarkeit und Güte einer derartigen lokalen in situ XR μ D²-sa beispielhaft gezeigt werden, welche hinsichtlich des allgemeinen wissenschaftlichen Interesses an der Untersuchung interner Spannungszustände [89] und entsprechender Auswirkungen auf Materialeigenschaften [198,199] sowie mechanischer Deformationsmechanismen [200] von Bedeutung ist.

Schließlich konnten insgesamt in **Abschnitt 4.3.1** die korrekte Kalibrierung des Messsystems überprüft sowie sämtliche, mit der Messprozedur des XR μ D² Messsystems verbundene Transformationen und Auswertalgorithmen verifiziert werden.

¹⁷ σ^A bezeichne hier der Kürze halber die externen (Last-)Spannungskomponenten σ_{11}^A bzw. σ_{22}^A

4.3.2 Lokale Spannungsanalyse an Ti/Al 0-2 mittels XR μ D²

Der lokalen XR μ D²-sa der ASB Ti/Al 0-2 Verbunddrähte vorausgehend, wurden Parameterstudien hinsichtlich der Bestimmung der Optima von z.B. *Frame*-Messzeit, (*hkl*) Peakwahl, Strategien zur Einzel- bzw. multiple Peakauswertung sowie anderer, zur Datenaufnahme relevanter Größen durchgeführt, um die bestmögliche XR μ D²-sa für die interessierenden Proben zu erreichen. Details für eine kleine Auswahl dieser Untersuchungen ist im Folgenden (**Abschnitte 4.3.2.1** und **4.3.2.2**) angegeben, bevor sich schwerpunktmäßig den Ergebnissen der lokalen XR μ D²-sa an den Verformungszuständen Ti/Al 0-2 gewidmet wird (**Abschnitte 4.3.2.3**).

4.3.2.1 Spannungsanalyse an Reflexen hoher 2θ Werte – zur Ruckwartsbeugung

Wie in **Abbildung 4.27(a)** gezeigt, führt (in Folge der durch das apparative Set-up gegebenen Restriktionen) der messbare 2θ -Bereich des XR μ D² Messsystems zu $2\theta_{\max} \approx 125^\circ$ bei einem Detektor(arbeits)abstand D (Goniometermessradius) von $D = 15.9$ cm im Messmodus der Vorwärtsbeugung (*forward diffraction measurement mode*). Generell sind

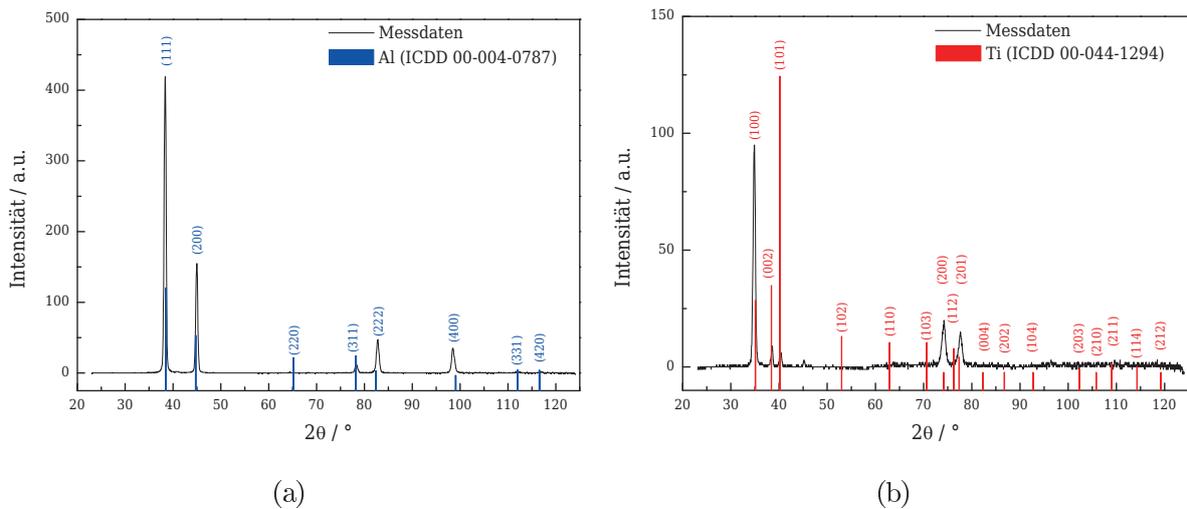


Abbildung 4.27: XRDg der (a) Al bzw. (b) Ti Phase, gemessen mittels des XR μ D²-Systems; nach [7]

allerdings für XRD-sa Anwendungen hohe 2θ Werte in Hinblick auf die daraus resultierend höhere Winkelauflösung gemäß $\Delta\theta^{(hkl)} = -\Delta d^{(hkl)} / d^{(hkl)} \tan \theta^{(hkl)}$ [3, 85] sowie zur Reduktion des Einflusses mechanischer Justierungsfehler und der damit verbundenen Verringerung der MU wünschenswert [76, 96]. Grundsätzlich sollte nach [76] ein Bereich von $40^\circ \leq 2\theta \leq 167^\circ$ erfassbar sein. Daher wurden zu Optimierungszwecken zunächst auch Experimente im Ruckwartsbeugungsmodus (*backward diffraction measurement mode*) durchgeführt. Allerdings waren – aufgrund zu geringer Peakintensitäten für höhere BRAGGwinkellagen, der höheren Abschwächung (*attenuation*) der RONTGENstrahlen angesichts der für höhere D Werte resultierend längeren Propagationswege durch Luft sowie probenspezifischer Eigenschaften (wie z.B. nicht-regellose Textur) – keine alternativen

Peaks zu den in **Abschnitt 4.3.1.1** bereits betrachteten vorhanden für eine mögliche XRD-sa oberhalb von $2\theta_{\max} \approx 125^\circ$. Insbesondere waren die Beugungsintensitätswerte zu gering für eine (erfolgreiche) Indizierung während des Anpassungsalgorithmus der Beugungskegelverzerrung (vgl. **Abschnitt 2.3.3**). Somit fanden alle folgenden Experimente zur lokalen Al XR μ D²-sa im Vorwärtsbeugungsmodus bei $D = 15.9$ cm statt.

Im Falle der lokalen Ti XR μ D²-sa zeigt **Abbildung 4.27(b)** ein mit Hilfe des XR μ D² Messsystems aufgenommenes XRDg. Der Tatsache der Existenz einiger Ti Peaks oberhalb von $2\theta_{\max} \approx 125^\circ$ für Cu-K α [96] zum Trotz, kommen ähnliche Gründe wie im Fall von Al zum Tragen.

4.3.2.2 Wahl der Peaklagen sowie Strategien zur Einzel- bzw. multiplen Peakauswertung

Desweiteren wurden Strategien zur Einzel- sowie multiplen Peakauswertung verfolgt, wobei die (messqualitativ) besten Ergebnisse hinsichtlich Indizierung (vgl. **Abbildung 4.28**) und statistischer MU in diesem Fall durch Einzelpeakauswertung des Al (420) Reflexes erreicht wurden, so dass diese auch im Folgenden dargestellt werden. Glücklicherweise, pro-

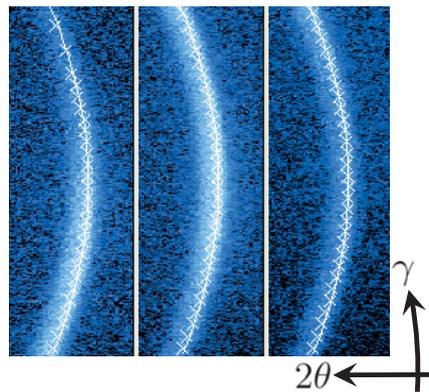


Abbildung 4.28: Exemplarisches Ergebnis der Al (420) Indizierung: Beugungskegelschnitte des Ti/Al 0 Drahtes für drei verschiedene ψ -Kippwinkel inkl. der Indizierungspunkte der $2\theta^{(420)}$ Auswertungsprozedur [7]

fitiert hier die hohe Anzahl \tilde{N}'_{420} der zum Messergebnis beitragenden Körner von einer, gemäß (4.3) entsprechend hohen Multiplizität $H_{420} = 24$ [66] (vgl. **Abschnitt 4.3.1.1**). Analoge Experimente und Argumentation führen im Fall der Ti XR μ D²-sa zur Wahl von Ti (114)¹⁸. Erschwerend reduzieren Faktoren, wie die vergleichsweise geringe Eindringtiefe¹⁹ für Ti von etwa 11 μ m [190] für Cu-K α , sowie die Multiplizität von $H_{114}=12$ [66], das Signal-zu-Rausch Verhältnis für Ti erheblich, so dass (verglichen mit z.B. Al oder Ni) generell nur eine geringere Indizierungsqualität erreicht werden kann.

¹⁸ $2\theta_0^{(114)} = 114.22^\circ$ mit $S_1^{(114)} = -2.604 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$, $1/2 S_2^{(114)} = 11.000 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$ für Cu-K α [194]

¹⁹vgl. **Fußnote 5**

4.3.2.3 Lokale Spannungsgradienten in Ti/Al 0-2

4.3.2.3.1 Transformation in das der Symmetrie angepasste Koordinatensystem

Um die Eigenspannungsverteilung der UFK ASB Ti/Al 0-2 Verbunddrähte (i) lokal sowie (ii) hinsichtlich des Umformgrades auflösen zu können, wurden die drei bereits in der XRµD²-ta (vgl. **Abschnitt 4.2.2**) untersuchten Verformungszustände Ti/Al 0-2 wiederum entlang der in **Abbildung 3.3** angegebenen Messpfade mittels XRµD²-sa analysiert. Daraus folgt die Angabe der resultierenden Spannungstensoranteile bzgl. des lokalen PKS \mathcal{S} . Um eine Korrelation mit der durch den ASB Prozess der Probe gegebenen (Zylinder-)Symmetrie zu erhalten, wurden diese Ergebnisse in Komponenten (**Abbildung 4.29**) bzgl. des entsprechenden Zylinderkoordinatensystems²⁰ $\mathcal{Z} := (r, \varphi, z)$, d.h. in $\sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{zz}$, etc.²¹ durch Verwendung der Transformation $\sigma^{\mathcal{Z}} = \mathbf{T} \sigma^{\mathcal{S}} \mathbf{T}^T$ [95] mit der Transformationsmatrix [70]

$$\mathbf{T} \equiv \mathbf{T}^{\mathcal{S} \rightarrow \mathcal{Z}} := \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

überführt.

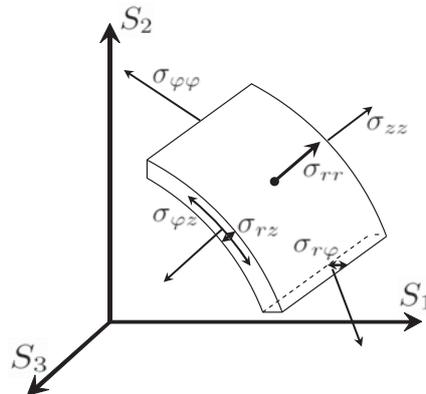


Abbildung 4.29: Zylindrische Spannungstensoranteile am Ausschnitt einer Probenhülse im Bezug zum Probenkoordinatensystem \mathcal{S} [7]

Im Falle der Normalspannungskomponenten σ_{rr} bzw. $\sigma_{\varphi\varphi}$ führt (4.7) zu den Werten der bereits nach (2.18) in **Abschnitt 2.3.2** definierten Planarspannung $\sigma_{(\phi')}$ bzw. $\sigma_{(\phi'+\pi/2)}$. Daher wurde der Azimutalwinkel $\varphi = \phi'$ (**Abbildung 2.6**) insbesondere für jedes einzelne Filament der Verformungszustände Ti/Al 1-2 (**Abbildung 3.3**) protokolliert. Weiterhin konnte im Falle des Ti/Al 0 Zustandes ein Längsschnitt des ASB Verbunddrahtes (innerhalb der Symmetrieebene $S_2 - S_3$ in **Abbildung 4.29**) entlang der radialen Richtung vermessen werden, um eine lokale Spannungsverteilung für die Komponente σ_{zz} zu erhalten.

²⁰vgl. u.A. [179]

²¹Hier bezeichnen $\sigma_{rr}, \sigma_{\varphi\varphi}, \sigma_{zz}$, etc. natürlich entsprechend $\sigma_{rr}^{\mathcal{Z}}, \sigma_{\varphi\varphi}^{\mathcal{Z}}, \sigma_{zz}^{\mathcal{Z}}$, etc. Aus Gründen der Zweckmäßigkeit und Lesbarkeit wird das Superskript \mathcal{Z} allerdings weggelassen.

4.3.2.3.2 Totalphasenspannungen in Al und Ti

Die Ergebnisse der Normalspannungskomponenten σ_{rr}^α , $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ und $\sigma_{zz}^{\alpha 22}$ jeweils als (i) Funktion des Umformgrades (Ti/Al 0-2) sowie als (ii) Funktion der radialen Messposition (vom Probenrand zum -zentrum) sind in den **Abbildungen 4.30–4.32** dargestellt. Beim Ver-

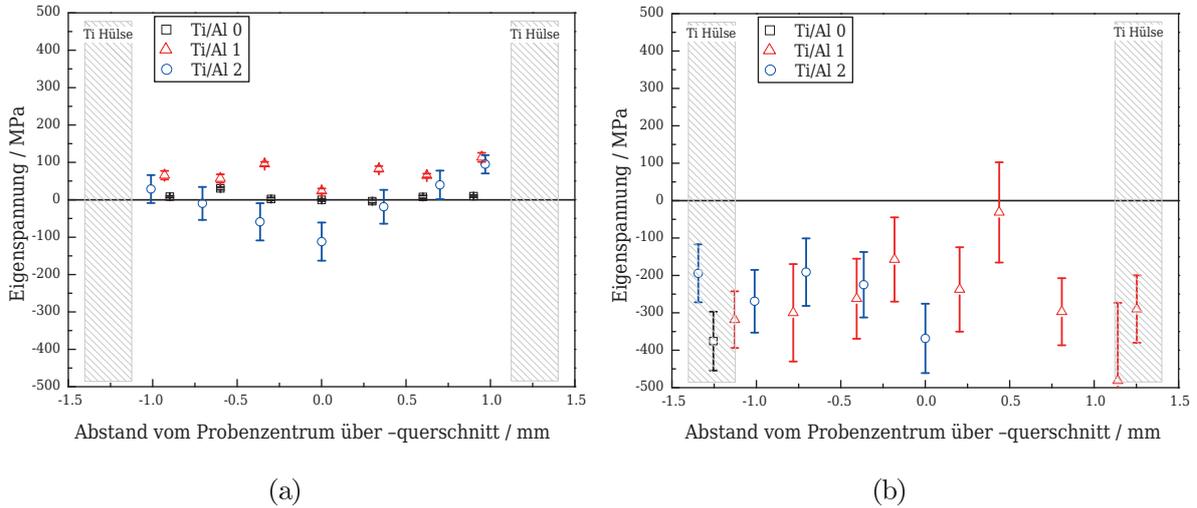


Abbildung 4.30: Gradient der lokalen Radialspannungskomponente $\sigma_{rr}^\alpha(r)$ der Ti/Al 0-2 Drähte: (a) Al, (b) Ti; nach [7]

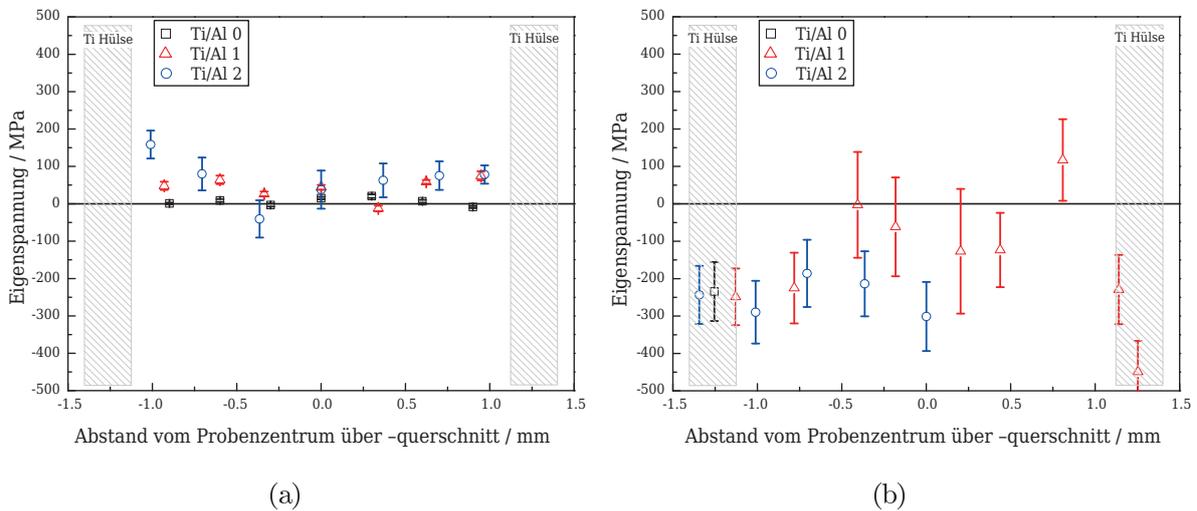


Abbildung 4.31: Gradient der lokalen Tangentialspannungskomponente $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha(r)$ der Ti/Al 0-2 Drähte: (a) Al, (b) Ti; nach [7]

gleich der lokalen Spannungsergebnisse für die Al Phase mit jenen der Ti Phase fallen auf den ersten Blick die drastischen Unterschiede bzgl. Schwankungsbreite sowie absoluter MU entlang des radialen Messpfades auf. Wie bereits an früherer Stelle bemerkt

²²mit den, im Folgenden genutzten Bezeichnungen $\alpha = \text{Al, Ti}$ für die Al bzw. Ti Phase

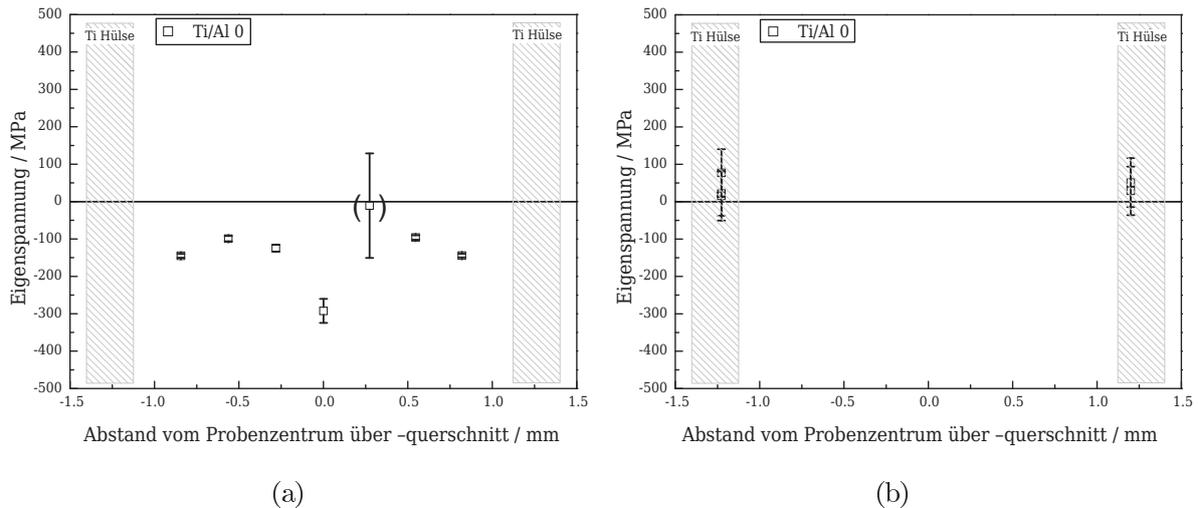


Abbildung 4.32: Gradient der lokalen Axialspannungskomponente $\sigma_{zz}^\alpha(r)$ des Ti/Al 0 Drahtes: (a) Al, (b) Ti; nach [7]

(vgl. z.B. **Abschnitt 4.3.2.2**), können Gründe für diese Beobachtung in der für die beiden Phasen unterschiedlichen Indizierungsqualität gefunden werden: Im Falle des Ti tragen beispielsweise eine vergleichsweise geringe Eindringtiefe und das Nichtvorhandensein präferentieller Reflexe (hinsichtlich z.B. hoher H_{hkl} Werte) zu einem partiell ungünstigen Signal-zu-Rausch Verhältnis und somit zu einer entsprechend benachteiligten Indizierungsqualität bei.

Zunächst sollen die Ergebnisse der radialen Spannungskomponenten σ_{rr}^α (**Abbildung 4.30**) und tangentialen Spannungskomponenten $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ (**Abbildung 4.31**) diskutiert werden:

Für den Verformungszustand Ti/Al 0 kann weder für σ_{rr}^{Al} (**Abbildung 4.30(a)**), noch für $\sigma_{\varphi\varphi}^{Al}$ (**Abbildung 4.31(a)**) ein Gradient innerhalb der gesamten Al Phase identifiziert werden. Insbesondere sind die Absolutwerte dieser Spannungen gleich oder nahezu Null. Diese Observation ist hinsichtlich der Tatsache verständlich, dass Al die (einzige) innere Phase des rotationssymmetrischen Ti/Al 0 Kompositdrahtes und die externe, durch den Umformungsprozess aufgebrachte Last zu einem gewissen Grad homogen verteilt ist [52]. Im Gegensatz dazu entsprechen, in Hinblick auf die korrespondierenden Ti Spannungswerte, die σ_{rr}^{Ti} (**Abbildung 4.30(b)**) und $\sigma_{\varphi\varphi}^{Ti}$ Werte (**Abbildung 4.31(b)**) jeweils Druckspannungen von nicht unbeachtlicher Größenordnung. Da im Zustand des mechanischen Gleichgewichts eines Festkörpers die Normalkomponente des Spannungsvektors eine stetige Funktion (insbesondere) an den inneren Grenzflächen sein sowie an der Außenfläche verschwinden muss (vgl. z.B. [68,69]), kann die folgende Schlussfolgerung bzgl. der Ergebnisse gezogen werden: Die radiale Spannungskomponente σ_{rr}^α muss eine stetige Funktion entlang der radialen Richtung, d.h. insbesondere stetig an der Phasengrenze Al zu Ti, und Null an der Zylinderaußenfläche sein. Daher wird ein Gradient in σ_{rr}^{Ti} (**Abbildung 4.30(b)**) erwartet, welcher leider aufgrund der bereits erwähnten experimentellen Herausforderungen hinsichtlich der Ti Phase nicht aufgelöst werden konnte.

Für den Verformungszustand Ti/Al 1, sind für Al vergleichbar²³ geringe Zugspannungswerte in σ_{rr}^{Al} (**Abbildung 4.30(a)**) und $\sigma_{\varphi\varphi}^{Al}$ (**Abbildung 4.31(a)**) erkennbar; wieder von

²³die Ti Spannungswerte sowie das allgemeine Auflösungsvermögen einer XRD-sa in der Größenordnung von etwa 30...50 MPa [87] betreffend

etwa der selben Größenordnung. Die korrespondierenden Ti Spannungen (**Abbildung 4.30(b)** und **Abbildung 4.31(b)**) zeigen – abgesehen von der erheblichen Streubreite – weiterhin Druckspannungswerte, im Mittel etwas kleiner als jene in Ti/Al 0. Ein (radialer) Gradient ist – wenn überhaupt – nur im Falle der Ti Werte erkennbar.

Im Gegensatz dazu existiert im Verformungszustand Ti/Al 2 ein radialer Gradient auch in der Al Phase (insbesondere für σ_{rr}^{Al} in **Abbildung 4.30(a)**), wohingegen der leichte in Ti/Al 1 sichtbare Ti Gradient im höher verformten Zustand Ti/Al 2 (**Abbildung 4.30(b)** und **Abbildung 4.31(b)**) verschwunden zu sein scheint. Während beide Spannungen, σ_{rr}^{Ti} und $\sigma_{\varphi\varphi}^{Ti}$, als Druckspannungswerte in der etwa gleichen Größenordnung wie für die weniger verformten Zustände verharren, bewegen sich die Al Phasenwerte σ_{rr}^{Al} hin zu geringfügigen Druckspannungswerten, insbesondere in den inneren Bereichen des Ti/Al Kompositdrahtes. Dieser lokale Gradient der σ_{rr}^{Al} Werte in **Abbildung 4.30(a)** kann mit dem in [82] diskutierten, lokalen Gradienten der Al Härte korreliert werden: Während kein solcher Gradient für die nieder verformten Zustände (Ti/Al 0-1) zu finden ist, zeigt der innere Bereich der höher verformten Ti/Al Kompositdrähte größere Härtewerte als der äußere; unabhängig vom stetigen Anstieg jener mit zunehmender Verformung. (Im Falle von Ti existiert bereits für niedrigere Verformungszustände ein solcher Gradient.) Diese Druckspannungswerte können demnach zur Festigkeitssteigerung des Materials beitragen.

Wie bereits in den o.g. Kommentaren zu experimentellen Herausforderungen bei der Auswertung der Ti XR μ D²-sa verdeutlicht wurde, steigt auch entsprechend der Absolutwert der MU mit zunehmendem Ti Phasenanteil von Ti/Al 0 nach 2, so dass folglich die Messqualität der erhaltenen Daten reduziert wird.

Schließlich kann, in Hinblick auf die in **Abbildung 4.32** gezeigten Spannungskomponenten σ_{zz}^{α} des Ti/Al 0 Verformungszustandes ein bemerkenswerter radialer Gradient für die (Druck-)Spannungswerte der Al Phase beobachtet werden, welcher mit dem Materialfluss des Ti/Al 0 Drahtes im inneren Bereich, in dem ein Maximalwert axialer Dehnung im Falle radialer Belastung einer Stange bzw. Hülse antizipiert wird [52], korreliert werden kann. Abgesehen von dem offensichtlichen, in Klammern gesetzten Ausreißer in **Abbildung 4.32(a)** (3. Messpunkt von rechts), welcher aufgrund geringer Indizierungsqualität auftritt, konnte ein radialsymmetrischer Gradient aufgelöst werden. Die Zugspannungswerte der Ti Phase **Abbildung 4.32(b)** sind eher geringer Größe.

In der obigen Diskussion wurde eine strenge Differenzierung zwischen den Eigenspannungsarten $\sigma^{I,\alpha}$ - und $\sigma^{II,\alpha}$ (vgl. **Abschnitt 2.3.1**) nicht beabsichtigt. Nichtsdestotrotz, können die o.g. Ergebnisse darauf Bezug nehmend weiter interpretiert werden: So z.B. können die in σ_{rr}^{α} , $\sigma_{\varphi\varphi}^{\alpha}$ und σ_{zz}^{α} erkennbaren Fluktuationen (vgl. **Abbildungen 4.30–4.32**) auch beträchtlichen deviatorischen Anteilen von $\sigma_{rr}^{II,\alpha}$, $\sigma_{\varphi\varphi}^{II,\alpha}$ und $\sigma_{zz}^{II,\alpha}$ zugeordnet werden, welche typischerweise in plastisch verformten Material gefunden werden (vgl. z.B. [97]) und gemäß (2.9) Eingang in die Messungen erhalten.

4.3.2.3.3 Assessment der Ergebnisqualität

Neben den o.g. Überprüfungen der Qualität der Ergebnisse hinsichtlich Indizierungsqualität etc., wurden weitere Plausibilitätstests zur Bewertung der Validität der erhaltenen Messergebnisse durchgeführt. Infolgedessen wurde das Erfüllen der mechanischen Gleichgewichtsbedingungen z.B. bzgl. der Abwesenheit einer makroskopischen Totalspannung der gesamten Probe inspiziert.

Aus Symmetriegründen wurde eine axiale Abhängigkeit für die Spannungstensor-komponenten σ_{rr}^α und $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ verworfen. Demnach kann die o.g. Forderung (bzgl. des Probenge-samtvolumens V) in der Form von

$$0 \stackrel{!}{=} \sum_{\alpha} \nu^{\alpha} \int_{Q_{\alpha}} \boldsymbol{\sigma}^{\alpha} dQ_{\alpha} \quad (4.8)$$

mit den entsprechenden, den Phasen α zugehörigen (Flächen-)Bereichen Q_{α} geschrieben werden. Hier kann Q_{α} als wie in **Abbildung 3.3** verdeutlichte Querschnittsfläche verwendet werden. Weiterhin kann im Falle perfekter Rotationssymmetrie zudem die tangentielle Abhängigkeit der Größen σ_{rr}^α und $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ vernachlässigt werden, so dass sich die rechte Seite von (4.8) zu einem Integral entlang der radialen (Mess-)Richtung über den gesamten Probenquerschnitt reduziert. Im Einklang mit dem, aus bereits erwähnten Überlegungen erwarteten Trend ist diese reduzierte Gleichgewichtsgleichung sehr gut erfüllt für die Probenzustände geringerer Umformgrade (Ti/Al 0 und 1), wohingegen eine Diskrepanz von etwa -80 MPa für den Zustand Ti/Al 2 auftritt, welche allerdings den Ergebnissen der Ti Phasenspannung zugeordnet werden kann. Hieraus können die o.g. Symmetrieanahmen für σ_{rr}^α und $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ als, durch die XR μ D²-sa Ergebnisse gerechtfertigt betrachtet werden.

Bei Anwendung der oben beschriebenen reduzierten Form von (4.8) auf die für Ti/Al 0 erhaltenen σ_{zz}^α Ergebnisse entsteht eine Fehlanpassung von ca. -100 MPa. Dies kann anhand der Tatsache erklärt werden, dass – im Gegensatz zu den weiter oben diskutierten Spannungstensor-komponenten σ_{rr}^α und $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ – die mögliche axiale Abhängigkeit der σ_{zz}^α Werte aufgrund der ASB Prozessdetails nicht verworfen werden kann (während die Rotationssymmetrie weiterhin gültig sein mag). Präziser formuliert ist die (Höhe der radialen) Umformungszone des Ti/Al Zylinders gering im Vergleich zur Initiallänge des Materials. Somit befindet sich aufgrund des inkrementellen Prozesscharakters zu jeder Zeit nur ein Partialvolumen des Drahtes direkt unter homogenen (rein radialen) Lastbedingungen. Dadurch kann, während sich das Material durch die mit vier Hämmerbacken ausgestattete Rundknetmaschine bewegt, eine nicht-vernachlässigbare z -Abhängigkeit der Deformation (Dehnung) aufgebaut werden und zu einer entsprechenden Funktionalität der Spannungswerte führen. Ergebnisse einer 3D elastischen FEM in [52] zeigen Gradienten der axialen Spannungskomponente bereits für geringe Probenvolumen unter radialer Lastbedingung, welches auf die Situation im Draht extrapoliert werden kann und folglich Belege für die obige Argumentation liefern kann.

In diesem Fall ist (4.8) weiterhin für σ_{zz}^α gültig, jedoch nun mit Q_{α} als Bezeichnung für den entsprechenden Längsschnitt innerhalb der Symmetrieebene $S_2 - S_3$ (**Abbildung 4.29**). Da für σ_{zz}^α (entsprechend der durchgeführten Messungen) nur ein radialer Verlauf aufgezeichnet wurde, kann eine experimentelle Verifikation auf der Grundlage der derzeit verfügbaren Daten nicht geführt werden. Außerdem geht die obige Diskussion von der Machbarkeit eines perfekt präparierten Längsschliffs des (2.8 mm dünnen) Ti/Al 0 Kompositdrahtes aus, welches in der Tat nicht trivial ist. Ein imperfekter Schliff würde jedoch einen entsprechend fehlerhaften Einfluss auf das Spannungsergebnis haben, welcher aufgrund des planaren Charakters der Messung nicht korrigiert werden könnte.

4.3.2.3.4 Abschätzung der σ^M und Korrelation mechanischer Eigenschaften

Die Daten der XR μ D²-sa können nun genutzt werden, um eine Abschätzung der Makrospannung σ^M gemäß (2.10) (**Abschnitt 2.3.1**) für die Ti/Al Verbunddrähte herzuleiten: **Tabelle 4.3**. Aufgrund der Abwesenheit einer externen Last ($\sigma^A = \mathbf{0}$), folgt unmittelbar $\sigma^M = \sigma^I$. Die in **Tabelle 4.3** angegebenen Werte sind bereits korrigiert in Hinblick auf

Tabelle 4.3: Makrospannungskomponenten der Ti/Al 0-2 Drähte [7]

Ti/Al N	σ_{rr}^I /MPa	$\sigma_{\varphi\varphi}^I$ /MPa	σ_{zz}^I /MPa
0	-55 ± 13	-55 ± 13	-74 ± 74
1	-144 ± 29	-144 ± 29	-
2	-183 ± 44	-183 ± 44	-

4

die in **Abschnitt 4.3.2.3.3** diskutierte akkumulierte Diskrepanz gemäß (4.8). Allerdings sind sie als reine Schätzwerte bzgl. der folgenden Argumentation zu betrachten. Nichtsdestotrotz können sie für eine weitere Plausibilitätsprüfung in Hinblick auf den Vergleich der Absolutgrößen mit jenen der entsprechenden, in [6, 53] angegebenen Fließspannungswerte σ_y der Ti/Al Kompositdrähte verwendet werden: Neben der Beobachtung, dass die makroskopischen Werte σ^M für den Verformungszustand Ti/Al 0 vergleichbar kleine Absolutwerte, sogar nahe der XRD-sa Messbarkeitsgrenze²⁴ (und insofern ggf. vernachlässigbare Werte) ergeben, befinden sich alle Werte der untersuchten Verformungszustände Ti/Al 0-2 insbesondere weit unterhalb der Werte der σ_y .

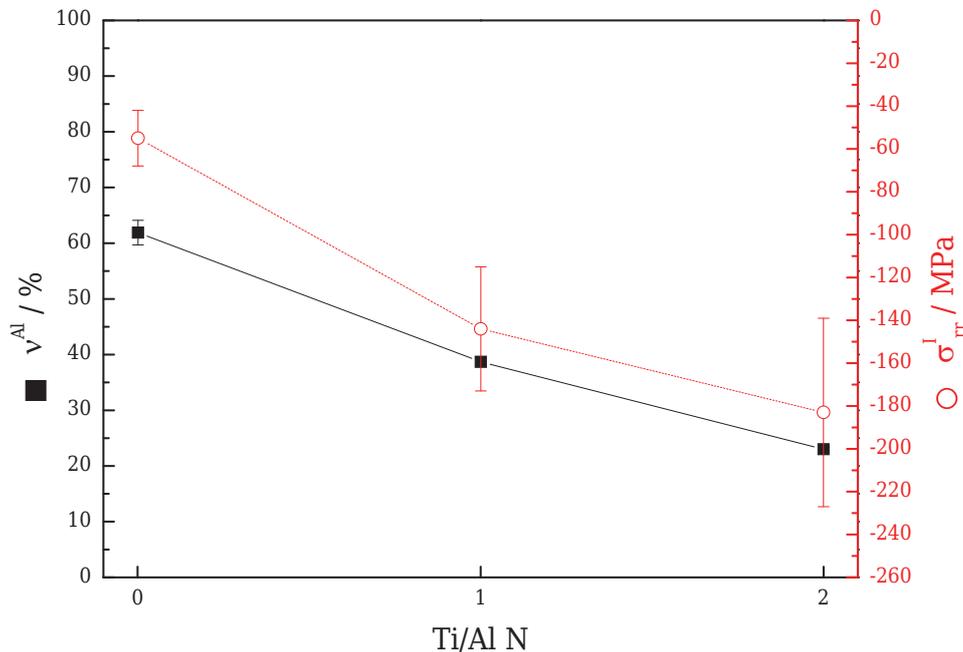


Abbildung 4.33: Trend von ν^{Al} und σ_{rr}^I mit zunehmender Verformung [7]

Zudem verrät **Tabelle 4.3** weitere interessante Details: Wie in **Abbildung 4.33** dargestellt, nimmt der Ti Phasenvolumenanteil ν^{Ti} der ASB Ti/Al Verbunddrähte linear zu

²⁴vgl. Fußnote 23

(Al Phasenvolumenanteil ν^{Al} nimmt entsprechend ab) – mit (in etwa) linear steigendem Umformgrad von Ti/Al 0 nach 2 [53]. Die Ti Elemente stehen, wie vorher in den **Abbildungen 4.30(b)** und **4.31(b)** gezeigt, unter Druckspannung. Somit akkumuliert ihr kompressiver Beitrag zur makroskopischen Spannung σ^{M} von Ti/Al 0 nach 2. Allerdings fällt der Gradient der Absolutwerte von σ^{M} von einem Anstieg von ca. 260 % (von Zustand Ti/Al 0 nach 1) auf einen anschließenden Wert von etwa 130 % – trotz des linearen Zuwachses von ν^{Ti} für alle betrachteten Verformungszustände (um jeweils ca. 60 %). Dieser Kollaps um einen Faktor von ca. 2 ist in **Abbildung 4.33** anhand der Evolution des Anstiegs des σ_{rr}^{I} -Graphen, insbesondere am Verformungszustand Ti/Al 1 aufzeigbar. Interessanterweise markiert Ti/Al 1 einen ausgezeichneten Zustand des Ti/Al Verbunddrahtes in Hinblick auf die Entwicklung der Textur [8], Mikrostruktur sowie der mechanischen Eigenschaften [5, 53, 82, 83] im Laufe des ASB Prozesses. So z.B. verzeichnen die spezifische Festigkeit $\sigma_y(\rho)$ [8] des Komposits (der Massendichte ρ), die UTS [5, 82] sowie die Entwicklung der maximalen Fasertexturintensitäten [8] einen Rückgang in der Zunahme der respektiven Eigenschaft jeweils beim Vergleich der Verhältnisse vor und nach dem Verformungszustand Ti/Al 1. Insbesondere wird der größte Festigkeitsgewinn des ASB verformten Komposits bei Ti/Al 1 beobachtet. Im Detail fällt der o.g. Zuwachs der mechanischen Eigenschaften auf einen Wert von ca. 80 % (zwischen Ti/Al 1 und 2) im Vergleich zum vorigen Verlauf (zwischen Ti/Al 0 und 1). Während nicht dieselbe starke Abnahme in der vorher diskutierten Entwicklung der makroskopischen Spannungswerte (ca. 50 %) gesehen wird, so koinzidiert sie doch im Mittel mit den Trends von ν^{Al} (ca. 100 %, keine Änderung der Abnahme: **Abbildung 4.33**) und σ_{rr}^{I} . Somit kann diese Beobachtung – mit Bedacht darauf, dass die existierenden Eigenspannungen höchstwahrscheinlich nur *einen* Teil der zur Festigkeitssteigerung beitragenden Mechanismen im UFK Ti/Al Verbundmaterial (neben weiteren Effekten, wie z.B. der Textur, Kornfeinung, Korngrenzen) darstellen – mit der im ASB Verbund erkennbaren Entwicklung der mechanischen Eigenschaften korreliert werden.

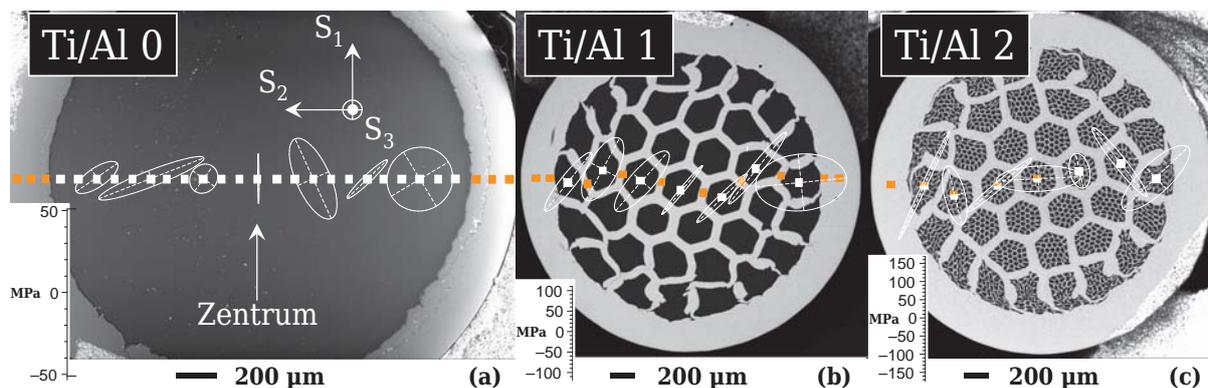


Abbildung 4.34: Zur Orientierungsverteilung der Spannungsellipsoiden in Ti/Al 0-2 (erstellt anhand von **Abbildung 3.3**)

Zudem ist Ti/Al 1 noch hinsichtlich eines weiteren Details gegenüber den anderen Verformungszuständen ausgezeichnet: Wie **Abbildung 4.34** qualitativ aufzeigt, besitzen die ermittelten Al Spannungszustände in Hinblick auf die Orientierung des zugehörigen Spannungsellipsoiden (vgl. **Abschnitt 2.2.3**) im Falle des Ti/Al 1 (**Abbildung 4.34(b)**) interessanterweise keine (nahezu) Regellosigkeit wie für Ti/Al 0 und 2 (**Abbildungen 4.34(a)** und **4.34(c)**). Vielmehr scheint das in den verschiedenen (radialen) Messpunkten



ermittelte Hauptspannungssystem \mathcal{H} eine konstante Lage gegenüber dem PKS \mathcal{S} zu besitzen. Während für die übrigen Verformungszustände quantitativ eine zweistellige Standardabweichung des Winkels (in $^\circ$), welcher zur Angabe der Verdrehung von \mathcal{H} gegenüber \mathcal{S} z.B. anhand der Beziehung der Achsen \mathcal{H}_I und \mathcal{S}_I genutzt werden kann, zu beobachten ist, beträgt der mittlere Wert dieses Winkels $(44.8 \pm 6.8)^\circ$ für Ti/Al 1. Diese eingeregelter Lage des Winkels ist vermutlich auf die Mesostruktur des Ti/Al 1 Verformungszustandes zurückzuführen.

Zusammenfassend ist der Spannungszustand der ASB Ti/Al Verbunddrähte charakterisiert durch Druckspannungswerte. Aufgrund der Realisation des ASB Prozesses mit einer in eine Ti Hülse gesteckten Al Stange, kann der ASB Umformprozess – in einer Approximation erster Ordnung – mit jenem Rundknetprozess eines Hülsenmaterials verglichen werden, welcher mit Hilfe eines (reibunglosen) Dorns durchgeführt wird und entsprechend äquivalent zum Rundkneten eines Stangenmaterials ist [52]. Wie in [52] gezeigt, erhöht diese Implementation die Duktilität (Formänderungsvermögen) des Komposits sowie die Homogenität der VON MISESSchen Vergleichsspannung [184], welches folglich zu einer homogenen Verformung führt.

4.3.2.3.5 Scherspannungskomponenten

In den vorangegangenen **Abschnitten** wurden nur Normalspannungskomponenten σ_{ii} (und insbesondere keine Scherspannungskomponenten σ_{ij} , mit $i \neq j$) diskutiert. Dies ist der Tatsache geschuldet, dass erstens im Falle des höher verformten Materials (Ti/Al 1-2) keine vernünftige Auswertung der σ_{zz}^α Werte möglich war, d.h. nur der biaxiale bzw. BWS Spannungszustand (mit den Planarspannungen σ_{rr}^α und $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$) ausgewertet wurde. Zweitens sind alle bestimmten Scherspannungswerte von vernachlässigbarer Größenordnung für diese Umformgrade. Unter der Annahme, dass dies ebenso für alle weiteren, unbestimmten Scherspannungswerte gelte, kann der Spannungszustand der ASB Ti/Al Kompositdrähte durch die entsprechenden Hauptspannungswerte beschrieben werden, welche in diesem Fall den Werten σ_{rr}^α , $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ und σ_{zz}^α identisch sind und mit den drei Hauptachsen \mathcal{H}_i ($i = I, II, III$) des Spannungsellipsoiden (vgl. **Abbildung 2.3**) korrespondieren. Dieses Ergebnis ist gut mit jenem in [52] für das Rundkneten vereinbar.

Für niedrigere Verformungszustände (Ti/Al 0) gilt das oben Gesagte weiterhin, abgesehen von dem nicht verschwindenden Scherspannungswert σ_{rz}^I , welcher zu etwa (-23.1 ± 15.2) MPa ($\approx 1/3 \sigma_{zz}^I$) bestimmt werden konnte. Diese Beobachtung kann mit einem weiteren Merkmal des ASB Prozesses verknüpft werden: Aufgrund der konisch geformten Hämmerbacken (Einlaufwinkel von ca. 3° , vgl. **Tabelle 3.1**) kann korrespondierend ein akkumulierter rz -Scherungsanteil antizipiert werden, welcher den Erwartungen zufolge am Drahtprobenrand größer als in der -mitte sein sollte. Solch eine zusätzliche Verformungskomponente würde auch mit dem gefundenen radialen Gradienten der KG vereinbar sein (höhere Kornfeinung am Rand als in der Mitte der Drähte) [82]. Allerdings ist der o.g. numerische Wert vergleichsweise klein, ggf. (im Zusammenhang mit den vorangegangenen Diskussionen) vernachlässigbar und führt somit zum oben erwähnten Hauptspannungszustand.



4.4 Simulationsergebnisse

4.4.1 Approximation der E-Modul Verbundwerte von ASB Ti/Al 0-2 mittels lokaler Textur

4.4.1.1 Modellbeschreibung

In [5] wurden mechanische Eigenschaften der Ti/Al Verbunddrähte in Zugexperimenten bestimmt: Für die Verformungszustände Ti/Al 0, Ti/Al 1 und Ti/Al 2 führten diese Messungen zu den E-Modul Verbundwerten von $Y^{\text{Ti/Al } 0} = (85 \pm 2.6)$ GPa, $Y^{\text{Ti/Al } 1} = (86 \pm 2.2)$ GPa und $Y^{\text{Ti/Al } 2} = (89 \pm 0.9)$ GPa.

Unter Verwendung der in **Abschnitt 4.2.2** angegebenen lokalen Texturergebnisse der XRD²-ta [8] ist eine Approximation dieser gemessenen Verbundwerte durch die berechneten E-Moduli $Y_{\text{calc}}^{\text{Ti/Al } N}$ ($N = 0, 1, 2$) unten angeführt. Mit der Annahme einer „parallelen“ bzw. „seriellen“ Superposition [123–125, 201, 202] der Phasen E-Moduli, gewichtet entsprechend der jeweiligen Phasenvolumenanteile (ν^{Al} , ν^{Ti}), können obere bzw. untere Schranken für die experimentellen elastischen Konstanten berechnet und somit eine Abschätzung des Textureinflusses auf diese Werte gegeben werden.

Aus Veranschaulichungszwecken sei im Folgenden zunächst die obere Schranke $Y_{\text{calc, P}}^{\text{Ti/Al } 0}$ für den Verformungszustand Ti/Al 0 betrachtet:

$$Y_{\text{calc, P}}^{\text{Ti/Al } 0} = \nu^{\text{Al}} Y_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } 0} + (1 - \nu^{\text{Al}}) Y_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } 0} \quad (4.9a)$$

mit

$$Y_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } 0} = \nu^{\langle 111 \rangle} Y_{\langle 111 \rangle}^{\text{Ti/Al } 0} + \nu^{\langle 100 \rangle} Y_{\langle 100 \rangle}^{\text{Ti/Al } 0} + R_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } 0} \quad (4.9b)$$

$$Y_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } 0} = \nu^{\langle 10\bar{1}0 \rangle} Y_{\langle 10\bar{1}0 \rangle}^{\text{Ti/Al } 0} + R_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } 0} \quad (4.9c)$$

In (4.9a) wird ein 1D Modell auf der Grundlage der uniaxial gemessenen E-Moduli benutzt. Weiterhin basiert diese einfache Rechnung auf der – in nullter Näherung – vernachlässigbaren Interaktion der beiden Phasen während der Verformung (z.B. hinsichtlich der verschiedenen POISSONZahlen). Damit wird jeder der Phasen E-Modulwerte $Y_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } 0}$ bzw. $Y_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } 0}$ durch die jeweiligen richtungsabhängigen Einkristallwerte $Y_{\langle hkl \rangle}^{\text{Ti/Al } 0}$ in (4.9b) bzw. $Y_{\langle hkl \rangle}^{\text{Ti/Al } 0}$ in (4.9c) der Haupttexturkomponenten genähert, wobei eine entsprechende Wichtung anhand der respektiven ODF Volumenanteile ($\nu^{\langle 111 \rangle}$, $\nu^{\langle 100 \rangle}$, $\nu^{\langle 10\bar{1}0 \rangle}$) erfolgt. Hierbei führt der verbleibende Texturrestwert zu einem E-modul-Beitrag von $R_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } 0}$ bzw. $R_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } 0}$. Letztere sind mittels der E-Modulwerte $Y^{\text{Al/Al } 0}$ und $Y^{\text{Ti/Ti } 0}$ der einphasigen Materialien abgeschätzt und entsprechend der verbliebenen ODF Volumenanteile gewichtet. $Y_{\langle hkl \rangle}^{\text{Ti/Al } 0}$ bzw. $Y_{\langle hkl \rangle}^{\text{Ti/Al } 0}$ können aus den Komponenten S_{ijkl} des Nachgiebigkeitstensors (*compliance tensor*) durch entsprechende Transformation der Achsen jenes in die interessierende, mit $\langle hkl \rangle$ bzw. $\langle hkl \rangle$ korrespondierende Richtung gewonnen werden. Für bekannte elastische Steifigkeitswerte $C_{\gamma\delta}$ bzw. Nachgiebigkeitswerte $S_{\gamma\delta}$ ($\gamma, \delta = 1, 2, \dots, 6$) kann der Wert von $Y_{\langle hkl \rangle}$ gemäß

$$\frac{1}{Y_{\langle hkl \rangle}} = \begin{cases} S_{11} + [S_{44} - 2(S_{11} - S_{12})] \sin^2 \theta [\cos^2 \theta + \frac{1}{4} \sin^2 2\varphi \sin^2 \theta] & \text{(kubisch)} \\ S_{11} \sin^4 \theta + S_{33} \cos^4 \theta + \frac{1}{4}(2S_{13} + S_{44}) \sin^2 2\theta & \text{(hexagonal)} \end{cases} \quad (4.10)$$



für eine beliebige räumliche Richtung (φ, θ) berechnet werden, wobei φ bzw. θ den Azimutalwinkel bzw. den Polabstand bezeichnen [203]. In (4.10) bezeichne $Y_{\langle hkl \rangle}$ der Abkürzung halber sowohl die kubische als auch die hexagonal Konstante, d.h. im letzteren Fall genauer: $Y_{\langle hkil \rangle}$.

In der vorliegenden Rechnung wurden folgende Werte verwendet: Während $Y^{\text{Al}/\text{Al}0} = 70.0$ GPa, $Y^{\text{Ti}/\text{Ti}0} = 94.5$ GPa aus experimentellen Daten entnommen werden konnten, wurden $Y_{\langle 111 \rangle}^{\text{Ti}/\text{Al}0} = 76.0$ GPa, $Y_{\langle 100 \rangle}^{\text{Ti}/\text{Al}0} = 64.0$ GPa und $Y_{\langle 10\bar{1}0 \rangle}^{\text{Ti}/\text{Al}0}$ auf der Grundlage von (4.10) für elastische Konstanten aus Literaturdaten [18] berechnet. Aus Vergleichbarkeitsgründen wurden Letztere für drei verschiedene Sets elastischer Konstanten, wie **Tabelle 4.4** zeigt, bestimmt. Die respektiven ODF Volumeanteile $\nu^{\langle 111 \rangle}$, $\nu^{\langle 100 \rangle}$ und $\nu^{\langle 10\bar{1}0 \rangle}$ wurden anhand der QTA Werte ermittelt, welche für die entsprechenden Texturfasermaxima unter Verwendung einer FWHM von 15° berechnet wurden. Die Phasenvolumenanteile $\nu^{\text{Al}} = 0.619$ und $\nu^{\text{Ti}} = 0.381$ wurden mittels Massendichtemessungen (nach ARCHIMEDESchem Prinzip) bestimmt [53, 82]. Für die QTA Werte wurden polynomiale Fits in den entsprechenden Flächenbereichen verwendet, um (gemäß **Abschnitt 4.2.2**) geeignete Mittelwerte der lokal gemessenen Texturdaten zu erhalten.

Ferner kann zum Vergleich mit den gemessenen Werten eine analoge Rechnung auch für die untere Schranke $Y_{\text{calc, S}}^{\text{Ti}/\text{Al}0}$ aufgestellt werden. Hierbei ergibt sich

$$Y_{\text{calc, S}}^{\text{Ti}/\text{Al}0} = \left(\frac{\nu^{\text{Al}}}{Y_{\text{Al}}^{\text{Ti}/\text{Al}0}} + \frac{1 - \nu^{\text{Al}}}{Y_{\text{Ti}}^{\text{Ti}/\text{Al}0}} \right)^{-1} \quad (4.11)$$

mit den bereits genannten Gleichungen (4.9b) und (4.9c). Die entsprechenden Ergebnisse sind ebenfalls in **Tabelle 4.4** angegeben.

Tabelle 4.4: Ergebnisse der E-Modul Verbundwerte des Ti/Al 0 Drahtes (Werte in GPa) [6]

c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	Referenz	$Y_{\langle 10\bar{1}0 \rangle}^{\text{Ti}/\text{Al}0}$	$Y_{\text{calc, P}}^{\text{Ti}/\text{Al}0}$	$Y_{\text{calc, S}}^{\text{Ti}/\text{Al}0}$
162.0	92.0	69.0	181.0	47.0	[18] [†]	104.0	81.1	79.2
163.0	93.0	62.0	180.0	47.0	[204]	105.0	81.3	79.3
171.6	86.6	72.6	190.6	41.1	[205]	120.0	83.2	80.5

[†] siehe auch [206, 207]

Eine Erweiterung des o.g. Ansatzes auf die Komposite Ti/Al 1-2 ist durch Verallgemeinerung von (4.9a) und (4.11) möglich. Diese führt zu $Y_{\text{calc, P}}^{\text{Ti}/\text{Al}N}$, $Y_{\text{calc, S}}^{\text{Ti}/\text{Al}N}$, d.h. zu Relationen einer funktionalen Form von $Y_{\text{calc}}^{\text{Ti}/\text{Al}N}(\nu^{\text{Al}})$ für $N = 0, 1, 2$. Insbesondere die verschiedenen Umformgrade für die Ti Phasenelemente – in Hinblick auf die stete Implementation einer *neuen* Ti Hülse in jedem Schritt des ASB Prozesses – können somit in das Modell inkorporiert werden. In diesem Sinne müssen (4.9a) und (4.11) für die obere und untere Schranke der E-Modul Verbundwerte entsprechend durch

$$Y_{\text{calc, P}}^{\text{Ti/Al } N} = \nu^{\text{Al, Ti/Al } N} Y_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } N} + \sum_{n=0}^N (1 - \nu^{\text{Al, Ti/Al } n}) Y_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } n}, \quad (4.12a)$$

$$Y_{\text{calc, S}}^{\text{Ti/Al } N} = \left(\frac{\nu^{\text{Al, Ti/Al } N}}{Y_{\text{Al}}^{\text{Ti/Al } N}} + \sum_{n=0}^N \frac{1 - \nu^{\text{Al, Ti/Al } n}}{Y_{\text{Ti}}^{\text{Ti/Al } n}} \right)^{-1}, \quad (4.12b)$$

mit $N = 0, 1, 2$, ersetzt werden.

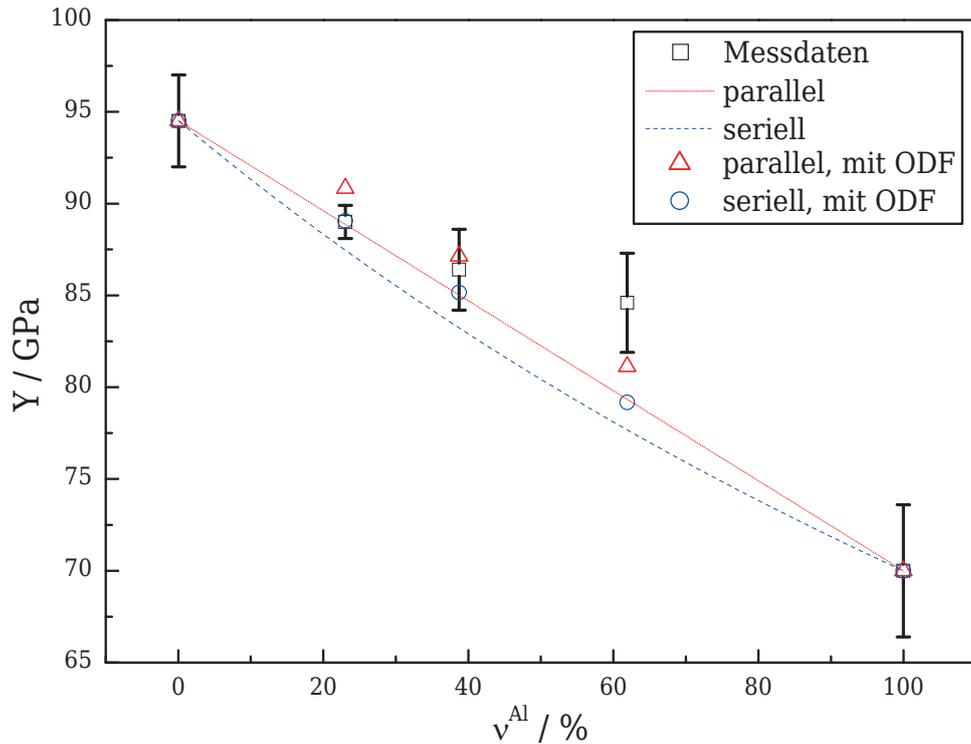


Abbildung 4.35: Berechnete sowie gemessene E-Modul Verbundwerte Y als Funktion des Volumenanteils ν^{Al} der Al Phase; nach [6]

Die o.g. Ergebnisse berücksichtigen die lokale Textur des jeweiligen Verformungszustandes durch Implementation der ODF in die Rechnung. Bezeichnet entsprechend als „parallel, mit ODF“ bzw. „seriell, mit ODF“, sind die aus (4.12a) bzw. (4.12b) erhaltenen Rechenwerte in **Abbildung 4.35** zusammen mit den gemessenen Daten aufgetragen. Dabei korrespondieren die in **Tabelle 4.4** angegebenen Werte zu den berechneten Datenpunkten bei $\nu^{\text{Al, Ti/Al } 0} = 61.9\%$, wobei $Y_{\langle 10\bar{1}0 \rangle}^{\text{Ti/Al } 0} = 104 \text{ GPa}$ aufgetragen wurde. Weiterhin beinhaltet **Abbildung 4.35** zum Vergleich die berechneten Werte für die Annahme des „parallelen“ und „seriellen“ Grenzfalles (gepunktete/gestrichelte Linie) *ohne* Berücksichtigung der lokalen Texturdaten (ODF).

4.4.1.2 Interpretation

Die berechneten E-Modul Verbundwerte zeigen in **Abbildung 4.35** gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Genauer ergibt die Berücksichtigung der ODF eine

engere Abschätzung für die Rechenwerte in Bezug auf die Messwerte, als eine Approximation ohne Textureinfluss (gepunktete/gestrichelte Linie): Im Detail beträgt die relative Abweichung zwischen den gemessenen und den mit Hilfe der ODF berechneten E-Modul Verbundwerten für alle Verformungszustände außer Ti/Al 0 weniger als 1 % (z.B. für Ti/Al 1 ca. $3 \cdot 10^{-3}$), und liegt somit unterhalb der Größenordnung der MU von etwa 2.5 %. Im Gegensatz dazu beträgt die entsprechende relative Abweichung im Falle der Rechnung ohne Berücksichtigung der Textur z.B. für Ti/Al 1 bei ca. 2.8 %. Weiterhin befinden sich die Messwerte bei Berücksichtigung der ODF innerhalb der beiden Annahmen des „parallelen“ [123,124] und „seriellen“ [125] Grenzfalls, wie es auch üblicherweise in der Literatur zu finden ist [127,202,208]. Die Rechnung ohne ODF Implementierung hingegen führt zu Verbundwerten, die einen systematischen Shift zu geringeren Werten haben. Jedoch wird der umgekehrte Fall üblicherweise beobachtet [127]. Tatsächlich ergibt die Berücksichtigung der ODF als Art Gewichtsfunktion in diesem einfachen Modell bereits eine genauere Übereinstimmung mit dem Experiment als eine Rechnung ohne Textureinfluss.

Im Fall des Ti/Al 0 zeigt der Vergleich der experimentellen und gemessenen Daten in **Tabelle 4.4** sowie in **Abbildung 4.35** eine absolute Diskrepanz: Die Messwerte sind größer als die Rechenwerte, eine im Vergleich zur Literatur [127] gegensätzliche Observation. Die Differenz von ca. 5.3 % übersteigt die MU von etwa 3.2 %. Mit Hinblick auf die generell gut abgebildete Tendenz von $Y_{\text{calc, P}}^{\text{Ti/Al N}}(\nu^{\text{Al}})$ sowie auf die obige Diskussion werden Gründe für diese Abweichung nicht in den Grenzen der oben beschriebenen Approximation vermutet. Insbesondere führen die Ergebnisse von Zugexperimenten aufgrund immanenter MU [127,208] oft zu geringeren Werten als jene theoretischer Betrachtungen für Polykristalle. Allerdings hat das einfache, der o.g. Rechnung zugrunde gelegte Modell auch seine Grenzen, da z.B. Poren- und Korngrenzeneffekte nicht berücksichtigt wurden.

Neben anderen Ansätzen [126,209,210] konnte die hier erhaltene obere und untere Schranke durch Betrachtung des Textureinflusses wie oben beschrieben verfeinert werden. Ferner kann zusätzlich ein differentieller Wichtungsfaktor in Bezug auf die dominante Phase in die Kalkulation (4.12a) und (4.12b) als weitere Verbesserung des o.g. Modells eingeführt werden. Alternativ können Berechnungen auf der Basis z.B. der effektiven Feldapproximation (*effective field approximation* (EFA)) [211] anhand einer Ti/Al Matrix-Einschluss-Topologie oder auch FEM in Angriff genommen werden. Beide Methoden sind allerdings teu(r)er (im Sinne der Algorithmik) und zudem ist z.B. die EFA nur für den Fall, dass beide Materialphasen als transversal isotrop angenommen werden können, umsetzbar. Da dies nicht der Fall ist und die Berücksichtigung der ODF bereits akzeptable Ergebnisse – insbesondere bzgl. der Enge der o.g. Schranken (< 2 GPa) im Vergleich zur Größenordnung der MU – produziert, wird die obige Abschätzung in diesem Kontext als hinreichend genau betrachtet.

4.4.2 Textursimulation für Ti/Al 0

4.4.2.1 VPSC Formalismus

Um die experimentell bestimmte, in **Abschnitt 4.2** dargelegte Entwicklung der Textur des polykristallinen ASB Ti/Al Verbunddrahtes zu verstehen, wurden viskoplastisch selbstkonsistente (VPSC) Textursimulationen zur Abbildung der Texturevolution – ausgehend vom Ausgangszustand der Materialien bis zum Ti/Al 0 Komposit – durchgeführt.

Der VPSC Formalismus, ursprünglich eingeführt von [212] und erweitert auf vollständig anisotropes Materialverhalten durch [213] wurde in der VPSC7b Version [214] verwendet, welche auf der vollständig inkompressiblen Formulierung von [215] und dem verallgemeinerten affinen Linearisierungsschema [216] basiert.

In aller Kürze dargestellt, wird der Polykristall als granulares Aggregat mittels gewichteter Orientierungen behandelt: Jedes Korn ist dabei durch dessen Orientierung und Wichtung entsprechend des Volumenanteils im polykristallinen Volumen der Initialtextur (als *Input* für den Algorithmus) repräsentiert.

Während der Verformungssimulation, basierend auf Mechanismen der Kristallplastizität wie (Versetzung-)Gleitung und implementiert durch ein raten-abhängiges Gleitgesetz der Form von [217]

$$\tau^{s,\mathcal{F}} = \tau_0^{\mathcal{F}} \frac{\dot{\gamma}^{s,\mathcal{F}}}{\dot{\gamma}_0} \left| \frac{\dot{\gamma}^{s,\mathcal{F}}}{\dot{\gamma}_0} \right|^{m-1}, \quad (4.13)$$

wird das Inklusionsproblem (ellipsoidales, viskoplastisches, vollständig anisotropes Korn) im effektiven Medium (viskoplastisch, vollständig anisotrop) gelöst. In (4.13) bezeichnen $\tau^{s,\mathcal{F}}$ bzw. $\dot{\gamma}^{s,\mathcal{F}}$ die kritische Schubspannung (*(critical) resolved shear stress*) bzw. Abgleitgeschwindigkeit (*resolved shear strain rate*, also: *slip rate*) des Gleitsystems s der mit \mathcal{F} indizierten Gleitsystemfamilie. Während m für den Index der Dehnratenempfindlichkeit (*strain rate sensitivity (index)*) steht, bezeichnet $\tau_0^{\mathcal{F}}$ die Referenzspannung (*reference stress (level)*), bei welcher die Abgleitgeschwindigkeit gerade $\dot{\gamma}_0$ beträgt.

Einer der Vorteile des VPSC Formalismus ist der damit mögliche Vergleich verschiedener Korn-Matrix-Wechselwirkungsmodelle (*grain-matrix-interaction models*), da alle üblichen Ansätze der Polykristallplastizität (Taylor [218], secant, tangent, Sachs [219]) durch die einfache Wahl des skalaren (Kalibrierungs-) Parameters α_{VPSC} im Wechselwirkungsgesetz zwischen der Inklusion und der effektiven Matrix [220] gemäß

$$\boldsymbol{\varsigma}^g - \boldsymbol{\varsigma} = \alpha_{\text{VPSC}} (\boldsymbol{\Gamma}^{sgg^{-1}} + \boldsymbol{A}^s) (\dot{\boldsymbol{d}}^g - \dot{\boldsymbol{d}}) \quad (4.14)$$

für die Auswertung gewählt werden können. Hierbei vermittelt der Interaktionstensor $\boldsymbol{\Gamma}^{sgg}$, eingeführt in [212] zur Berücksichtigung der Kornform, zwischen der deviatorischen Spannung $\boldsymbol{\varsigma}^g$ und dem assoziierten Dehnungsratentensor $\dot{\boldsymbol{d}}^g$ des Kornes (der Orientierung) g und den makroskopischen Pendanten $\boldsymbol{\varsigma}$ und $\dot{\boldsymbol{d}}$. Ferner korreliert der makroskopische Sekantenmodulus (*macroscopic secant modulus*) \boldsymbol{A}^s den Wert $\boldsymbol{\varsigma}$ mit $\dot{\boldsymbol{d}}$ [217].

4.4.2.2 Modellspezifikationen

In der vorliegenden Simulation wurde die Linearisierungsprozedur $n^{\text{eff}} = 10$ benutzt, um die Konsistenz der Wechselwirkung zwischen Korn und Matrix in der Formulierung des effektiven Mediums zu repräsentieren. Diese führt zu einer intermediären Approximation zwischen dem steifen Sekanten- ($n^{\text{eff}} = 1$) und dem nachgiebigen Tangentenansatz ($n^{\text{eff}} = 20$) und liefert nachweislich [214] realistischere Ergebnisse.

Die plastische Verformung, welche die zylindrischen Proben während des ASB Umformprozesses erfahren, wurde durch den extern aufgeprägten, konstanten und bzgl. der Sym-

metrieebene $\mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2$ (**Abbildung 3.3**) gegebenen Geschwindigkeitsgradiententensor (*imposed velocity gradient tensor*) der Form

$$\mathbf{L}^{(r,\varphi,z)} \equiv (L_{ij}^{(r,\varphi,z)}) := \begin{pmatrix} a & e & d \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

approximiert. $\mathbf{L}^{(r,\varphi,z)}$ berücksichtigt gemäß (4.15) über die eingeführten Simulationsparameter $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}^1$ die axiale Elongation, radiale Kompression, tangentielle Torsion sowie tangentielle und axiale Einfachscheranteile (*simple shear*) bei Beachtung der Konstanz des Probenvolumens nach $a + b + c \stackrel{!}{=} 0$.²⁵

Dabei ist allerdings zu beachten, dass die folgende Betrachtung eine erste Näherung für die reale Verformung darstellt und insbesondere keinen Anspruch auf Vollständigkeit hegen soll. Ziel ist es, Aussagen zur Abschätzung der o.g. Verformungsanteile zu gewinnen, um (u.A. im Abgleich mit den übrigen Ergebnissen in dieser Arbeit) den ASB Prozess und das Materialverhalten und insbesondere die gemessene, in **Abschnitt 4.2** aufgezeichnete Texturentwicklung (auch hinsichtlich gewisser Komponenten) besser zu verstehen. Damit einher geht desweiteren, dass die i.A. existierende Ortsabhängigkeit der Simulationsparameter hier vernachlässigt bzw. im Folgenden nur in der Form berücksichtigt werden soll, als dass die Simulation für jeweils ausgewählte Probenbereiche und somit bzgl. eines jeweils dort (näherungsweise) konstanten Geschwindigkeitsgradiententensors $\mathbf{L}^{(r,\varphi,z)}$ nach (4.15) mit einem entsprechend gültigen Simulationsparameter-Set durchgeführt wird. Berechnungen auf der Grundlage der Annahme eines konstanten Geschwindigkeitsgradiententensors sind üblich (vgl. u.A. [221]). Für eine detailliertere Analyse z.B. zur Simulation des radialen Texturgradienten wird eine entsprechende Ortsabhängigkeit jedoch als unabdingbar vermutet, wonach folglich ein $\mathbf{L}^{(r,\varphi,z)}(\vec{r})$ betrachtet werden muss. Dies sprengt allerdings den Rahmen dieser Arbeit und kann zu einem späteren Zeitpunkt weiter verfolgt werden.

$\mathbf{L}^{(r,\varphi,z)}$ ist in Bezug auf ein zylindrisches Referenzsystem (Zylinderkoordinatensystem $\mathcal{Z} = (r, \varphi, z)$, vgl. **Abschnitt 4.3.2.3.1**) des ASB Verformungsprozesses, d.h. insbesondere in einem festen LKS, wie in [221] empfohlen, gegeben. Das Simulationsmodell nimmt ferner ein perfekt plastisches Materialverhalten an.

Da die (globalen) Initialtexturdaten (vgl. **Abschnitt 4.2.1**), welche als Inputdaten für die Simulation verwendet wurden, bzgl. des PKS \mathcal{S} der Messung (vgl. **Abbildung 3.3(a)**), d.h. bzgl. eines kartesischen KS (x, y, z) gegeben waren, wurde $\mathbf{L}^{(r,\varphi,z)}$ gemäß $\mathbf{L}^{(x,y,z)} = \mathbf{T}^T \mathbf{L}^{(r,\varphi,z)} \mathbf{T}$ mit der Transformationsmatrix \mathbf{T} nach (4.7) in **Abschnitt 4.3.2.3.1** transformiert. Damit ergibt sich mit (4.15) $\mathbf{L}^{(x,y,z)} = \mathbf{L}^{(x,y,z)}(x, y) =$

$$\begin{pmatrix} (a-b)\frac{x^2}{x^2+y^2} - e\frac{xy}{x^2+y^2} + b & (a-b)\frac{xy}{x^2+y^2} + e\frac{x^2}{x^2+y^2} & d\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ (a-b)\frac{xy}{x^2+y^2} - e\frac{y^2}{x^2+y^2} & (b-a)\frac{x^2}{x^2+y^2} + e\frac{xy}{x^2+y^2} + a & d\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}. \quad (4.16)$$

Die folgenden Simulationsergebnisse wurden durch ein Anpassen (Fit) der Simulationsparameter a, b, c, d, e an die experimentellen Daten erhalten und sind für die beiden Phasen Al und Ti separat aufgezeigt, wobei o.B.d.A. $c \stackrel{!}{=} 1$ verwendet wurde. Die (für die Simulation als *Input* verwendete) Initialtextur war wie o.g. die gemessene Globaltextur

²⁵Insofern ergeben sich aus den fünf Simulationsparametern vier als l.u.

der Ausgangszustände der Materialien, diskretisiert mittels LaboTex Software (vgl. **Abschnitt 3.3.4**) in 10 000 Einzel(korn)orientierungen (*single grain orientation* (SGO)). Weiterhin wurde während der Simulation eine mittlere ellipsoide Kornform angenommen. Von der resultierenden Simulationstextur wurde anschließend mittels LaboTex Software die ODF berechnet. Der Betrag der (mittels $\mathbf{L}^{(x,y,z)}$ extern auferlegten) totalen Deformation korrespondiert mit dem, in **Abschnitt 3.1.1.1** in (3.1) angegebenen Umformgrad von $\eta_{\text{Ti/Al } 0} \approx 4.3$. Dabei wurde für die Simulation der Texturevolution während des ASB Prozesses vom Ausgangszustand bis zum betrachteten Verformungszustand Ti/Al 0 in Dehnungsinkrementen von (falls nicht anders vermerkt) 0.0883 gerechnet.

4.4.2.3 Al Simulationstextur

Zum Vergleich mit den lokalen Al Texturergebnissen (**Abschnitt 4.2.2**) wurde die VPSC Textursimulation für die Texturentwicklung im Probenzentrum, d.h. bei $(x, y) = (0, 0)$ durchgeführt. Mit dem Grenzübergang $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \mathbf{L}^{(x,y,z)}(x, y)$ geht die Form von (4.16) bei vernachlässigbaren d, e (d, e fluktuieren i.A. lokal, können jedoch im Probenzentrum u.A. in Hinblick auf bereits erwähnte visioplastische Ergebnisse [52] sowie weiter unten angeführte Argumente als klein gegenüber a, b oder c betrachtet werden) in den (konstanten) Geschwindigkeitsgradiententensor

$$\mathbf{L}^{(x,y,z), \text{Al, Wahl 1}} = \begin{pmatrix} \frac{a+b}{2} & \frac{a-b}{2} & 0 \\ \frac{a-b}{2} & \frac{a+b}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

über. Die VPSC Textursimulation für die Al Textur basiert desweiteren auf Gleitung/Verzerrungsgleiten gemäß des (für fcc Metalle dominanten) Gleitsystems $\{111\} \langle 110 \rangle$ [18, 189, 222], wobei Verfestigung (*strain hardening*) nicht berücksichtigt wurde. Weiterhin wurde eine Dehnungsratenempfindlichkeit [223] von $m = 0.05$ in Anlehnung an die Ergebnisse [224] für mittels ECAP prozessiertes UFK Al verwendet. Untersuchungen weiterer kubischer Metalle hinsichtlich der Entwicklung von m bzw. der Methodik zur Bestimmung von m sind z.B. in [225] bzw. [226] durchgeführt. Damit wird ein Wert unterhalb des superplastischen Verhaltens (bei etwa $m > 0.5$) benutzt.

Mit einer inkrementellen Auflösung von $\Delta = 0.1$ (**Abbildung 4.36**) wurde die (hinsichtlich der experimentellen Daten) beste Übereinstimmung der Textursimulation für die Wahl der Parameter $a = -0.6$, $b = -0.4$ (**Abbildung 4.36(a6)**) gefunden.

Weitere Simulationsexperimente zur Abschätzung des Einflusses der tangentialen bzw. axialen Scheranteile $L_{r\varphi}^{(r,\varphi,z)}$ bzw. $L_{rz}^{(r,\varphi,z)}$ mittels der Variation von e (**Abbildung 4.37**) bzw. d (**Abbildung 4.38**) bestätigten die Gültigkeit der oben gemachten Annahme zur Vernachlässigung dieser Effekte. Dabei sollen die Ergebnisse in **Abbildung 4.37** und **Abbildung 4.38** rein exemplarisch die Tendenz der Texturentwicklung für die Verwendung eines aus (4.16) folgenden (im Vergleich zu (4.17)) allgemeineren Geschwindigkeitsgradiententensor gemäß

$$\mathbf{L}^{(x,y,z), \text{Al, Wahl 2}} = \begin{pmatrix} \frac{a+b-e}{2} & \frac{a-b+e}{2} & \frac{d}{\sqrt{2}} \\ \frac{a-b-e}{2} & \frac{a+b+e}{2} & \frac{d}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

4

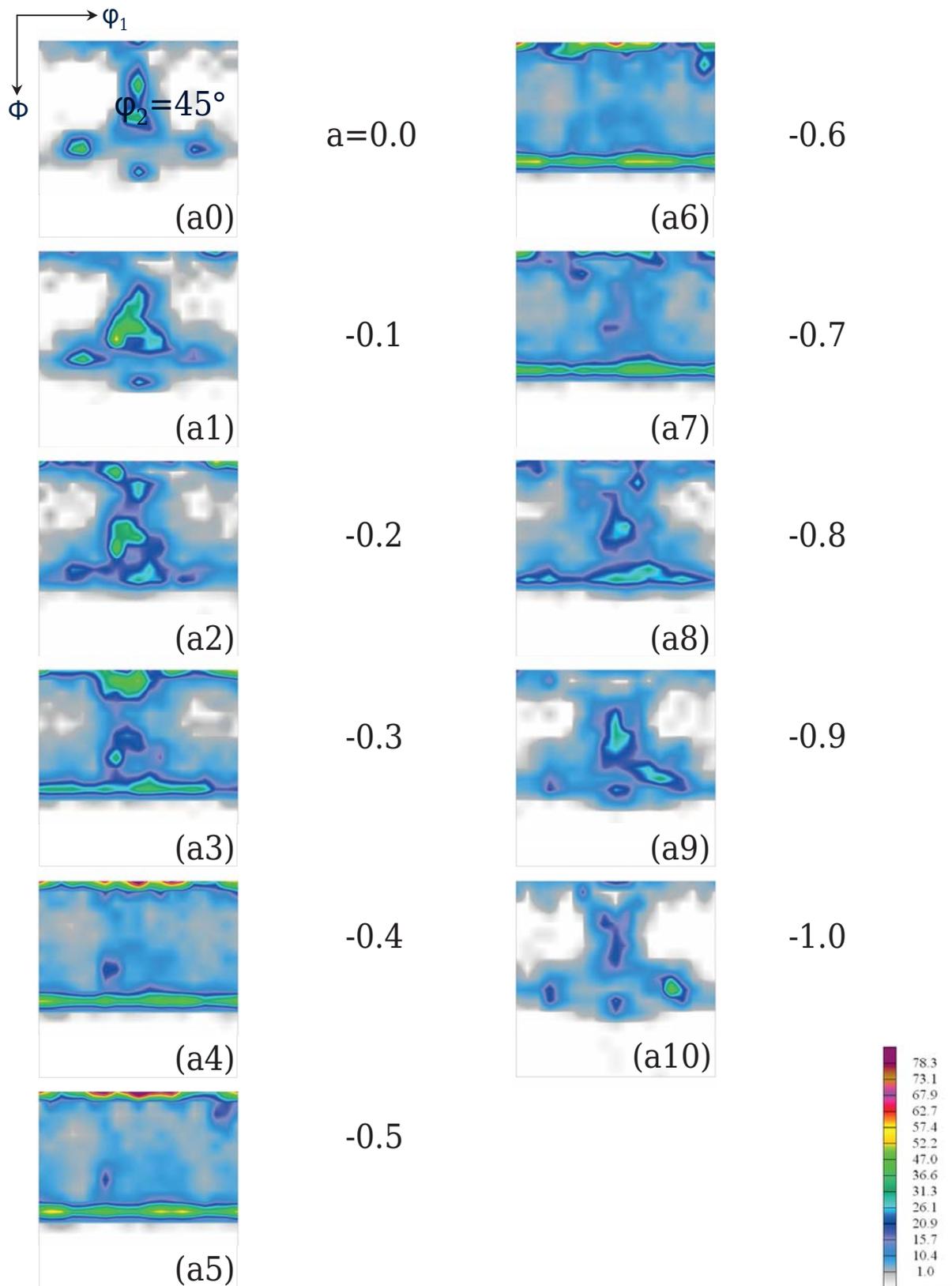


Abbildung 4.36: VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 nach (4.17): Tendenz für die Variation von $a = 0.0$ bis -1.0 in $\Delta a = 0.1$ Dekrementen

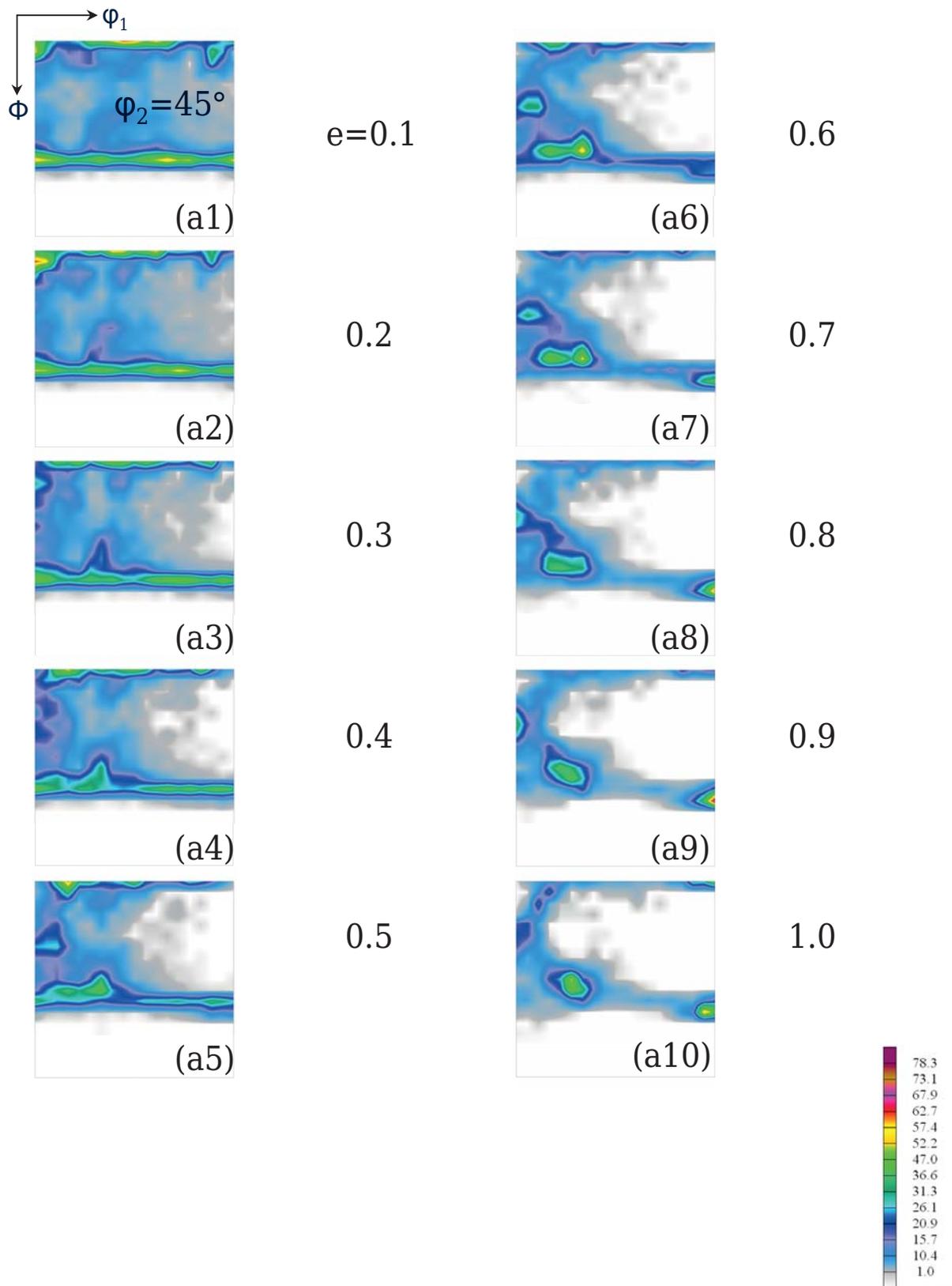


Abbildung 4.37: VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 nach (4.18): Tendenz für die Variation von $e = 0.1$ bis 1.0 in $\Delta e = 0.1$ Inkrementen (bei $a = -0.6$, $b = -0.4$, $d = 0.0$)

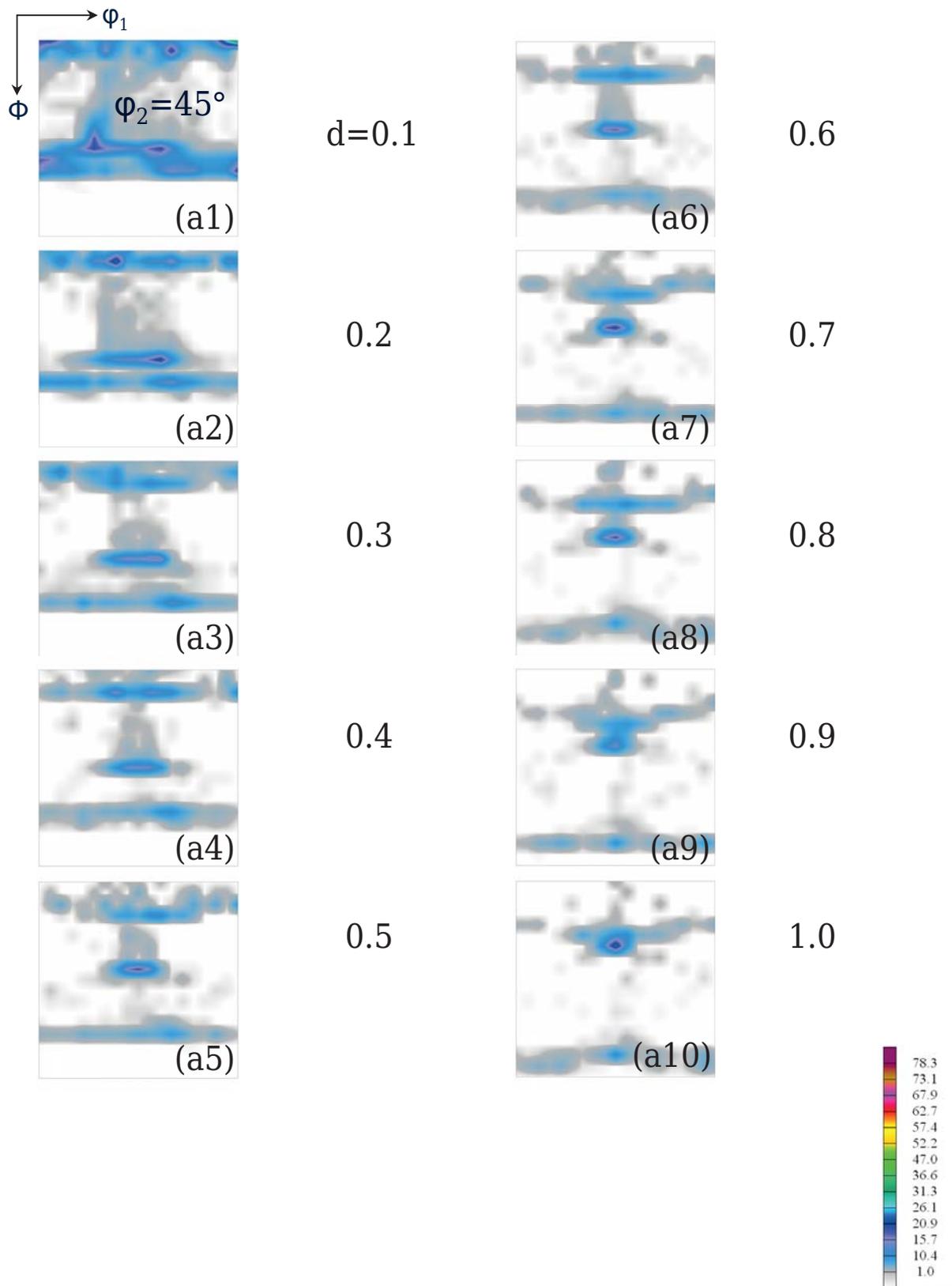


Abbildung 4.38: VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 nach (4.18): Tendenz für die Variation von $d = 0.1$ bis 1.0 in $\Delta d = 0.1$ Inkrementen (bei $a = -0.6$, $b = -0.4$, $e = 0.1$)

darlegen.

Hieraus können insgesamt, wie bereits vermutet, Scherkomponenten in $\mathbf{L}^{(x,y,z),Al}(0,0)$ ausgeschlossen werden. Diese im Falle einer Simulation des radialen Texturgradienten jedoch zu berücksichtigen, erscheint in erster Überlegung, wie bereits angesprochen, plausibel. Allerdings soll dies hier nicht mehr Gegenstand sein, insbesondere da in den Messungen, wie in **Abschnitt 4.2.2.2.1.2** schon erwähnt, keine signifikanten Al Schertexturkomponenten auftreten.

Schließlich sollte noch der Einfluss der Ausgangstextur (als *Input* der Textursimulation) qualitativ betrachtet werden. Dabei stellt jene neben dem aufgeprägten Deformationsmodus (Geschwindigkeitsgradiententensor) sowie den Gleitsystemaktivitäten eine Haupteinflussgröße – im Vergleich zu den sekundär relevanten Details der Mikrostruktur (wie Kornform, Korngröße, Subkornmorphologie, ...) – auf die Texturentwicklung dar [221]. Dazu wurde in den **Abbildungen 4.39** und **4.40** die Texturevolution exemplarisch für das aus obigen Überlegungen resultierende Parameter-Set für (i) den bisher betrachteten Ti/Al 0 Materialverbund sowie für (ii) eine modellierte regellose Ausgangstextur aufgetragen. Letztere wurde analog der o.g. Diskretisierung für die Ti/Al 0 entsprechend anhand von 10 000 SGO erstellt. Desweiteren wurde die Rechnung unter Verwendung von 0.0883 Dehnungsinkrementen, ausgehend von der Ausgangstextur (**Abbildung 4.39(a0)** bzw. **(b0)**) bis zur Endtextur (**Abbildung 4.40(a10)** bzw. **(b10)**) des finalen Umformgrades $\eta_{Ti/Al 0} \approx 4.3$ des ASB Prozesses durchgeführt.

Zur zunächst reinen Texturentwicklung mit ansteigender Deformation wurde zusätzlich noch (zur Abschätzung des numerischen Effektes der Diskretisierung) die aus der o.g. Ausgangstextur berechnete ODF im Vergleich dargestellt: Während der Effekt der Diskretisierung für die modellierte (regellose) Ausgangstextur deutlich ist (die modellierte ODF in **Abbildung 4.39(a0)** ist nicht identisch der anhand der entsprechenden SGO rückgerechneten ODF in **Abbildung 4.39(a0*)**), entsteht für die gemessene Ausgangstextur des Ti/Al kein signifikanter Unterschied (vgl. **Abbildung 4.39(b0)** mit **4.39(b0*)**).

Desweiteren werden vor Allem zwei Aspekte deutlich im Vergleich der Texturentwicklungen für die beiden Ausgangstexturen: Erstens verstärken sich, im Vergleich der relativ schnell entwickelten Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur im Falle der (regellosen) Ausgangstextur, aus der gemessenen Ausgangstextur zunächst nur die bereits vorhandenen Texturkomponenten bis dann schließlich bei höheren Umformgraden die Fasertexturen entstehen. Zweitens ist die Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur im Falle der (regellosen) Ausgangstextur deutlich homogener. Weitere VPSC Textursimulationen zu höheren Umformgraden weisen allerdings auch auf die Entwicklung von Komponenten für die (regellose) Ausgangstextur hin.

4.4.2.4 Ti Simulationstextur

Die lokale Ti Textur wurde exemplarisch im Bereich der Hülsenmitte auf der Symmetrieline $x = 0$ simuliert. Der extern aufgeprägte Geschwindigkeitsgradiententensor entsprach der Form von

$$\mathbf{L}^{\{x,y,z\},Ti} = \begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ -e & a & d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

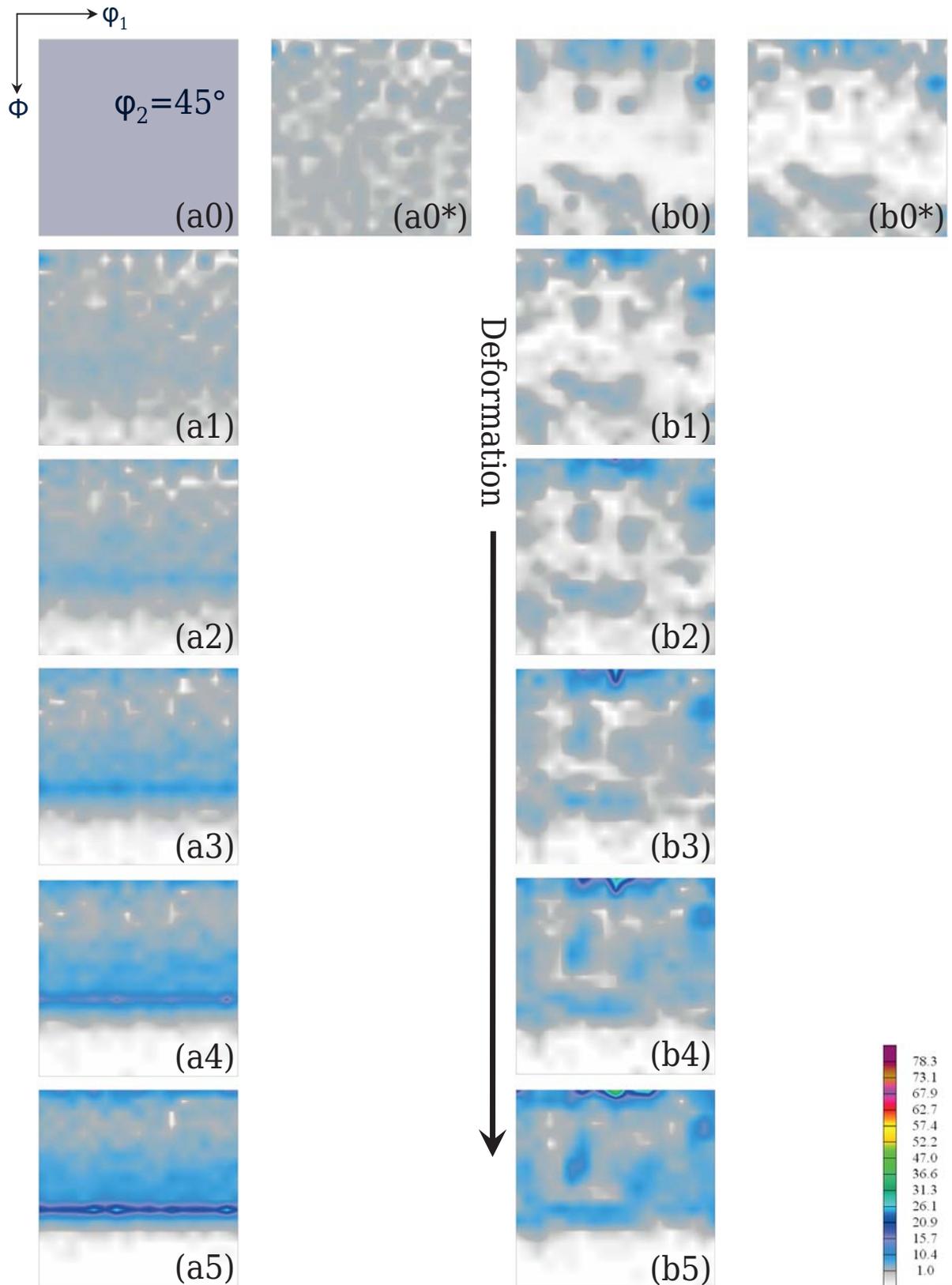


Abbildung 4.39: VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al O (rechts) sowie einer zunächst regellosen Textur (links) im Vergleich nach (4.17): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsincrementen (bei $a = -0.6$, $b = -0.4$); Fortsetzung in **Abbildung 4.40**

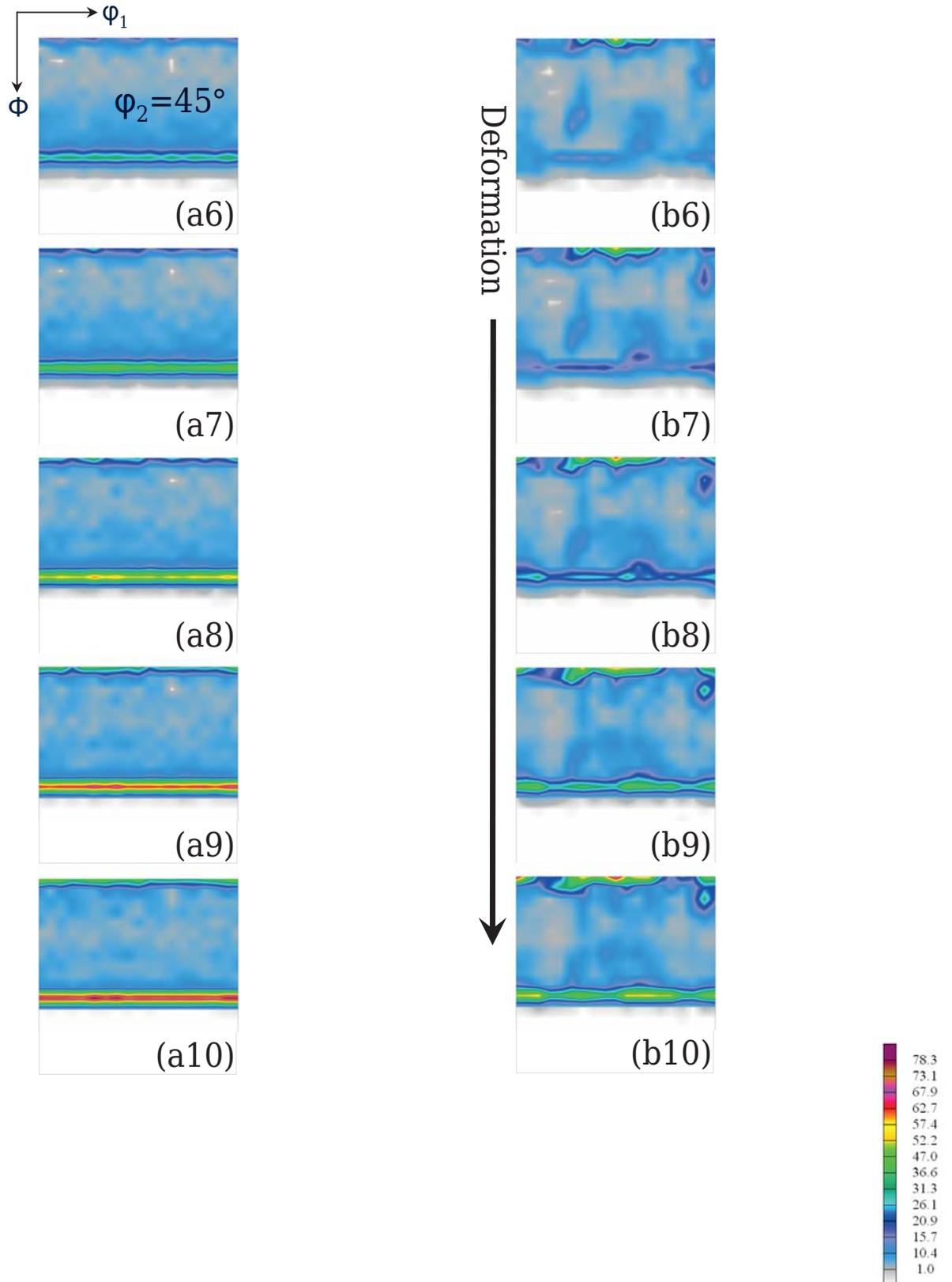


Abbildung 4.40: VPSC Textursimulationsergebnis für Al in Ti/Al 0 (rechts) sowie einer zunächst regellosen Textur (links) im Vergleich nach (4.17): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsincrementen (bei $a = -0.6$, $b = -0.4$); Fortsetzung von **Abbildung 4.39**



Dabei wurde der Simulation Versetzungsgleiten zugrundegelegt, wobei die etablierte Differenzierung der Deformationstexturen von hcp Metallen gemäß des Verhältnisses c_{hcp}/a_{hcp} der Kristallgitterkonstanten gegenüber dem Idealwert von 1.633 in den drei Klassen $c_{hcp}/a_{hcp} < 1.633$, $c_{hcp}/a_{hcp} \approx 1.633$ bzw. $c_{hcp}/a_{hcp} > 1.633$ [227] Verwendung fand. Hierbei gehört Ti mit dem vergleichsweise geringeren Wert von 1.587 zu der Klasse mit multipler Gleitung. Daher wurden die folgenden in **Tabelle 4.5** angegebenen Gleitsystemfamilien

Tabelle 4.5: VPSC Textursimulationsparameter der Gleitsystemfamilien \mathcal{F}

Bezeichnung \mathcal{F}	$\{hkil\} \langle uvw \rangle$	$\tau_0^{\mathcal{F}} / \tau_0^{\text{basal}}$
basal	$\{0001\} \langle 1\bar{2}10 \rangle$	1
prismatisch	$\{1\bar{1}00\} \langle 1120 \rangle$	8
pyramidal $\langle a \rangle$	$\{10\bar{1}1\} \langle \bar{1}2\bar{1}0 \rangle$	13
pyramidal $\langle c+a \rangle$ (type A)	$\{10\bar{1}1\} \langle 2\bar{1}\bar{1}\bar{3} \rangle$	13

4

berücksichtigt. In z.B. [18, 227, 228] kann ein Überblick über alle möglichen Gleitsysteme hexagonaler Strukturen gefunden werden. Das implementierte Set der Referenzspannung $\tau_0^{\mathcal{F}}$ der mit \mathcal{F} indizierten Gleitsystemfamilie wurde in Anlehnung an [229] zu den gemäß **Tabelle 4.5** angegebenen Verhältnissen gewählt. Ferner wurde wiederum Verfestigung (*strain hardening*) sowie Zwillingsbildung nicht berücksichtigt. Schließlich wurde $m = 0.2$ verwendet [230]. Dieser Wert kann im Falle von UFK Ti nach [231] auch deutlich geringer sein, allerdings wurden am Beispiel von $m = 0.05$ keine signifikanten Unterschiede (für die hiesige Behandlung in erster Näherung) beobachtet.

Analog zur in **Abschnitt 4.4.2.3** beschriebenen Verfahrensweise wurde auch im Falle von Ti kein – im Sinne der entstehenden Dimension des Parameterraumes $\{a, b, c, d, e\}$ ²⁶ bei Verwendung einer inkrementalen Auflösung von $\Delta = 0.1$ – vollständiger Fit der Simulationstextur bzgl. der experimentellen Textur durchgeführt, sondern stattdessen ein, anhand von Plausibilitäts- und Symmetrieüberlegungen erstelltes, reduziertes Simulationsparameter-Set verwendet.

Somit wurde auch bei der VPSC Ti Textursimulation der Einfluss der Parameterwahl für die axiale Elongation und radiale Kompression zunächst ohne Scherungsanteile (**Abbildung 4.41**) untersucht. Danach wurden Letztere implementiert und sowohl separat als auch in Kombination, wie beispielhaft in den **Abbildungen 4.42** und **4.43** aufgezeigt, analysiert. Dabei wurden häufig ähnliche Tendenzen beobachtet, die in den Abbildungen exemplarisch dargestellt werden sollen. Aus diesem Grund und aufgrund der bereits in vorangegangenen **Abschnitten** diskutierten Beobachtungen konnte für die Ti Phase kein eindeutiges Ergebnis herausgestellt werden. Vielmehr führte die Untersuchung der Textursimulation zu guter Übereinstimmung zwischen den simulierten und den experimentellen Daten für eine Parameterwahl von $a = -0.5$, $b = -0.5$, $d = 0$ sowie $e = -0.2$. Allerdings ist hierbei – wie oben bereits bemerkt – keine so scharfe Tendenz wie im Falle der Al Phase erkennbar.

Zuletzt sollte auch für die Ti Phase der Einfluss der Ausgangstextur qualitativ bewertet werden. Dazu wurde analog der in **Abschnitt 4.4.2.3** diskutierten Verfahrensweise vorgegangen und die Texturevolution für eine modellierte (regellose) sowie für die bereits o.g. global gemessene Ausgangstextur zum gegenseitigen Vergleich aufgezeichnet. Die **Abbildungen 4.44** und **4.45** zeigen diese Entwicklung analog jener Darstellung

²⁶vgl. u.A. **Fußnote 25**

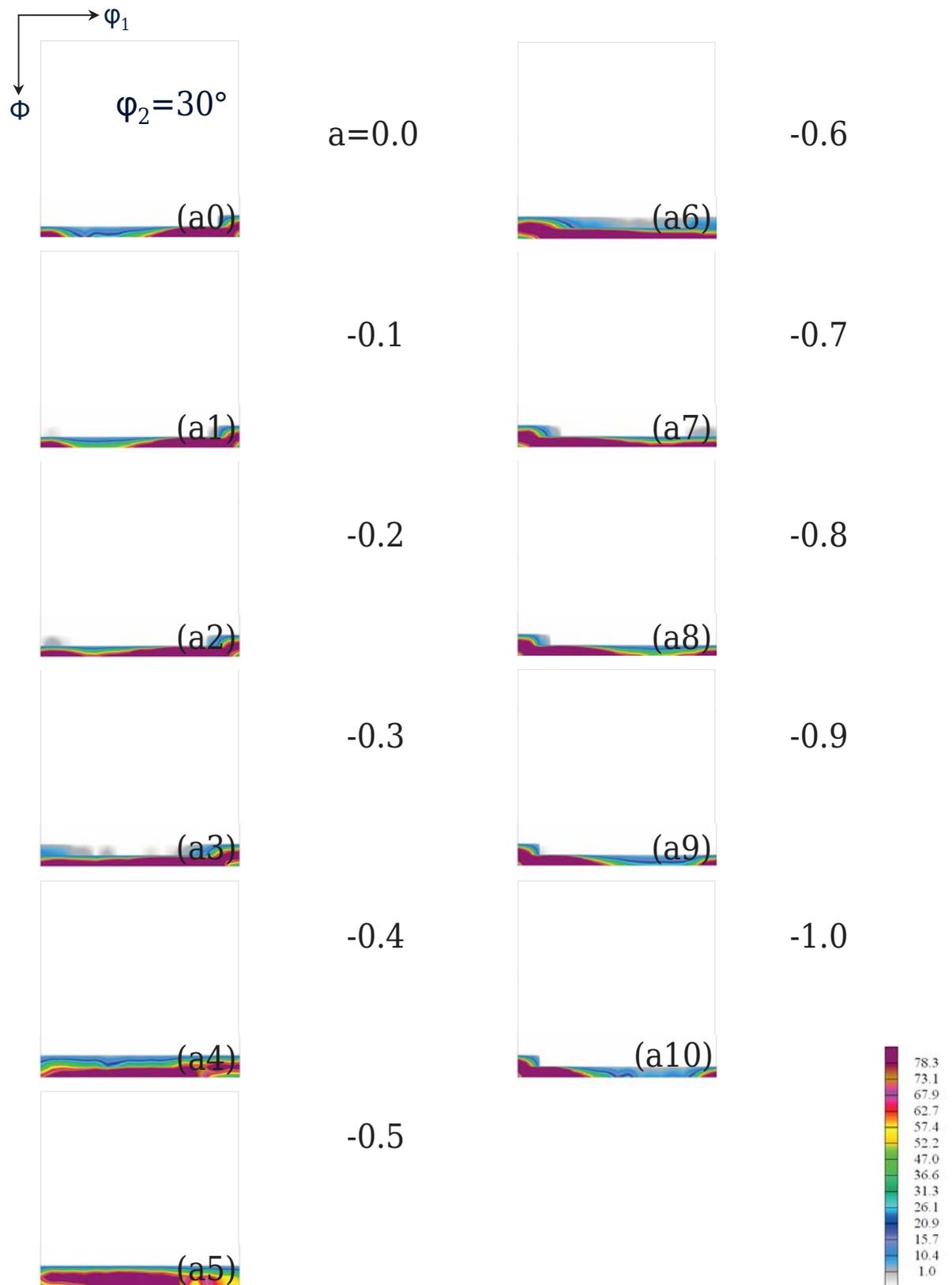


Abbildung 4.41: VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 nach (4.19): Tendenz für die Variation von $a = 0.0$ bis -1.0 in $\Delta a = 0.1$ Dekrementen (bei $d = 0.0 = e$)

4

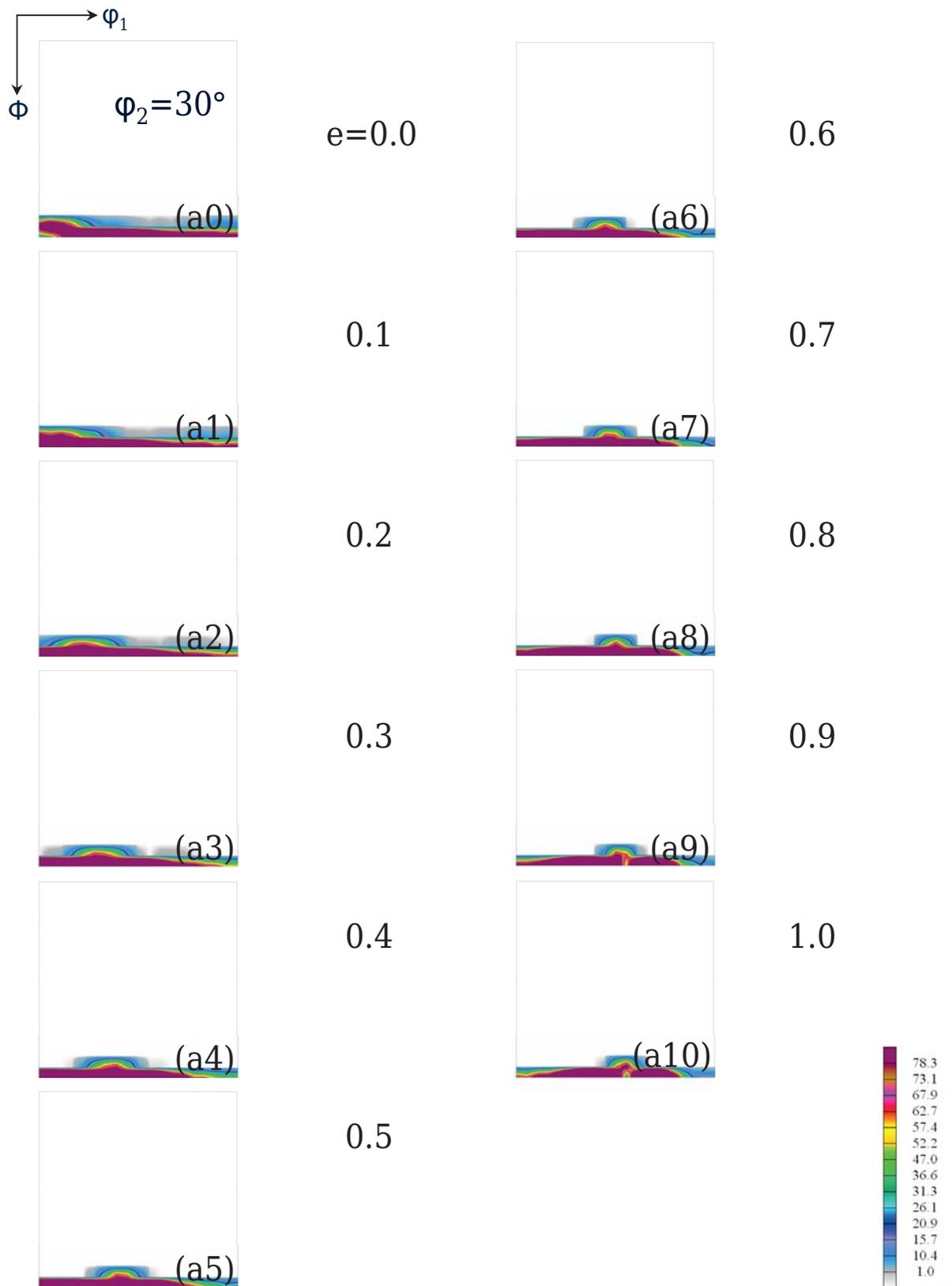


Abbildung 4.42: VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 nach (4.19): Tendenz für die Variation von $e = 0.0$ bis 1.0 in $\Delta e = 0.1$ Inkrementen (bei $a = -0.6$, $b = -0.4$, $d = 0.0$)

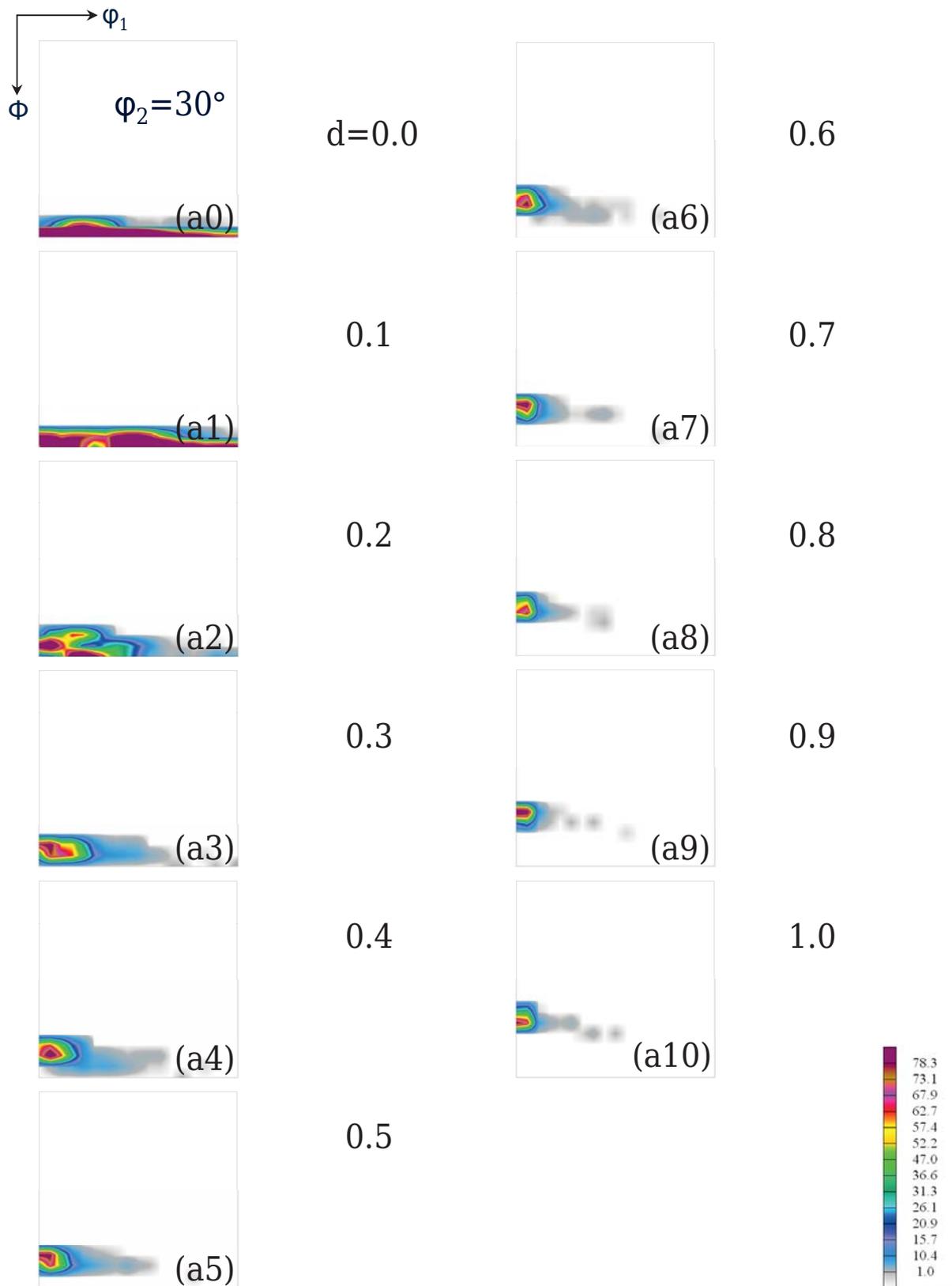


Abbildung 4.43: VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 nach (4.19): Tendenz für die Variation von $d = 0.0$ bis 1.0 in $\Delta d = 0.1$ Inkrementen (bei $a = -0.6$, $b = -0.4$, $e = 0.2$)

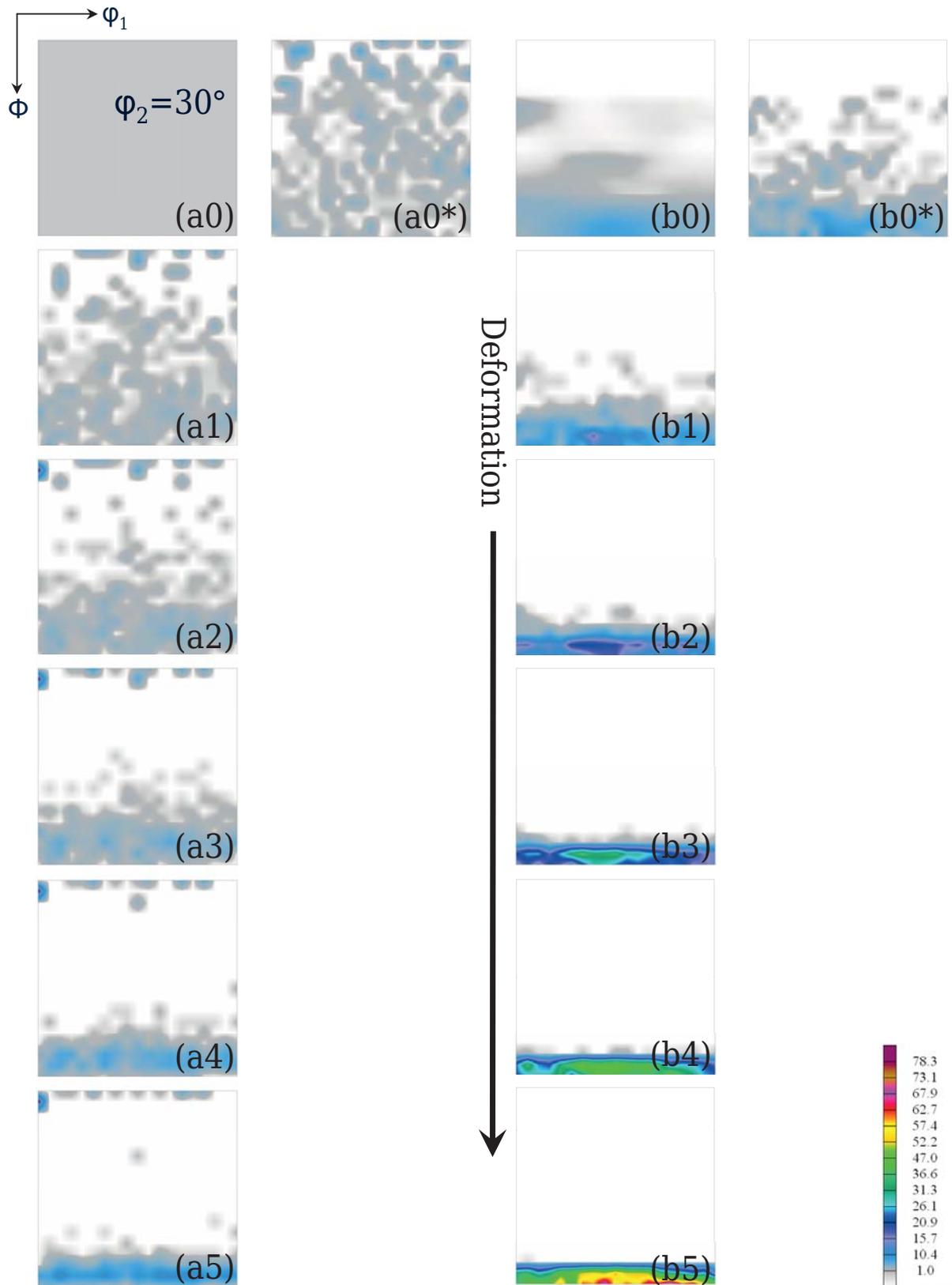


Abbildung 4.44: VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 (rechts) sowie einer zunächst regellosen Textur (links) im Vergleich nach (4.19): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsincrementen (bei $a = -0.5 = b$, $d = 0.0$, $e = 0.2$); Fortsetzung in **Abbildung 4.45**

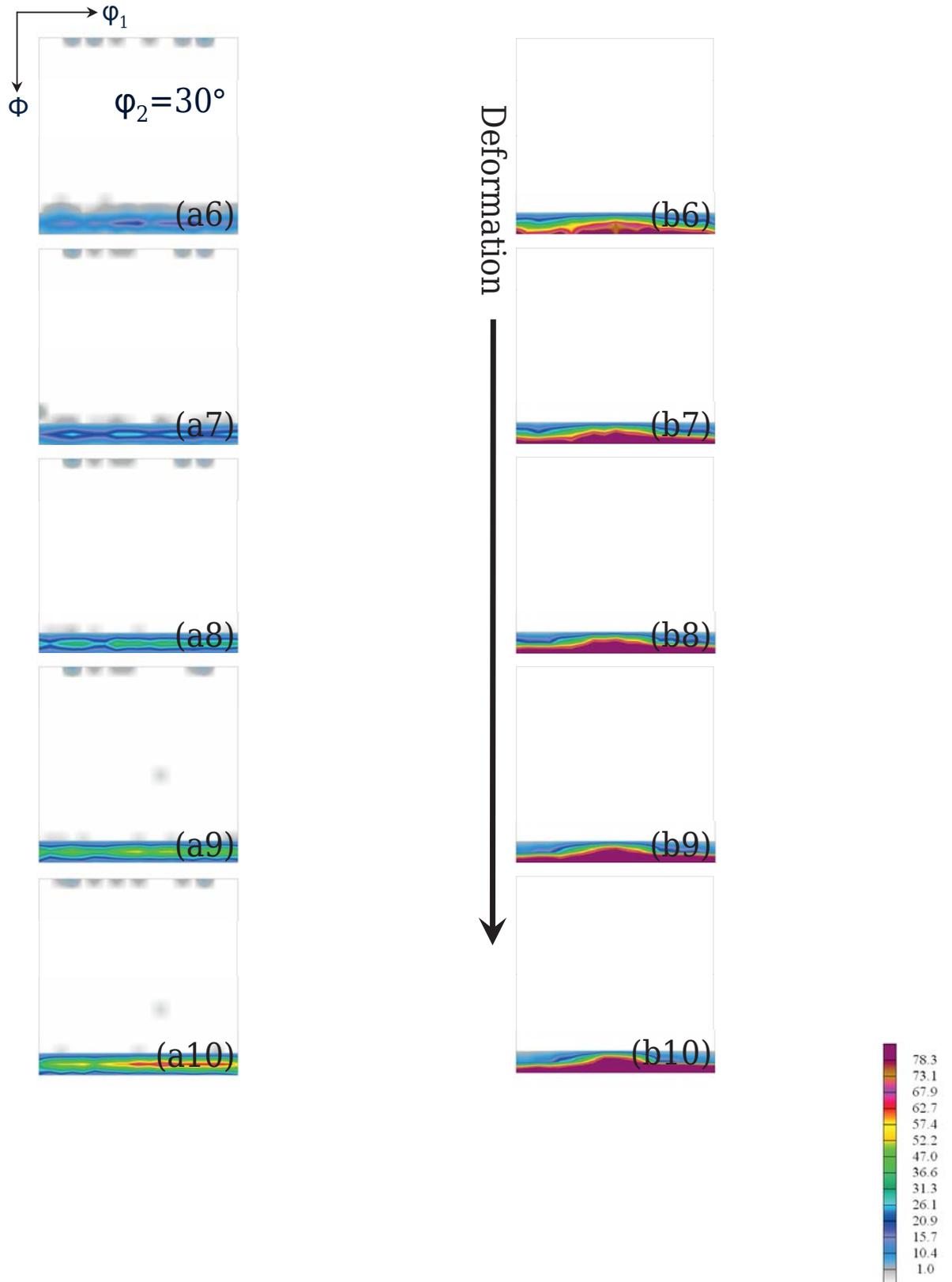


Abbildung 4.45: VPSC Textursimulationsergebnis für Ti in Ti/Al 0 (rechts) sowie einer zunächst regellosen Textur (links) im Vergleich nach (4.19): Texturevolution in 0.0883 Dehnungsincrementen (bei $a = -0.5 = b$, $d = 0.0$, $e = 0.2$); Fortsetzung von **Abbildung 4.44**

für die Al Phase in den **Abbildungen 4.39** und **4.40**. Wiederum treten die beiden in **Abschnitt 4.4.2.3** angesprochenen Aspekte auf:

- (i) der numerische Effekt der Diskretisierung beim Vergleich der Unterschiede jeweils zwischen den **Abbildungen 4.44(a0)** und **4.44(a0*)** sowie zwischen den **Abbildungen 4.44(b0)** und **4.44(b0*)**,
- (ii) der Effekt der Verstärkung der bereits in der Ausgangstextur vorhandenen Textur(komponenten),

welche ähnlich wie für die Al Phase zu bewerten sind.

Insgesamt zeigen die VPSC Textursimulationsergebnisse für beide Phasen Al und Ti gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten in Hinblick auf den Texturtyp, wohingegen die Texturstärke (Texturintensitätswerte) im Fall der Simulation höhere Werte aufweist. Diese Beobachtung ist allerdings ein allgemein bekanntes Phänomen und kann auf, in der theoretischen Approximation der experimentellen Textur üblicherweise nicht berücksichtigte Effekte wie die Korn-Korn-Wechselwirkungen bzw. die Subkornevolution zurückgeführt werden [221].

Schließlich erlaubt bereits der typischerweise zunächst qualitativ durchgeführte [221] Vergleich der Mess- und Simulationsdaten eine detailliertere Einsicht in den ASB Verformungsprozess. Insbesondere die lokal aufgelösten Texturmessungen der XR μ D²-ta sowie die erhaltenen VPSC Textursimulationsparameter-Sets weisen auf eine lokal fluktuierende Deformation bzgl. der absoluten Größen der axialen Elongation, radialen Kompression, tangentialen Torsion sowie der tangentialen und axialen Scher(ungs)anteile hin: Auf der einen Seite elongiert die innere Phase (Al) des Ti/Al 0 hinweislich stärker in axialer (Draht) Richtung als die äußere (Ti). Auf der anderen Seite gibt es Indizien dafür, dass Letztere größere tangentiale Scherung erfährt, wohingegen der axiale Anteil vernachlässigbar erscheint. Vor dem Hintergrund der verschiedenen mechanischen Eigenschaften der beiden Phasen und der Realisierung der Materialprozessierung (Geometrie des Prozesses, Anzahl und Volumenanteil der Materialphasen), sind diese Interpretationen mit den übrigen, bereits diskutierten Beobachtungen (z.B. in den **Abschnitten 4.2.2** und **4.3.2.3**) und der daraus abgeleiteten Vorstellung des Materialverhaltens während des ASB Prozesses vereinbar.

Ein quantitativer Vergleich zur Beurteilung der Güte/Qualität der Textursimulation (in Hinblick auf die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten) analog anderer Studien wie z.B. in [232] durch Verwendung des sog. Texturindex (*texture index*) [233], welcher üblicherweise zur Beurteilung der Texturschärfe verwendet wird [221,234], war an dieser Stelle aus besagten Gründen nicht angestrebt. Ferner sollten auch keine weiteren Textursimulationsmodelle vergleichend benutzt werden, um die „Performance“ jener zu beurteilen. Vielmehr wurde das VPSC Simulationsmodell aufgrund der bisherigen guten Erfahrungen [221] mit dessen „Performance“ bei vielen Anwendungen ausgewählt.

4.4.3 Analytischer Ansatz zur Spannungsmodellierung für Ti/AlO

4.4.3.1 Theoretischer Hintergrund und Motivation

Für viele Probleme aus dem Feld der Kontinuumsmechanik bietet deren Untersuchung im Kontext der Elastizitätstheorie, deren physikalische Fundamente bereits in den 1820er Jahren [68] erstellt wurden, einen ersten (Näherungs-)Lösungsansatz [71]. Deshalb ist das vollständige statische linear-elastische Problem²⁷ in kartesischen Koordinaten, d.h. die Bestimmung der fünfzehn unbekannt (reellen) Funktionen $u_i, \varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ mit $i, j = 1, 2, 3$ durch die Lösung der fünfzehn korrespondierenden Gleichungen

$$2\varepsilon_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i} \quad (4.20a)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}) \quad (4.20b)$$

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (4.20c)$$

für eine gegebene externe Belastung(sdichte) \vec{f} [67], Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Publikationen, u.A. z.B. [67–69,92,235–243]. Dabei bezeichnen die o.g. Größen u_i, ε_{ij} bzw. σ_{ij} die Komponenten des sog. Verschiebungs(vektor)feldes $\vec{u}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, sowie jene in **Abschnitt 2.2** eingeführten Komponenten des Dehnungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{3 \times 3}$ bzw. des Spannungstensors $\boldsymbol{\sigma}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Weiterhin ist (4.20a)–(4.20c) unter Verwendung der symbolischen Abkürzung $(\cdot)_{,i} := \frac{\partial}{\partial x_i}(\cdot)$ für $i = 1, 2, 3$ und der bereits in **Abschnitt 2.2.1** erläuterten EINSTEINschen Summenkonvention [93] notiert, d.h. es bedeutet z.B. (4.20c) in diesem Sinne $\sum_{j=1}^3 \sigma_{ij,j} + f_i = 0$ (für $i = 1, 2, 3$) bzw.

$$\vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \vec{f} = \vec{0} \quad (4.21)$$

in symbolischer Form mit dem Vektordifferentialoperator (Nabla) $\vec{\nabla} := (\partial/\partial x_j)\vec{e}_j$ [71]. Unter der Annahme eines bestimmten Materialgesetzes bzgl. eines konkret gegebenen Materials zur Explizierung des Zusammenhanges $\sigma_{ij}(\varepsilon_{ij})$ in (4.20b) kann mittels Verwendung dessen und von (4.20a) in (4.20c) das o.g. Problem auf ein reduziertes System von drei partiellen Differentialgleichungen (*partial differential equation* (PDE))²⁸ für die drei unbekannt Komponenten von \vec{u} hingeführt werden (vgl. **Abschnitt 4.4.3.2**).

Analytische Lösungen für das korrespondierende Randwertproblem (*boundary value problem* (BVP))²⁹, welches aus dem System der o.g. PDE und den gegebenen Randbedingungen (*boundary condition* (BC)) besteht, können in der Literatur (z.B. in [67, 242, 246, 247]³⁰) für mehr oder weniger allgemeine Fälle gefunden werden. Nichtsdestotrotz ist die Lösung eines solchen konkreten BVP – insbesondere für bestimmte Symmetriebetrachtungen (z.B. Zylindersymmetrie) und in Hinblick auf technische Anwendungen – auch aus heutiger Sicht noch von wissenschaftlichem Wert [250–252]. Aufgrund zahlreicher technischer Innovationen, die in den letzten Jahrzehnten zu einer stetig ansteigenden Rechenleistung (*computing power*) geführt haben, erfreuen sich numerische Lösungsverfahren eines großen wissenschaftlichen Interesses bei der Behandlung elaborierter Probleme. Allerdings sind Assessment und Interpretation derartiger numerischer Ansätze auf

²⁷unter Annahme kleiner Dehnungen

²⁸zu Definition, Charakteristiken, etc. der PDE s. z.B. [244,245]

²⁹zur Theorie der BVP im Gebiet der PDE s. z.B. [245]

³⁰In [241] wird [246,247] auch als [248,249] referenziert.



die Vergleichsmöglichkeit mit existierenden analytischen Lösungen (oder zumindest deren Trends) angewiesen.

Im Kontext dieser Arbeit wurde die unten beschriebene Untersuchung angestellt, um weitere Erklärungsansätze für die beobachteten, in **Abschnitt 4.3.2** dokumentierten Spannung(sverteilung)en zu erhalten. Insbesondere sollten dabei örtliche Spannungsgradienten klarer verständlich gemacht werden. Dazu wurde von der Existenz (i) mechanischer sowie (ii) thermischer Quellen für die Entstehung dieser Spannungen ausgegangen.

Zu Ersteren gehört die Vorstellung von beim ASB Umformungsprozess auftretenden Umformeingenspannung etwa aufgrund von Dehnungsinkompatibilitäten zwischen den Kompositausgangsmaterialien bei der elastisch-plastischen Verformung. Diese Dehnungsinkompatibilitäten können z.B. aufgrund der Geometrie bzw. materialspezifischer Parameter (z.B. Fließspannung, Textur) der Ausgangsmaterialien zwischen den verschiedenen Phasen bzw. zwischen den verschiedenen Kristall(it)en bestehen. Demnach können makroskopische bzw. mikroskopische Spannungen erwartet werden. Im Rahmen der Simulation sollen Erstere betrachtet werden.

Zu den möglichen thermischen Quellen sind die unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten der miteinander im Komposit gebundenen Materialien zu nennen, welche nach etwa der Vorstellung im sog. Rand-Kern-Modell (vgl. z.B. [89]) zu Eigenspannungen führen können.

Hinweise auf das real ablaufende Zusammenspiel dieser beiden Ursachenklassen lassen sich u.A. in [53] finden. Insofern wurde im Folgenden von einer Superposition mechanischer und thermischer Einflüsse bei der plastischen Verformung des Ti/Al Komposits während des ASB Prozesses ausgegangen.

4.4.3.2 Erweitertes Materialgesetz

Somit wurde die analytische Lösung rotationssymmetrischer BVP betrachtet, welche im Falle der Abwesenheit externer Kräfte bei Verwendung eines erweiterten Materialgesetzes von der thermoelastischen Form

$$\sigma_{ij} = K (\varepsilon_{kk} - \varepsilon^{\text{th}}) \delta_{ij} + 2G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} - \varepsilon_{ij}^{\text{pl}} \right), \quad \text{mit } i, j = 1, 2, 3 \quad (4.22)$$

für (4.20b) und eines allgemeinen rotationssymmetrischen Ansatzes für \vec{u} entstehen. Dabei bezeichnen die in (4.22) vorkommenden Terme K , G , $\varepsilon^{\text{th}} \equiv \varepsilon_{kk}^{\text{th}}$ und $\varepsilon_{ij}^{\text{pl}}$ gegebene materialspezifische reelle Parameter (Kompressionsmodul K , Schubmodul G mit $K, G > 0$, (vorgegebene) thermische Dehnung ε^{th} bzw. plastische Deformation ε^{pl}), während δ_{ij} das sog. KRONECKERSymbol (vgl. z.B. [95, 253]) darstellt. Ferner resultiert (4.22) aus einer Verallgemeinerung gemäß

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{T}}) \quad (4.23)$$

des sog. DUHAMEL-NEUMANN-Gesetzes (vgl. z.B. [71]), wobei im Rahmen dieser Arbeit für die sog. spannungsfreien Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{T}}$ nach

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{T}} \stackrel{!}{=} \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{th}} + \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{pl}}, \quad (4.24)$$

mit $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{th}}$ und $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{pl}}$ sowohl thermische Beiträge als auch plastische Beiträge berücksichtigt werden sollen. Dazu wurde in (4.22) für die thermischen Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{th}}$ eine isotrope Form

angenommen, so dass ε^{th} in $\varepsilon_{ij}^{\text{th}} = \frac{\varepsilon^{\text{th}}}{3} \delta_{ij}$ dem Produkt aus dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten α^{th} und der Temperaturdifferenz ΔT gemäß $\varepsilon^{\text{th}} = 3 \alpha^{\text{th}} \Delta T$ entspricht. Außerdem wurde ebenfalls Isotropie für den in **Abschnitt 2.3** eingeführten Elastizitätstensor \mathbf{C} angenommen, während ε und ε^{pl} allgemeine Form besitzen.

Mit der in (4.20a)–(4.20c) verwendeten Beziehung (4.22) erhält das in **Abschnitt 4.4.3.1** angesprochene reduzierte PDE-System für den Vektor \vec{u} eine Form von

$$\mathcal{F}_i(u_1, u_{1,1}, u_{1,1,1}, u_{1,1,2}, \dots, u_2, u_{2,1}, \dots, u_3, u_{3,1}, \dots) = 0, \quad \text{mit } i = 1, 2, 3. \quad (4.25)$$

Dabei bezeichnet die linke Seite $\mathcal{F}_i(\cdot)$ in (4.25) für jeden Wert i eine Funktion, welche aus der Superposition linearer Terme der Vektorkomponenten u_1 , u_2 und u_3 sowie aus zahlreichen (inkl. gemischter) Differentialterme jener besteht. Insofern stellt $\{\mathcal{F}_i\}_{i=1,2,3}$ ein lineares PDE-System [254] für die Unbekannten u_1 , u_2 und u_3 dar.

4.4.3.3 Transformation in Zylinderkoordinaten

Die Symmetrie des Problems (Zylindersymmetrie des ASB Prozesses) macht eine Überführung von \vec{u} entsprechend [255]

$$\vec{u}(r, \varphi, z) \stackrel{!}{=} u_r(r, \varphi, z) \vec{e}_r + u_\varphi(r, \varphi, z) \vec{e}_\varphi + u_z(r, \varphi, z) \vec{e}_z, \quad (4.26)$$

sowie jene des gesamten o.g., zunächst in kartesischen Koordinaten (vgl. (4.25)) formulierten BVP in Zylinderkoordinaten (r, φ, z) notwendig. Somit müssen die Gleichungen (4.20a)–(4.20c) in Zylinderkoordinaten transformiert werden, wobei in den **Abschnitten 4.4.3.3.1** bzw. **4.4.3.3.2** auf einen, im Rahmen dieser Arbeit als besonders geeignet empfundenen Verfahrensweg am Beispiel der Transformationen für (4.20a) bzw. (4.20c) kurz eingegangen werden soll (vgl. z.B. [256]). Dies sei zum Zwecke der Übersicht und notationellen Festlegungen für die eigenen Ausführungen, sowie insbesondere in Hinblick auf zahlreiche Fehldrucke in der einschlägigen Literatur (z.B. [67, 68]), die im Laufe der Recherchen auffielen, durchgeführt. Desweiteren sind Details z.B. von **Abschnitt 4.4.3.3.2** meist nur in spezieller Literatur zu finden.

4.4.3.3.1 Kinematische Gleichungen für den Verzerrungstensor in Zylinderkoordinaten

Ausgehend von der Definition der kovarianten Ableitung (vgl. z.B. [69, 256–259])

$$\check{U}_\lambda|_\mu := \check{U}_{\lambda,\mu} - \Gamma_{\lambda\mu}^e \check{U}^e \quad (4.27a)$$

$$\check{U}^\lambda|_\mu := \check{U}^{\lambda, \mu} + \Gamma_{\mu}^\lambda \check{U}^e \quad (4.27b)$$

eines Tensors 1. Stufe \vec{U}^{31} kann mit den sog. CHRISTOFFELSymbolen $\Gamma_{\lambda\mu}^e$ (mit der symmetrischen Eigenschaft $\Gamma_{\lambda\mu}^e = \Gamma_{\mu\lambda}^e$) [257, 258, 260] aus der kartesisch formulierten kinema-

³¹Dabei soll \check{U}_λ die mathematische Koordinate, im Unterschied zur physikalischen (normierten) Koordinate U_λ bezeichnen.

tischen Gleichung (4.20a) die, bzgl. eines beliebigen (ggf. krummlinigen) Referenzsystems notierte Relation [256]

$$2\check{\varepsilon}_{\lambda\mu} = \check{u}_{\lambda|\mu} + \check{u}_{\mu|\lambda} \quad (4.28)$$

aufgrund folgender u.g. Beziehungen vereinfacht werden. Häufig wird die Operation der kovarianten Ableitung in Anlehnung an die Notation der partiellen Ableitung $(\cdot)_{,i}$ (vgl. **Abschnitt 4.4.3.1**) im Indexkalkül für Tensoren auch durch $(\cdot)_{;i}$ symbolisiert, während die CHRISTOFFELSymbole $\Gamma_{\lambda\mu}^{\varrho}$ ursprünglich [260] bzw. vor Allem in älterer Literatur zur Allgemeinen Relativitätstheorie bzw. nichtlinearen Kontinuumsmechanik (z.B. [69, 261]) auch durch $\begin{bmatrix} \lambda\mu \\ \varrho \end{bmatrix}$ bzw. $\left\{ \begin{matrix} \varrho \\ \lambda\mu \end{matrix} \right\}$ gekennzeichnet werden. Durch Explizieren der CHRISTOFFELSymbole $\Gamma_{\lambda\mu}^{\varrho}$ für den entsprechenden Wechsel des kartesischen KS (x, y, z) in das Zylinderkoordinatensystem (r, φ, z) über die Definition jener anhand des sog. metrischen (Fundamental-)Tensors \mathbf{g} (mit $g_{\lambda\mu} = g_{\mu\lambda}$) [256, 257] bzw. über entsprechende Beziehungen zu den bereits in **Abschnitt 2.2.2** erwähnten Transformationskoeffizienten, erhält man (aus den, im 3D Raum i.A. existierenden 18 verschiedenen [257]) die (einzigen) drei nicht verschwindenden CHRISTOFFELSymbole [256]:

$$\Gamma_{\varphi r}^{\varphi} = \Gamma_{r\varphi}^{\varphi} = r^{-1}, \quad (4.29a)$$

$$\Gamma_{\varphi\varphi}^r = -r, \quad (4.29b)$$

$$\Gamma_{\lambda\mu}^{\varrho} = 0, \quad \text{für alle sonstigen Indizekombinationen aus } \{r, \varphi, z\}. \quad (4.29c)$$

Demnach vereinfacht sich das Ergebnis nach Anwendung von (4.27a) in (4.28) stark. Schließlich werden die erhaltenen, mathematischen Koordinaten \check{U}_{λ} durch Normierung mittels \mathbf{g} in physikalische Koordinaten U_{λ} gemäß [261]

$$U^{\lambda} = \check{U}^{\lambda} \sqrt{g^{(\lambda\lambda)}} \quad (4.30a)$$

$$U_{\lambda} = \check{U}_{\lambda} \sqrt{g^{(\lambda\lambda)}} \quad (4.30b)$$

transformiert.³² Dabei treten wiederum nur drei (nicht verschwindende) Anteile des metrischen Fundamentaltensors \mathbf{g} auf, nämlich [256]

$$g^{(rr)} = g^{(zz)} = 1, \quad (4.31a)$$

$$g^{(\varphi\varphi)} = r^{-2}, \quad (4.31b)$$

$$g^{(\lambda\mu)} = 0, \quad \text{für } \lambda \neq \mu \text{ mit } \forall \lambda, \mu \in \{r, \varphi, z\}, \quad (4.31c)$$

so dass sich schließlich die folgenden kinematischen Gleichungen für $\varepsilon(\vec{u})$ in Zylinderkoordinaten ergeben [67, 256]:

$$\begin{array}{l} \varepsilon_{rr} = u_{r,r} \\ \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r}(u_{\varphi,\varphi} + u_r) \\ \varepsilon_{zz} = u_{z,z} \\ 2\varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{r}(u_{r,\varphi} - u_{\varphi}) + u_{\varphi,r} \\ 2\varepsilon_{rz} = u_{r,z} + u_{z,r} \\ 2\varepsilon_{\varphi z} = u_{\varphi,z} + \frac{1}{r}u_{z,\varphi} \end{array} \quad (4.32)$$

³²Hierbei soll die Symbolik $g^{(\lambda\lambda)}$ bedeuten, dass (im Gegensatz zu $g_{\lambda\lambda}$) *nicht* (wie sonst vereinbart [93]) über λ summiert wird.

4.4.3.3.2 Gleichgewichtsbedingungen für den Spannungstensor in Zylinderkoordinaten

Analog zur in **Abschnitt 4.4.3.3.1** beschriebenen Prozedur kann auch für die Transformation von (4.20c) in Zylinderkoordinaten vorgegangen werden. Zunächst wird der erste Term auf der linken Seite der, aus der kartesischen Formulierung (4.20c) für beliebige krummlinige Koordinaten folgenden Beziehung [256]

$$\check{\sigma}^{\lambda\mu}|_{,\lambda} + \check{f}^{\mu} = 0 \quad (4.33)$$

mit Hilfe der Definition der kovarianten Ableitung für einen Tensor 2. Stufe (vgl. z.B. [256]) in die Form

$$\check{\sigma}^{\lambda\mu}|_{,\lambda} = \check{\sigma}^{\lambda\mu}_{,\lambda} + \Gamma_{\varrho\lambda}^{\lambda} \check{\sigma}^{\varrho\mu} + \Gamma_{\varrho\lambda}^{\mu} \check{\sigma}^{\lambda\varrho} \quad (4.34)$$

überführt. Wegen (4.29a)–(4.29c) reduziert sich (4.34) stark und kann in dieser Form in (4.33) implementiert werden. Das entsprechende Ergebnis wird schließlich – analog (4.30a)–(4.30b) – nach Transformation der mathematischen Koordinaten $\check{\sigma}^{\lambda\mu}$ in die physikalischen Koordinaten $\sigma^{\lambda\mu}$ gemäß [256]

$$\sigma^{\lambda\mu} = \check{\sigma}^{\lambda\mu} \sqrt{g^{(\lambda\lambda)} g^{(\mu\mu)}} \quad (4.35a)$$

$$\sigma_{\lambda\mu} = \check{\sigma}_{\lambda\mu} \sqrt{g^{(\lambda\lambda)} g^{(\mu\mu)}} \quad (4.35b)$$

in folgender Form angegeben [256]:

$$\sigma^{rr}_{,r} + \sigma^{zr}_{,z} + \frac{1}{r} (\sigma^{\varphi r}_{,\varphi} + \sigma^{rr} - \sigma^{\varphi\varphi}) + f^r = 0 \quad (4.36a)$$

$$\sigma^{r\varphi}_{,r} + \sigma^{z\varphi}_{,z} + \frac{1}{r} (\sigma^{\varphi\varphi}_{,\varphi} + 2\sigma^{r\varphi}) + f^{\varphi} = 0 \quad (4.36b)$$

$$\sigma^{rz}_{,r} + \sigma^{zz}_{,z} + \frac{1}{r} (\sigma^{\varphi z}_{,\varphi} + \sigma^{rz}) + f^z = 0 \quad (4.36c)$$

4.4.3.4 Modellbeschreibung

Entsprechend der ASB Prozesssymmetrie wurde ein langer zylindrischer Körper kreisförmigem Querschnitts (Länge L , Außendurchmesser (Ti) $2r_a$) betrachtet, welcher entsprechend der Darstellung in **Abschnitt 3.1.1.1** aus einem inneren Kern- und einem äußeren Hülsenmaterial (Innendurchmesser der inneren Phase (Al) $2r_m$) besteht. Ausgedrückt in Zylinderkoordinaten wird diesem Sachverhalt durch den räumlichen Bereich $\bar{D}_{r_a,L} := [0, r_a] \times [0, L]$ mit den Eigenschaften

$$0 \leq r \leq r_m \quad : \quad \text{Al} \quad (4.37a)$$

$$r_m < r \leq r_a \quad : \quad \text{Ti} \quad (4.37b)$$

Rechnung getragen.

Desweiteren wurde die plastische Verformung (gedanklich) in eine homogene und eine inhomogene Teilverformung zerlegt, wonach nur letztere einen Spannungsbeitrag liefert. Dieser Überlegung folgend, lassen sich der entstehende Referenzpunkt (zwischen den beiden Teilverformungen) sowie die Temperaturdifferenz ΔT der jeweils in beiden Materialphasen entstehenden Umformtemperaturen als Simulationsparameter betrachten, welche zur Anpassung an die experimentell beobachteten Daten variiert werden können. Die folglich in der Simulation verwendeten Parameter umfassen somit (i) die entsprechend des Referenzpunktes resultierenden Werte für ε^{pl} , r_m , r_a und ΔT , sowie (ii) die Vorgabe der jeweiligen materialspezifischen Werte K , G und α^{th} beider Phasen (Al, Ti), z.B. anhand von Literaturwerten (vgl. **Tabelle 4.6**). Insofern kann wegen (4.23) und aufgrund der

Tabelle 4.6: Verwendete Materialkonstanten zur Spannungssimulation; u.A. nach [17, 19, 207, 262]

Größe	Al	Ti
K	72.9 GPa	109.4 GPa
G	26.1 GPa	39.2 GPa
α^{th}	$23.1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$8.6 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

Differenzbetrachtung des Modells im Falle kleiner Differenzen eine linear-elastisch Näherung(slösung) gesucht werden. Das dazu formulierte (mathematische) Problem wird im Folgenden beschrieben.

4.4.3.5 Symmetrieansätze für den Verschiebungsvektor in Zylinderkoordinaten

Unter Verwendung von (4.32) führt die Implementation von (4.22) in (4.36a)–(4.36c) zu dem in **Abschnitt 4.4.3.1** angesprochenen reduzierten PDE-System für den Vektor $\vec{u}(r, \varphi, z)$ gemäß (4.26) als spezielle Form von (4.25). Hinsichtlich dessen (analytischer) Lösbarkeit können entsprechende Symmetrieannahmen getroffen werden.

4.4.3.5.1 Übersicht zu einer Auswahl von Symmetrieansätzen

Wie eine kurze Betrachtung ergibt, führt beispielsweise eine Torsion des zylindrischen Stabes als reine Scherung zu keinem volumetrischen Spannungsbeitrag (sondern zu rein deviatorischen Termen, also Scherspannungen). Um für die beobachteten Normalspannungen Erklärungsansätze zu gewinnen, müssen also weitere Verformungsmodi berücksichtigt werden. Dazu können gewisse Symmetrieeigenschaften für $\vec{u}(r, \varphi, z)$ betrachtet und das o.g. entstehende BVP gelöst werden. **Tabelle 4.7** gibt eine Übersicht über eine Auswahl der, im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Symmetrieansätze für $\vec{u}(r, \varphi, z)$ inkl. der entsprechenden, im Folgenden referenzierten Bezeichnungen.

4.4.3.5.2 Zum Lösungsschema

Das Lösungsschema kann dann wie folgt beschrieben werden:

Tabelle 4.7: Übersicht zu einer Auswahl betrachteter Symmetrieansätze für $\vec{u}(r, \varphi, z)$

Bezeichnung	$\vec{u}(r, \varphi, z)$
1K	$\begin{pmatrix} u_r(r, \varphi, z) \\ u_\varphi(r, \varphi, z) \\ u_z(r, \varphi, z) \end{pmatrix}$
2K	$\begin{pmatrix} u_r(r) \\ 0 \\ u_z(z) \end{pmatrix}$
3K	$\begin{pmatrix} u_r(r) \\ u_\varphi(r) \\ u_z(z) \end{pmatrix}$
4K	$\begin{pmatrix} u_r(r) \\ u_\varphi(\varphi) \\ u_z(z) \end{pmatrix}$
5K	$\begin{pmatrix} u_r(r) \\ u_\varphi(r, z) \\ u_z(z) \end{pmatrix}$
6K	$\begin{pmatrix} u_r(r) \\ u_\varphi(r) \\ u_z(r, z) \end{pmatrix}$
7K	$\begin{pmatrix} u_r(r) \\ u_\varphi(z) \\ u_z(z) \end{pmatrix}$
8K	$\begin{pmatrix} u_r(r) \\ u_\varphi(r, z) \\ u_z(r, z) \end{pmatrix}$
9K	$\begin{pmatrix} u_r(r, z) \\ u_\varphi(r, z) \\ u_z(r, z) \end{pmatrix}$

1. Erhalt des o.g. entstehenden reduzierten PDE-Systems für den Verschiebungsvektor \vec{u} durch Implementierung des gewählten Symmetrieansatzes für \vec{u}
2. Bestimmung der (allgemeinen) Lösung dieses Systems für \vec{u}
3. Rückrechnung der entsprechenden (allgemeinen) Lösung für $\sigma(\vec{u})$ anhand der o.g. Relationen
4. Bestimmung der (speziellen) Lösung $\sigma(\vec{u})$ durch Explizieren der Freiheitsgrade der (allgemeinen) Lösung $\sigma(\vec{u})$ durch Anwendung der geltenden Randbedingungen des Problems

Zu den in Schritt 4 genannten Randbedingungen gehören z.B. die Stetigkeit des Verschiebungsvektors \vec{u} (keine Risse) sowie des Spannungsvektors \vec{t} (mechanisches Gleichgewicht),

insbesondere an den Grenzflächen des Kompositmaterials. Weiterhin werden darunter Forderungen wie die Beschränktheit ($< \infty$) der Lösung, makroskopische Spannungsfreiheit (vgl. **Abschnitt 4.3.2.3.3**) sowie Spannungsfreiheit an den Werkstoffoberflächen verstanden.

4.4.3.6 Analytische Lösungen ausgewählter Ansätze

Während der Ansatz 1K zu einem, nicht allgemein lösbaren BVP führt, kann beispielsweise das Problem 2K analytisch gelöst werden. Für diesen Fall entspricht \vec{u} einem gemäß

$$\text{rot } \vec{u} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{u} = \vec{0} \quad (4.38)$$

sog. konservativen (rotationsfreien) Vektorfeld. Exemplarisch soll in **Abschnitt 4.4.3.6.1** das entsprechende, in **Abschnitt 4.4.3.5.2** allgemein beschriebene Lösungsverfahren für den 2K Ansatz ausführlicher dargelegt werden.

Die übrigen untersuchten Ansätze in **Tabelle 4.7** entsprechen gemäß ihrer i.A. Nichterfüllung von (4.38) sog. nicht-konservativen Symmetrieansätzen. Nichtsdestotrotz erfüllen (auch) sie konstruktionsgemäß die sog. Kompatibilitätsbedingungen [72]

$$\text{Ink } \varepsilon := -\text{rot rot } \varepsilon \equiv \vec{\nabla} \times \varepsilon \times \vec{\nabla} = \mathbf{0} \quad (4.39)$$

an den Dehnungstensor ε , welche in (4.39) über dessen sog. Inkompatibilitätstensor formuliert werden können und die Existenz eines kompatiblen Verschiebungs(vektor)feldes \vec{u} sichern (Satz von De St. Venant, Beltrami). Insbesondere ist (4.39) für 9K-artige Ansätze (**Tabelle 4.7**) erfüllt.

Die Untersuchungen für die Ansätze 3K und 4K lieferten keine neuen (nicht schon auf 2K zurückführbare) Lösungen, während für die Ansätze 5K und 6K zunächst Lösungen für die entstehenden inhomogenen linearen elliptischen³³ PDE 2. Ordnung gefunden werden mussten. Diese sind in [9, 180, 181] hergeleitet worden. Exemplarisch werden in **Abschnitt 4.4.3.6.3** Details hierzu gegeben. Die weiteren Ansätze 7K und 8K sowie der allgemein rotationssymmetrische Ansatz 9K können entsprechend auf die Lösungen für 2K, 5K und 6K zurückgeführt werden. Dies soll in **Abschnitt 4.4.3.6.2** anhand von 9K kurz erläutert werden.

4.4.3.6.1 Lösung für 2K

4.4.3.6.1.1 Allgemeine Lösung \vec{u} für 2K

Die Symmetrieannahme 2K für \vec{u} nach **Tabelle 4.7** gemäß

$$\vec{u}(r, z) \stackrel{!}{=} u_r(r) \vec{e}_r + u_z(z) \vec{e}_z, \quad (4.40)$$

³³zur Natur der Lösung, Klassifikation, etc. s. z.B. [245, 263]

überführt das o.g. reduzierte PDE-System (im Falle der Abwesenheit externer Kräfte) in die Form von

$$0 = \left(K + \frac{4}{3} G \right) [r^2 u_r'' + r u_r' - u_r] - 2 G r (\varepsilon_{rr}^{\text{pl}} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}}), \quad (4.41a)$$

$$0 = -4 G \varepsilon_{r\varphi}^{\text{pl}}, \quad (4.41b)$$

$$0 = \left(K + \frac{4}{3} G \right) r \ddot{u}_z - 2 G \varepsilon_{rz}^{\text{pl}}, \quad (4.41c)$$

wobei die symbolischen Abkürzungen $(\cdot)' := \frac{\partial}{\partial r}(\cdot)$ und $(\dot{\cdot}) := \frac{\partial}{\partial z}(\cdot)$ für die entsprechenden o.g. partiellen Differentialterme benutzt wurden. Dieser Betrachtungsfall entspricht jenem einer ebenen Deformation [68]. Während (4.41a) bzw. (4.41c) jeweils eine (inhomogene) gewöhnliche Differentialgleichung (*ordinary differential equation* (ODE)) darstellen (mit (4.41a) als einer inhomogenen EULERSchen Differentialgleichung [255]), ist (4.41b) eine gewöhnliche algebraische Gleichung, woraus sich direkt die Forderung $\varepsilon_{r\varphi}^{\text{pl}} \stackrel{!}{=} 0$ ergibt. Das entsprechende Lösungssystem lautet

$$u_r(r) = \bar{a} r + \frac{\bar{b}}{r} + \frac{3 G}{3 K + 4 G} (\varepsilon_{rr}^{\text{pl}} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}}) r \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad (4.42a)$$

$$u_\varphi = 0, \quad (4.42b)$$

$$u_z(z) = \bar{c} z + \bar{d}, \quad (4.42c)$$

mit den vier Freiheitsgraden $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d} \in \mathbb{R}^1$ und dem Wert $r_0 \in \mathbb{R}^1$, welcher als reiner Dimensionsparameter fungiert und dessen Maßzahl o.B.d.A. auf 1 gesetzt werden kann. Die Freiheitsgrade müssen, wie weiter unten aufgeführt, noch über die in **Abschnitt 4.4.3.5.2** angesprochenen Randbedingungen für das konkrete Problem festgelegt werden. Desweiteren folgt noch aus (4.41c) $\varepsilon_{rz}^{\text{pl}} \stackrel{!}{=} 0$, sowie o.B.d.A. aus (4.42c) $\bar{d} = 0$.

4.4.3.6.1.2 Allgemeine Lösung $\sigma(\vec{u})$ für 2K

Wird nun die in **Abschnitt 4.4.3.6.1.1** erhaltene (allgemeine) Lösung \vec{u} unter Verwendung von (4.32) und (4.22) in die Form $\sigma(\vec{u})$ ruckgeführt, ergibt sich als allgemeine Lösung

$$\sigma_{rr}(r) = \bar{a} - \frac{\bar{b}}{r^2} - G (\varepsilon_{rr}^{\text{pl}} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}}) + \frac{2G(3K+G)}{3K+4G} (\varepsilon_{rr}^{\text{pl}} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}}) \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \quad (4.43a)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi\varphi}(r) = \bar{a} + \frac{\bar{b}}{r^2} + \frac{G(3K-2G)}{3K+4G} \varepsilon_{rr}^{\text{pl}} - \frac{3G(3K+2G)}{3K+4G} \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}} \\ + \frac{2G(3K+G)}{3K+4G} (\varepsilon_{rr}^{\text{pl}} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}}) \ln\left(\frac{r}{r_0}\right), \end{aligned} \quad (4.43b)$$

$$\sigma_{zz}(r) = \bar{c} - 2G \varepsilon_{zz}^{\text{pl}} + \frac{G(3K-2G)}{3K+4G} (\varepsilon_{rr}^{\text{pl}} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}}) \left(1 + 2 \ln\left(\frac{r}{r_0}\right)\right), \quad (4.43c)$$

$$\sigma_{r\varphi} = 0, \quad (4.43d)$$

$$\sigma_{rz} = 0, \quad (4.43e)$$

$$\sigma_{\varphi z} = -2G \varepsilon_{\varphi z}^{\text{pl}}, \quad (4.43f)$$

mit den drei Freiheitsgraden $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \in \mathbb{R}^1$, die sich durch geschicktes Zusammenfassen als Linearkombination der in **Abschnitt 4.4.3.6.1.1** erhaltenen Größen $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ sowie der vorgegeben materialspezifischen Größen K, G, α^{th} und ΔT (vgl. **Abschnitt 4.4.3.4**) ergeben (also insbesondere keine neue Information liefern). Für $\varepsilon^{\text{pl}} = \mathbf{0}$ ist diese allgemeine Lösung mit der in [264] angegebenen identisch.

4.4.3.6.1.3 Spezielle Lösung $\sigma(\vec{u})$ für 2K

Die (zur in **Abschnitt 4.4.3.6.1.2** hergeleiteten allgemeinen Lösung zugehörige) spezielle Lösung $\sigma(\vec{u})$ wird anhand der Berechnung der o.g. Freiheitsgrade für die, das konkrete Problem betreffenden Randbedingungen bestimmt. Im hiesigen Fall der entsprechend im **Abschnitt 4.4.3.4** beschriebenen Komposition zweier Materialien (Al, Ti) ergibt sich ein Set von 12 (bisher) unbekanntem Parametern $\{\bar{a}^{\text{Al}}, \bar{b}^{\text{Al}}, \bar{c}^{\text{Al}}, \bar{a}^{\text{Ti}}, \bar{b}^{\text{Ti}}, \bar{c}^{\text{Ti}}; \bar{a}^{\text{Al}}, \bar{b}^{\text{Al}}, \bar{c}^{\text{Al}}; \bar{a}^{\text{Ti}}, \bar{b}^{\text{Ti}}, \bar{c}^{\text{Ti}}\}$, von denen, wie bereits besprochen, nur 6 l.u. sind. Insofern sind 6 l.u. Gleichungen zur eindeutigen Lösung des Problems notwendig.

Diese Gleichungen können aus den folgenden, in **Abschnitt 4.4.3.5.2** formulierten Randbedingungen erhalten werden:

- (i) Stetigkeit des Verschiebungsvektors \vec{u} sowie des Spannungsvektors \vec{t} an der Phasengrenz(fläch)e des Kompositmaterials bei $r = r_m$ nach (4.37a) bzw. (4.37b)
- (ii) Beschränktheit ($< \infty$) der Lösung $\vec{u}, \forall [r, z] \in \bar{D}_{r_a, L}$
- (iii) Spannungsfreiheit an der Ti Manteloberfläche bei $r = r_a$
- (iv) makroskopische Spannungsfreiheit

Daraus folgen die Beziehungen

$$\sigma_{rr}^{\text{Al}}(r = r_m) \stackrel{\text{(i)}}{=} \sigma_{rr}^{\text{Ti}}(r = r_m), \quad (4.44a)$$

$$u_r^{\text{Al}}(r = r_m) \stackrel{\text{(i)}}{=} u_r^{\text{Ti}}(r = r_m), \quad (4.44b)$$

$$\bar{c}^{\text{Al}} \stackrel{\text{(i)}}{=} \bar{c}^{\text{Ti}}, \quad (4.44c)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0^+} u_r^{\text{Al}}(r) \stackrel{\text{(ii)}}{<} \infty, \quad (4.44d)$$

$$\sigma_{rr}^{\text{Ti}}(r = r_a) \stackrel{\text{(iii)}}{=} 0, \quad (4.44e)$$

$$\int_{r=0}^{r_a} \sigma_{zz}(r) r \, dr \stackrel{\text{(iv)}}{=} 0, \quad (4.44f)$$

so dass ein eindeutig lösbares, lineares Gleichungssystem mit 6 l.u. Gleichungen für die o.g. 6 l.u. Parametern entsteht.

4.4.3.6.1.4 Numerisches Beispiel für die spezielle Lösung $\sigma(\vec{u})$ für 2K

Zur Lösung des linearen Gleichungssystems und entsprechenden Variation der Fit-Parameter wurden u.A. Programme in Maple³⁴ entwickelt. **Abbildung 4.46** zeigt exemplarisch ein Ergebnis dieser Untersuchungen.

In Hinblick auf die in **Abschnitt 4.3.2.3.2** angeführten experimentellen Ergebnisse zeigen sich mehr oder weniger deutliche Unterschiede zur Simulation. So sind beispielsweise die Beträge der Al Totalphasenspannungen σ_{rr}^{Al} und $\sigma_{\varphi\varphi}^{\text{Al}}$ nahezu identisch, wobei der Vorzeichenunterschied zwischen den experimentellen und gerechneten Werten aufgrund der geringen Größenordnung und Streubreite der experimentellen Werte zu vernachlässigen ist. Im Falle von σ_{zz}^{Al} gibt es allerdings sowohl im Absolutbetrag als auch im Vorzeichen der Ergebnisse reale Unterschiede: Die experimentellen Druckeigen Spannungswerte haben deutlich höhere Beträge als die geringen simulierten Zugeigen Spannungswerte. Wie in **Abschnitt 4.3.2.3.2** bemerkt, kann dies allerdings ggf. den Problemen der Messung zugeordnet werden. Weiterhin kann die Simulation die im Experiment beobachtete, ungefähre Übereinstimmung der Werte von σ_{rr}^{Al} und $\sigma_{\varphi\varphi}^{\text{Al}}$ korrekt abbilden.

Im Falle der Ti Totalphasenspannungen werden experimentell Spannungen deutlich höherer Beträge (außer für den Fall der σ_{zz}^{Ti} Werte) und unterschiedlicher Vorzeichen (außer für den Fall der σ_{rr}^{Ti} Werte) als in der Simulation beobachtet.

Nichtsdestotrotz liegen Differenzen zwischen den experimentellen und rechnerischen Werten vor, welche sowohl messungs- als auch rechnungsseitige Ursachen haben können. Demnach gibt es die größeren Diskrepanzen für den Vergleich der Ti Totalphasenspannungen zwischen Experiment und Simulation, wobei Erstere aus bereits in **Abschnitt 4.3.2.3** diskutierten Gründen angezweifelt werden dürfen. Zum Einen unterliegen z.B. die experimentellen Ti Daten einer bereits diskutierten starken Streuung. Insofern kann der in **Abschnitt 4.3.2.3.2** vermutete Ti Spannungsgradient selbst bei dessen adäquater Wiedergabe durch die Simulation empirisch schlecht überprüft werden. Zum Anderen ist das o.g. Modell aufgrund seines einfachen Symmetrieansatzes für \vec{u} begrenzt in der realen

³⁴von Waterloo Maple Inc. entwickeltes Computeralgebrasystem (CAS); für Anwendungen vgl. z.B. [265]

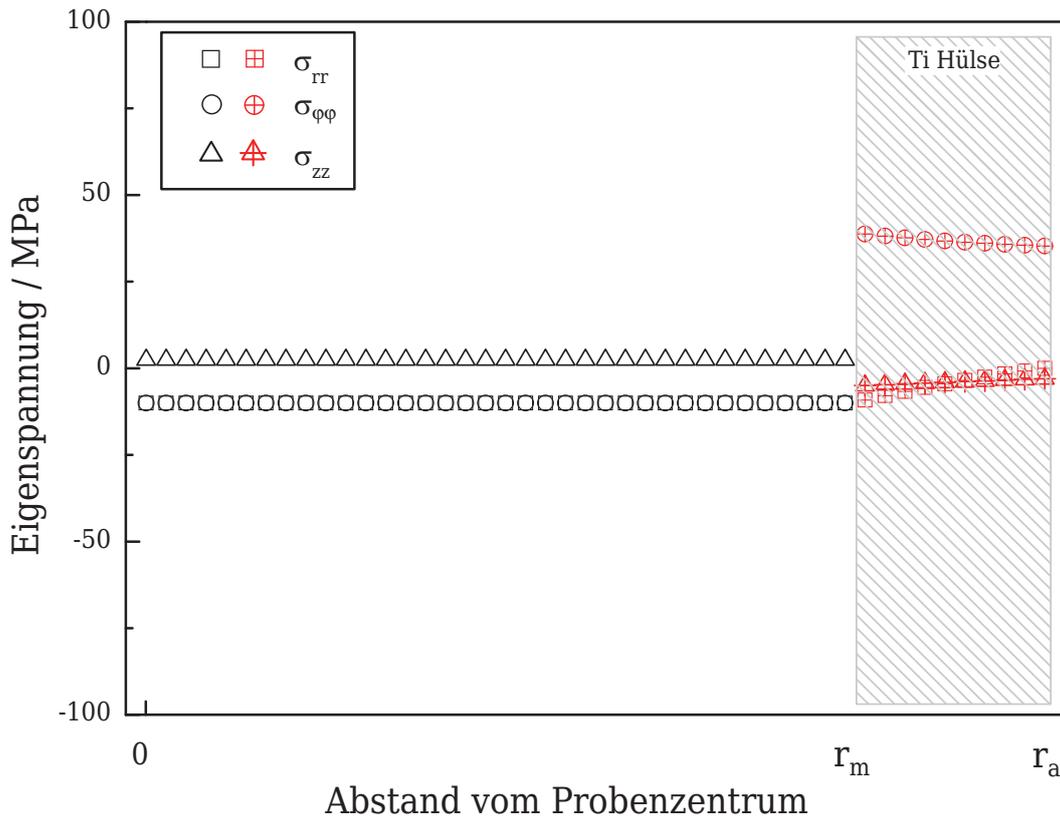


Abbildung 4.46: Ergebnis $\sigma(\vec{u})$ der Spannungssimulation für Symmetrieansatz 2K

Aussagekraft. Für diesen einfachen Ansatz entstehen allerdings bereits gute Übereinstimmungen mit den experimentellen Daten; vor Allem für die Al Phase, deren deutlich höhere experimentelle Ergebnisqualität auf realistischere Werte hinweist (**Abschnitt 4.3.2.3**). Zur weiteren Verbesserung des Modells, insbesondere zur Prognose eines (mit der bereits geführten Argumentation) plausiblen Ti Spannungsgradienten, wurde im Folgenden versucht, die Lösung für allgemeinere, komplexere Ansätze für \vec{u} zu bestimmen.

4.4.3.6.2 Allgemeine Rotationssymmetrie: Zur allgemeinen Lösung \vec{u} für 9K

Die aufgrund der Symmetrie des Problems (näherungsweise geltende Rotationssymmetrie des ASB Prozesses) vernünftige Annahme allgemeiner Rotationssymmetrie für \vec{u} gemäß 9K in **Tabelle 4.7**, d.h. die Forderung

$$\vec{u}(r, z) \stackrel{!}{=} u_r(r, z) \vec{e}_r + u_\varphi(r, z) \vec{e}_\varphi + u_z(r, z) \vec{e}_z, \tag{4.45}$$

überführt das entsprechende PDE-System in die Form:

$$0 = r^2 u_r'' + r u_r' - u_r + \frac{3G}{3K+4G} r^2 \ddot{u}_r + \frac{3K+G}{3K+4G} r^2 \dot{u}'_z - \frac{6G}{3K+4G} (\varepsilon_{rr}^{\text{pl}} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^{\text{pl}}) r \quad (4.46a)$$

$$0 = r^2 u_\varphi'' + r u_\varphi' - u_\varphi + r^2 \ddot{u}_\varphi - 4 \varepsilon_{r\varphi}^{\text{pl}} r \quad (4.46b)$$

$$0 = G r u_z'' + G u_z' + \left(K + \frac{4}{3}G\right) r \ddot{u}_z + \left(K + \frac{G}{3}\right) [\dot{u}_r + r \dot{u}'_r] - 2G \varepsilon_{rz}^{\text{pl}} \quad (4.46c)$$

Dieses gekoppelte, lineare PDE-System 2. Ordnung für die unbekanntenen Komponenten von \vec{u} kann iterativ (numerisch) im folgenden Sinne bzgl. $u_r(r, z)$ und $u_z(r, z)$ (denn $u_\varphi(r, z)$ ist entkoppelt aus (4.46b) zu bestimmen) gelöst werden:

4

1. Bestimmung einer (Näherungs-)Lösung $u_r(r, z)$ von (4.46a) anhand eines Anfangswertes für $\dot{u}'_z(r, z)$.
2. Bestimmung der Lösung $u_z(r, z)$ von (4.46c) unter Verwendung der vorher erhaltenen Lösung $u_r(r, z)$.
3. Bestimmung der (genaueren) Lösung $u_r(r, z)$ von (4.46a) unter Verwendung der vorher erhaltenen Lösung $u_z(r, z)$.
4. Wiederholung Schritt 2 \rightarrow Schritt 3 \rightarrow Schritt 2 \rightarrow ... (bis vorgegebenes Abbruchkriterium erfüllt ist).

Für obigen Algorithmus ist das Finden eines (günstigen) Anfangswertes für $\dot{u}'_z(r, z)$ wichtig, welches durch die Bestimmung der analytischen Lösung $u_z(r, z)$ von (4.46c) bei (zunächst) vernachlässigter z -Abhängigkeit für $u_r(r, z)$, d.h. $u_r \stackrel{!}{=} u_r(r)$, möglich ist. Insofern ist die Untersuchung der Lösung der, unter dieser Herangehensweise folgenden inhomogenen linearen elliptischen PDE 2. Ordnung

$$0 = G r u_z''(r, z) + G u_z'(r, z) + \left(K + \frac{4}{3}G\right) r \ddot{u}_z(r, z) - 2G \varepsilon_{rz}^{\text{pl}} \quad (4.47)$$

interessant. Das entsprechende BVP entsteht nun gemäß **Abschnitt 4.4.3.1** aus (4.47) und der Verwendung eines gegebenen Sets von BC.

4.4.3.6.3 Lösung $u_z(r, z)$ für 6K

4.4.3.6.3.1 Analytische Methode

Ausgehend von (4.47), wird in [9] die analytische Lösung für das folgende inhomogene BVP (iBVP) hergeleitet: Die inhomogene lineare elliptische PDE 2. Ordnung

$\forall(r, z) \in D_{r_a, L} := (0, r_a) \times (0, L)$

$$G r u_z''(r, z) + G u_z'(r, z) + \left(K + \frac{4}{3}G\right) r \ddot{u}_z(r, z) = 2G \varepsilon_{rz}^{\text{pl}} \quad (4.48)$$



für die reellwertige Lösung $u_z: \overline{D}_{r_a, L} \rightarrow \mathbb{R}^1$ mit den gegebenen reellwertigen Parametern $r_a, L > 0$, sowie dem Set der zugehörigen inhomogenen BC (iBC) in Form von den DIRICHLETSchen BC [9]

$$u_z(r_a, z) \stackrel{!}{=} \Phi_1(z), \quad \forall z \in (0, L) \quad (4.49)$$

$$u_z(r, 0) \stackrel{!}{=} \Psi_0(r), \quad \forall r \in [0, r_a] \quad (4.50)$$

$$u_z(r, L) \stackrel{!}{=} \Psi_1(r), \quad \forall r \in [0, r_a] \quad (4.51)$$

mit gegebenen reellwertigen Funktionen Φ_1, Ψ_0 und Ψ_1 . Die Lösung in [9] wird insbesondere in Hinblick auf Letztere allgemein mit Hilfe der FOURIERmethode, welche auf der Separabilität der Lösung $u_z(r, z)$ gemäß [245, 263, 266]

$$u_z(r, z) \stackrel{!}{=} R(r) \cdot Z(z), \quad \forall (r, z) \in \overline{D}_{r_a, L} \quad (4.52)$$

in zwei reellwertige Funktionen $R: [0, r_a] \rightarrow \mathbb{R}^1$ und $Z: [0, L] \rightarrow \mathbb{R}^1$ basiert, hergeleitet und am Beispiel linearer iBC illustriert (vgl. **Abschnitt 4.4.3.6.3.2**). Dadurch erhält der Anwender bei Verwendung benutzer-definierter Funktionen Φ_1, Ψ_0 und Ψ_1 eine entsprechende, methodisch-bedingt aus der Superposition der Partiaillösungen $u_{z,I}(r, z), u_{z,II}(r, z)$ und $u_{z,III}(r, z)$ bestehende (Gesamt-)Lösung des iBVP gemäß [9]

$$u_z(r, z) = \sum_{i=I}^{III} u_{z,i}(r, z), \quad \forall (r, z) \in \overline{D}_{r_a, L} \quad (4.53)$$

für z.B. benutzer-definierte Fallstudien.

Desweiteren kann im Fall linearer iBC eine modifizierte, (im Sinne der FOURIERmethode) analytisch identische Lösung $\check{u}_z(r, z)$ der mittels o.g. Methode erhaltenen Lösung $\hat{u}_z(r, z)$ gegenübergestellt werden, wobei Erstere im Vergleich numerische Vorteile (beispielsweise die Reduzierung des GIBBS-WILBRAHAM Phänomens [267–270]) aufweist (vgl. **Abschnitt 4.4.3.6.3.2**). Die dafür notwendige Abspaltung einer geeigneten (den iBC angepassten) bilinearen Funktion $\check{u}_{z,b}(r, z)$ erfolgt $\forall (r, z) \in \overline{D}_{r_a, L}$ durch

$$\check{u}_z(r, z) := \check{u}_{z,b}(r, z) + \tilde{u}_z(r, z) \quad \text{mit} \quad \check{u}_{z,b}(r, z) := \frac{1}{r_a} \left[\hat{\Psi}_{1a} r + \hat{\Psi}_{10} (r_a - r) \right] \frac{z}{L}, \quad (4.54)$$

wobei $\hat{\Psi}_{1a}$ bzw. $\hat{\Psi}_{10}$ den (messbaren) Anstieg bzw. Ordinatenabschnitt der linearen Funktion $\Psi_1(r)$ bezeichnen [9].

4.4.3.6.3.2 Visualisierung der Ergebnisse

Die unten angegebenen Berechnungen und Visualisierungen wurden mit Hilfe von Maple für eine exemplarische Wahl der folgenden Parameter umgesetzt [9]:

- $L = 350(\text{mm}), r_a = 11(\text{mm}), K = 73(\text{GPa})$ und $G = 26(\text{GPa})$ (vgl. **Tabelle 4.6**)
sowie $\hat{\Phi}_{10} = 0, \hat{\Phi}_{1L} = 2, \hat{\Psi}_{10} = 3, \hat{\Psi}_{1a} = \hat{\Phi}_{1L}, \varepsilon_{rz}^{\text{pl}} = 0.1^{35}$

³⁵Dabei bezeichnen die Größen $\hat{\Phi}_{1L}, \hat{\Phi}_{10}, \hat{\Psi}_{1a}$ und $\hat{\Psi}_{10}$ die entsprechend, ggf. durch Messungen abschätzbaren Parameter der linearen BC.

- (falls nicht anders angegeben:) Berechnungen mit einer Präzision von 10 Nachkommastellen ($Digits = 10$)
- (falls nicht anders angegeben:) Reihenapproximation durch die ersten 50 Summanden

Abbildung 4.47 illustriert den Vorteil der modifizierten Lösung $\check{u}_z(r, z)$ im Vergleich zu $\hat{u}_z(r, z)$, trotz der analytischen Äquivalenz beider Lösungen im Sinne der FOURIERMethode.

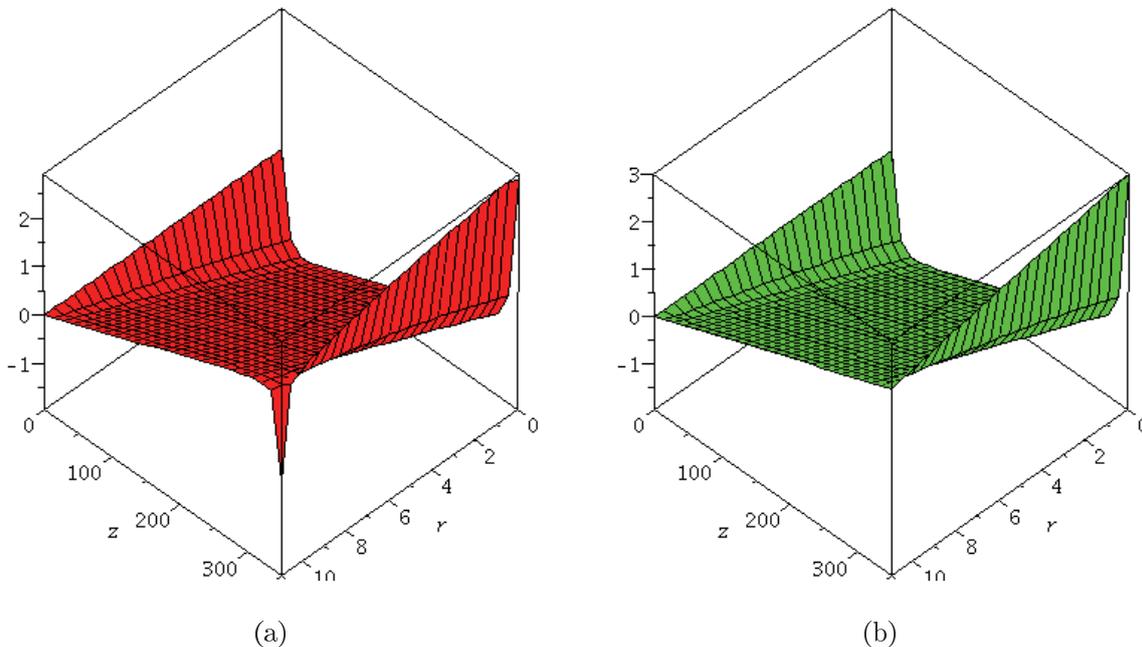


Abbildung 4.47: Gesamtlösungen (a) $\hat{u}_z(r, z)$ und (b) $\check{u}_z(r, z)$ [9]

Weiterhin können bei nicht hinreichend genauer Berechnung numerische Instabilitäten in der Summation für die modifizierte Lösung $\check{u}_z(r, z)$ entstehen wie **Abbildung 4.48** für unterschiedliche Präzisionsstufen aufzeigt.

Die **Abbildungen 4.49–4.52** stellen die Partillösungen $\hat{u}_{z,I}$, $\hat{u}_{z,II}$ und $u_{z,III}$ der (Gesamt-)lösung $\hat{u}_z(r, z)$ bei Verwendung von 50 Summanden in der Reihenapproximation dar. Zusätzlich ist die entsprechende Variation der Lösung durch die nächsten 150 Summanden angegeben.

Dass unpräzise Berechnungen zu numerischen Instabilitäten in der Summation führen können, die – interessanterweise – einen größeren Effekt bei $r = r_a$, d.h. an einem Randpunkt mit gegebener BC, als bei $r = 0$ haben, zeigt **Abbildung 4.52**.

Die, in (4.54) eingeführten Partillösungen von $\check{u}_z(r, z)$ sind in **Abbildung 4.53** aufgetragen.

Für den zusätzlichen Term $\tilde{u}_z - u_{z,III}$ stellt **Abbildung 4.54** die Variation der Genauigkeit der Berechnungen für die nächsten 50 bzw. 150 Summanden dar. Hier werden wiederum die o.g. Beobachtungen numerischer Instabilitäten im Falle ungenügend präziser Kalkulationen für die Partillösung $\tilde{u}_z - u_{z,III}$ von $\check{u}_z(r, z)$ gemacht.

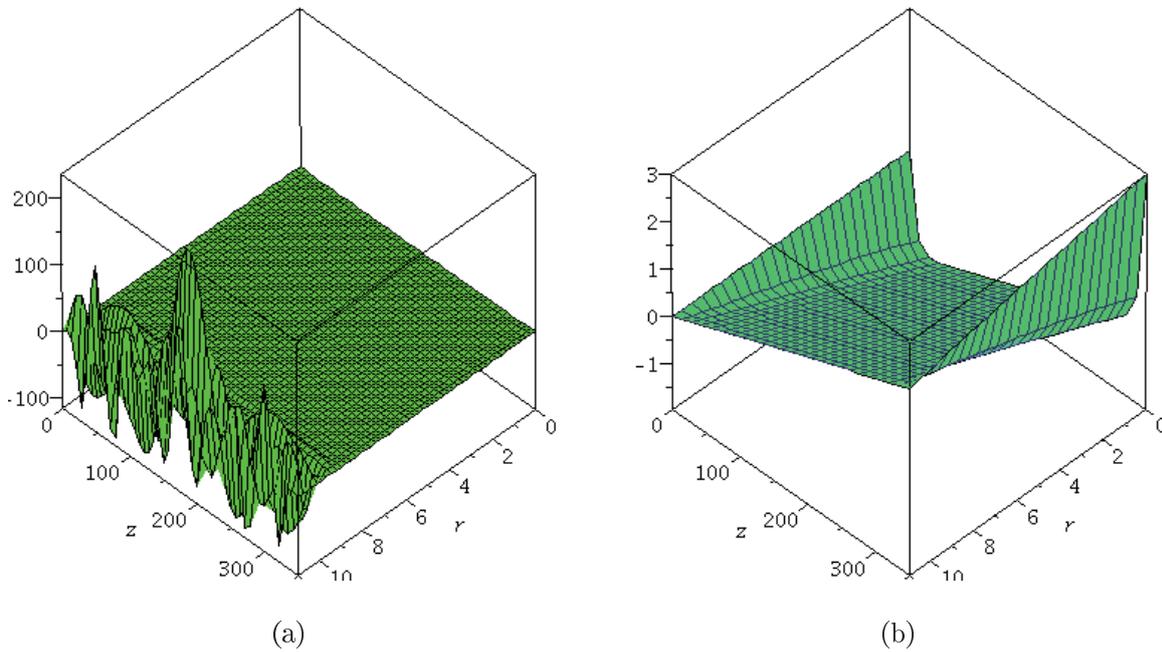


Abbildung 4.48: Modifizierte Lösung $\check{u}_z(r, z)$ bei Verwendung von 100 Summanden in der Reihenapproximation, jedoch unterschiedlicher Präzision (Stellengenauigkeit) in der Berechnung: (a) *Digits* = 10, (b) *Digits* = 20 [9]

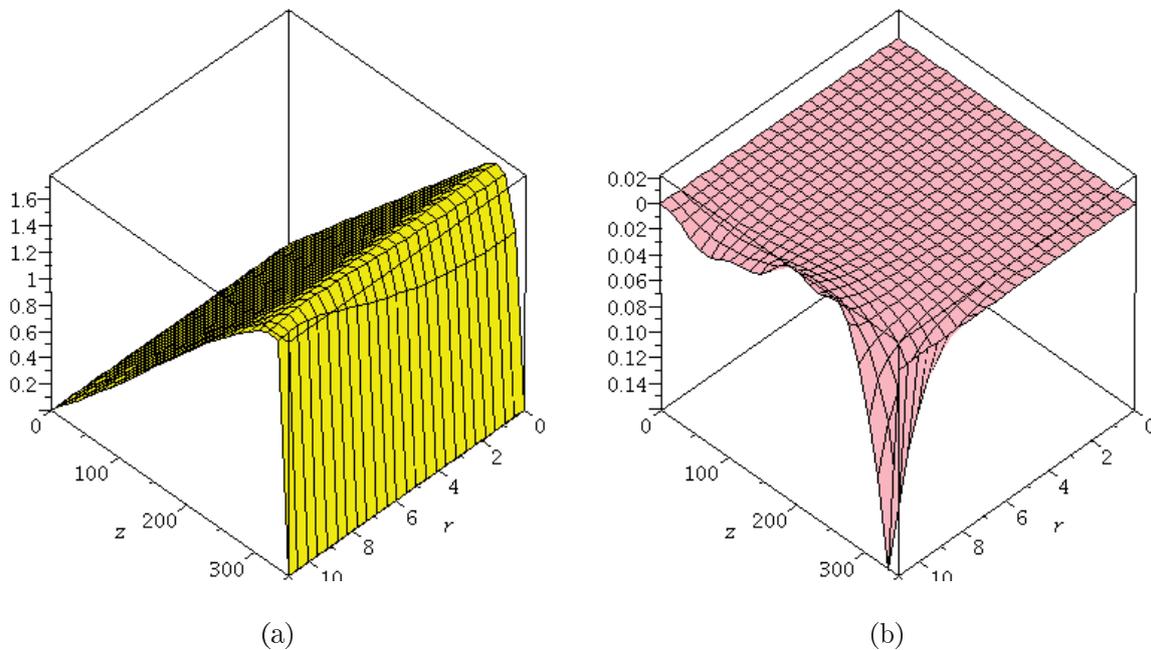
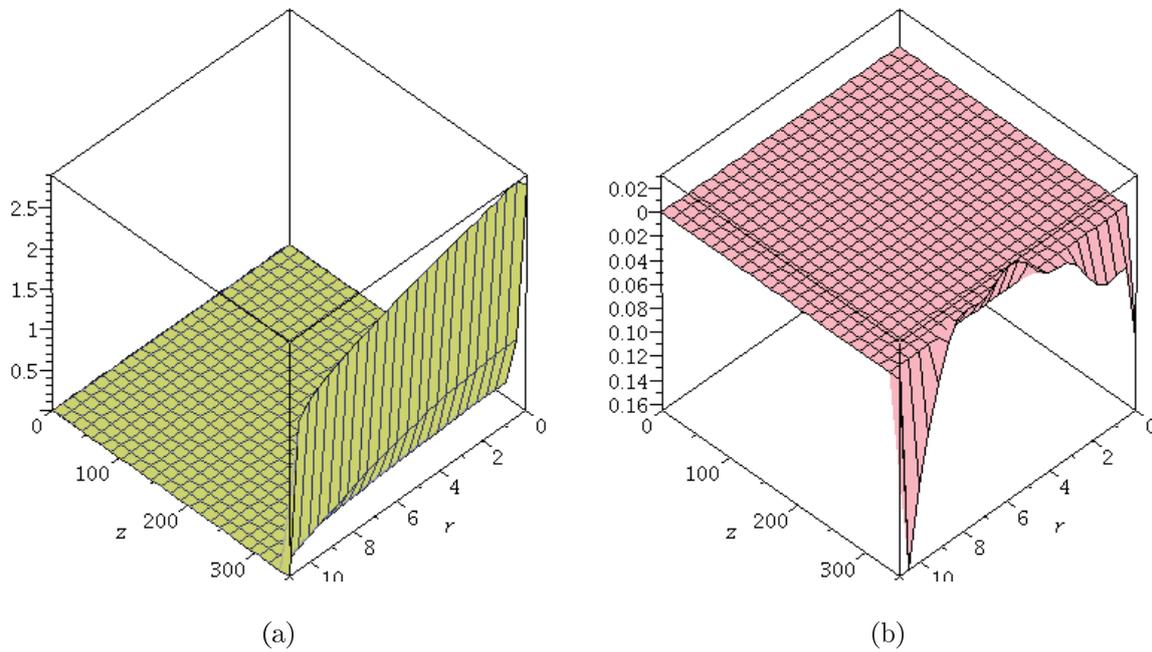


Abbildung 4.49: Partiaillösung $\hat{u}_{z,I}$: (a) Reihenapproximation mit 50 Summanden, (b) Variation der nächsten 150 Summanden



4

Abbildung 4.50: Partiaillösung $\hat{u}_{z,II}$: (a) Reihenapproximation mit 50 Summanden, (b) Variation der nächsten 150 Summanden

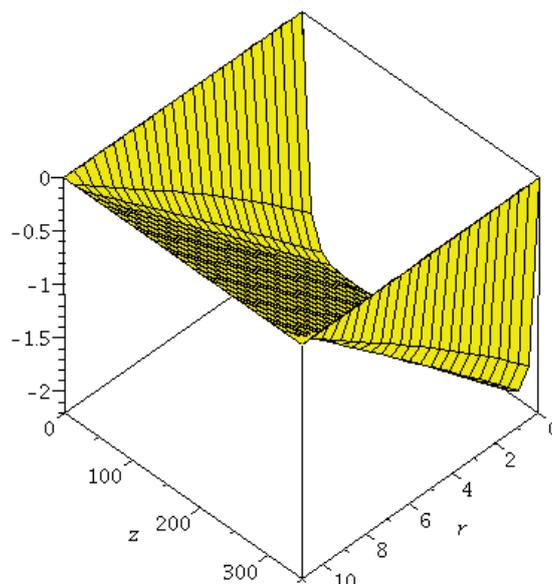


Abbildung 4.51: Partiaillösung $u_{z,III}$

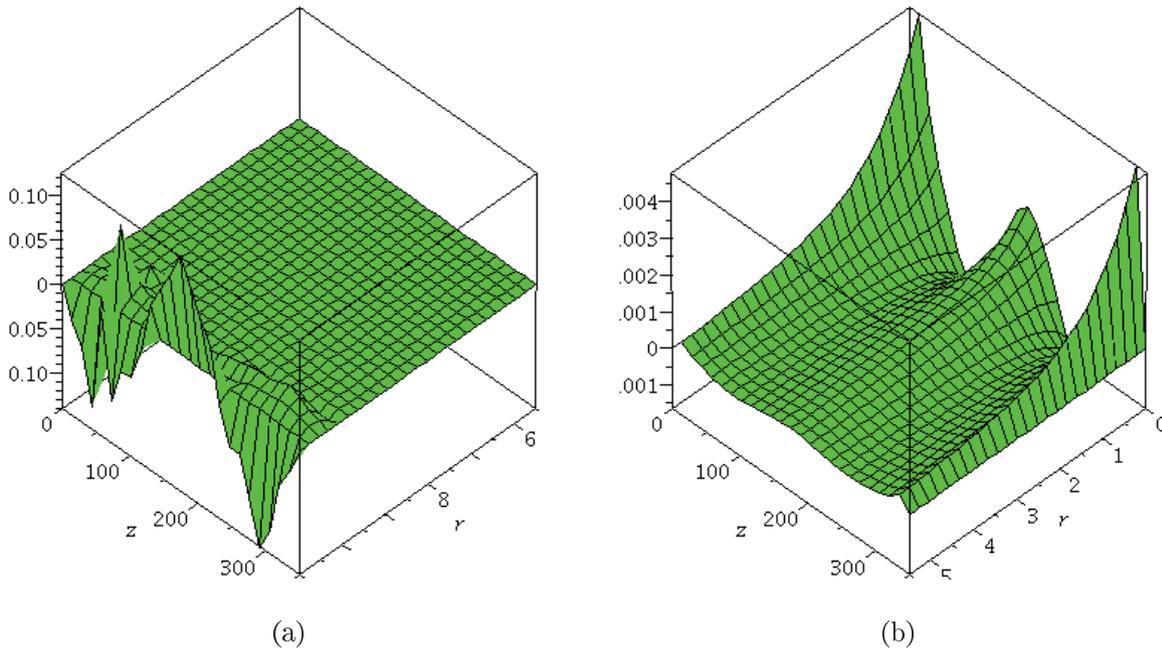


Abbildung 4.52: Partillösung $u_{z,III}$: Variation der nächsten 25 Summanden in der Reihenapproximation für (a) $r \in [r_a/2, r_a]$ bzw. (b) $r \in [0, r_a/2]$

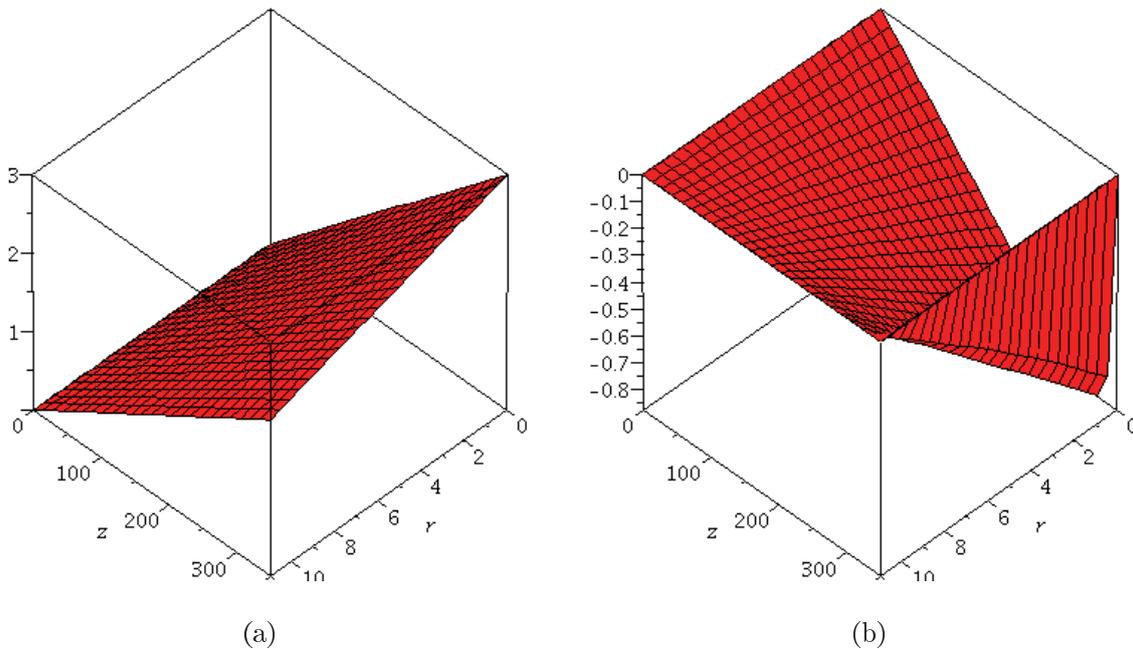


Abbildung 4.53: Partillösungen von $\ddot{u}_z(r, z)$: (a) bilineare Funktion $\ddot{u}_{z,b}$, (b) zusätzliche Partillösung $\ddot{u}_z - u_{z,III}$ nach (4.54)

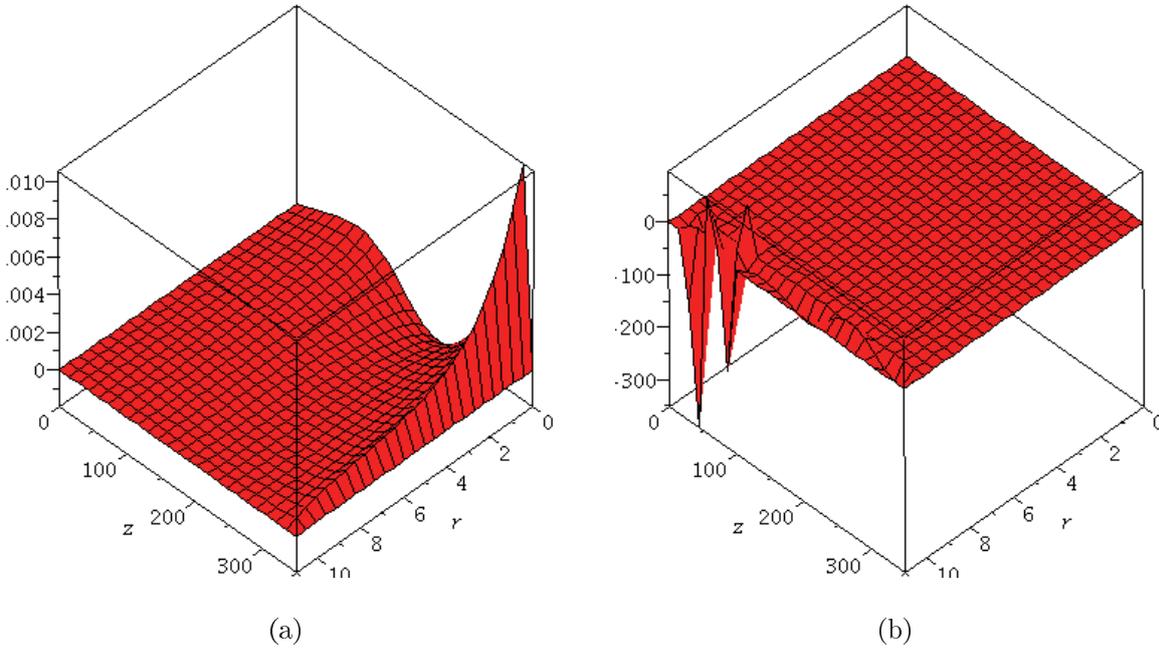


Abbildung 4.54: Partiaillösung $\tilde{u}_z - u_{z,III}$ von $\tilde{u}_z(r, z)$: Variation der nächsten (a) 50 Summanden, bzw. (b) 150 Summanden

4.4.3.6.3.3 Linearisierung der Lösung, Teil A

Angesichts der angenommenen Symmetrie des ASB Prozesses und dem ausgewählten Ort der Probenentnahme aus dem Mittelstück des ASB Drahtes ist eine entsprechende Linearisierung (TAYLOR-Entwicklung [95,255,271]) in z um den Entwicklungspunkt $z_0 := L/2$ der Lösung $\tilde{u}_z(r, z)$ mit $\forall(r, z) \in \bar{D}_{r_a, L}$ [9]

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z(r, z) = & u_{z,III}(r, z) + \frac{(\hat{\Psi}_{1a} - \hat{\Psi}_{10})L}{\pi r_a} \sqrt{\frac{3G}{3K+4G}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \sin\left(\frac{n\pi}{L}z\right) \cdot \\ & \left(\frac{L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r_a\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r_a\right)} I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r\right) - L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r\right) \right) \end{aligned} \quad (4.55)$$

und mit $\forall(r, z) \in \bar{D}_{r_a, L}$ [9]

$$\begin{aligned} u_{z,III}(r, z) = & \frac{4L}{\pi} \sqrt{\frac{3G}{3K+4G}} \varepsilon_{rz}^{pl} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m-1)^2} \sin\left(\frac{(2m-1)\pi}{L}z\right) \cdot \\ & \left[L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r\right) \right. \\ & \left. - \frac{L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r_a\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r_a\right)} I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r\right) \right] \end{aligned} \quad (4.56)$$

vernünftig und in Hinblick auf die Komplexität der Lösung auch ratsam. Insbesondere war auch im Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen vor Allem eine Erklärung für den *radialen* Spannungsgradienten gesucht. In den obigen Ausführungen bezeichnen die Ausdrücke I_0 bzw. $L_0: \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ eine der sog. modifizierten BESSELFunktionen bzw. die sog. STRUVEfunktion in der Notation nach z.B. [272–274]. Die Linearisierung der Lösung ergibt wegen $\forall z \in \mathbb{R}^1$

$$\sin\left(\frac{n\pi}{L}z\right) = \begin{cases} (-1)^{m+1} + \mathcal{O}\left(\left(z - \frac{L}{2}\right)^2\right) & \text{für } n = 2m - 1, \\ (-1)^m \frac{2m\pi}{L}\left(z - \frac{L}{2}\right) + \mathcal{O}\left(\left(z - \frac{L}{2}\right)^2\right) & \text{für } n = 2m, \end{cases} \quad (4.57)$$

4

den folgenden Ausdruck $\forall (r, z) \in \bar{D}_{r_a, L}$:

$$\begin{aligned} \check{u}_z(r, z) = & \frac{1}{r_a} \left[\hat{\Psi}_{1a} r + \hat{\Psi}_{10} (r_a - r) \right] \frac{z}{L} \\ & + \sqrt{\frac{3G}{3K+4G}} \left(\frac{L}{\pi} (4 \varepsilon_{rz}^{\text{pl}} - \frac{\hat{\Psi}_{1a} - \hat{\Psi}_{10}}{r_a}) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{(2m-1)^2} \right. \\ & \quad \left[L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r\right) \right. \\ & \quad \quad \left. - \frac{L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r_a\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r_a\right)} I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r\right) \right] \\ & \quad - \frac{\hat{\Psi}_{1a} - \hat{\Psi}_{10}}{2 r_a} \left(z - \frac{L}{2}\right) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{m} \\ & \quad \left[L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{2m\pi}{L} r\right) \right. \\ & \quad \quad \left. - \frac{L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{2m\pi}{L} r_a\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{2m\pi}{L} r_a\right)} I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{2m\pi}{L} r\right) \right] \\ & + \check{R}_1(r, z) + \check{R}_2(r, z) \end{aligned} \quad (4.58)$$

Hierbei resultieren die Residualterme $\check{R}_1(r, z)$ und $\check{R}_2(r, z)$ entsprechend aus den $\mathcal{O}\left(\left(z - \frac{L}{2}\right)^2\right)$ -Beiträgen (Notation mittels sog. LANDAU-Symbole [95, 275, 276]) in (4.57); so z.B.

$$\check{R}_1(r, z) := \frac{\hat{\Psi}_{1a} - \hat{\Psi}_{10}}{r_a} \sqrt{\frac{3G}{3K+4G}} \check{R}_1(r, z), \quad \forall (r, z) \in \bar{D}_{r_a, L}, \quad (4.59)$$



mit $\forall(r, z) \in \bar{D}_{r_a, L}$

$$\begin{aligned} \check{R}_1(r, z) := & \mathcal{O}\left(\left(z - \frac{L}{2}\right)^2\right) \frac{L}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cdot \\ & \left[L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r\right) - \frac{L_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r_a\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r_a\right)} I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r\right) \right]. \end{aligned} \quad (4.60)$$

4.4.3.6.3.4 Linearisierung der Lösung, Teil B

Neben dem in (4.49)–(4.51) in **Abschnitt 4.4.3.6.3.1** betrachteten Set von BC wurde noch ein weiteres Set gemischter BC (DIRICHLET- und NEUMANN-Typ) für die selbe inhomogene PDE (4.48) betrachtet und das entsprechende iBVP gelöst [180].

Analog zu **Abschnitt 4.4.3.6.3.3**, wurde auch für diese in [180] angegebene Lösung

$$\hat{u}_z(r, z) = \hat{u}_{z, \text{I}}(r, z) + u_{z, \text{II}}(r), \quad \forall(r, z) \in \bar{D}_{r_a, L} \quad (4.61)$$

eine TAYLOR-Entwicklung in z um den Entwicklungspunkt $z_0 := L/2$ mit $\forall(r, z) \in \bar{D}_{r_a, L}$ [180]

$$\hat{u}_{z, \text{I}}(r, z) = \frac{\hat{\Phi}_{1L} + \hat{\Phi}_{10}}{2} + \frac{2(\hat{\Phi}_{1L} - \hat{\Phi}_{10})}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r_a\right)} \cos\left(\frac{n\pi}{L} z\right) \quad (4.62)$$

und [180]

$$u_{z, \text{II}}(r) = 2 \varepsilon_{rz}^{\text{pl}} (r - r_a), \quad \forall(r, z) \in \bar{D}_{r_a, L} \quad (4.63)$$

durchgeführt. Wegen $\forall z \in \mathbb{R}^1$

$$\cos\left(\frac{n\pi}{L} z\right) = \begin{cases} (-1)^m \frac{(2m-1)\pi}{L} \left(z - \frac{L}{2}\right) + \mathcal{O}\left(\left(z - \frac{L}{2}\right)^2\right) & \text{für } n = 2m - 1, \\ (-1)^m + \mathcal{O}\left(\left(z - \frac{L}{2}\right)^2\right) & \text{für } n = 2m, \end{cases} \quad (4.64)$$

wurde der folgende Ausdruck $\forall(r, z) \in \bar{D}_{r_a, L}$

$$\begin{aligned} \hat{u}_z(r, z) = & \frac{\hat{\Phi}_{1L} + \hat{\Phi}_{10}}{2} + (\hat{\Phi}_{1L} - \hat{\Phi}_{10}) \left[\frac{2}{\pi L} \left(z - \frac{L}{2}\right) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{2m-1} \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{(2m-1)\pi}{L} r_a\right)} \right. \\ & \left. - \frac{1}{2\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m^2} \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{2m\pi}{L} r\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{2m\pi}{L} r_a\right)} \right] \\ & + 2 \varepsilon_{rz}^{\text{pl}} (r - r_a) + \hat{R}(r, z) \end{aligned} \quad (4.65)$$



hergeleitet. Hierbei resultiert der Residualterm \hat{R} in analoger Weise wie jener in **Abschnitt 4.4.3.6.3.3** aus dem $\mathcal{O}((z - \frac{L}{2})^2)$ -Beitrag in (4.64), d.h. $\forall(r, z) \in \overline{D}_{r_a, L}$

$$\hat{R}(r, z) := \frac{2}{\pi^2} (\hat{\Phi}_{1L} - \hat{\Phi}_{10}) \mathcal{O}((z - \frac{L}{2})^2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \frac{I_0(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r)}{I_0(\sqrt{\frac{3K+4G}{3G}} \frac{n\pi}{L} r_a)}. \quad (4.66)$$

4.4.3.7 Zusammenfassung der Spannungssimulationsergebnisse

Während die Simulation anhand eines einfachen Symmetrieansatzes (2K, **Abschnitt 4.4.3.6.1**) für den Verschiebungsvektor \vec{u} ein durchaus, mit dem experimentellen Daten vereinbares Ergebnis $\sigma(\vec{u})$ liefert, ergeben die Betrachtungen allgemeinerer (realistischer) Deformationsmodi (z.B. 5K, 6K, 9K) in den **Abschnitten 4.4.3.6.2** und **4.4.3.6.3** relativ komplexe Lösungsteile. Im Rahmen dieser Arbeit wurden diese zunächst hergeleitet. Eingehendere Untersuchungen zu den möglichen entstehenden Lösungen aus diesen komplexeren Symmetrieansätzen konnten allerdings zum derzeitigen Zeitpunkt nicht weiter verfolgt werden.



5. Zusammenfassung und Ausblick

IN der vorliegenden Arbeit wurden schwerpunktmäßig lokale Textur- und Spannungsanalysen sowohl experimentell mittels eines unkonventionellen, zweidimensionalen RÖNTGENmikrodiffraktometersystems XR μ D² (auf der Basis der XRD² [3]) als auch anhand von numerischen und analytischen Simulationsmodellen durchgeführt. Diese Analysen wurden vor Allem am Beispiel eines mittels der neuartigen SPD Methode des ASB stark verformten UFK Ti/Al Kompositdrahtes bzgl. mehrerer Prozessierungsschritte (Umformgrade) bei hoher örtlicher Auflösung vorgenommen.

Die Textur- und Spannungsentwicklung werden insbesondere bzgl. (i) des Umformgrades und (ii) mikrostruktureller und mechanischer [5, 53, 54, 82, 83] Untersuchungsergebnisse diskutiert. Entsprechend der untersuchten Aspekte können folgende Ergebnisschwerpunkte hinsichtlich des ASB prozessierten Ti/Al Kompositdrahtes und des ASB Prozesses zusammengefasst werden.

5.1 Ergebnisse der Texturanalyse

Die Texturentwicklung wurde bzgl. drei subsekutiver Verformungszustände sowohl global (Initialmaterial) als auch lokal untersucht. Die lokale Al und Ti Texturevolution korreliert mit dem ASB Umformprozess, welcher jenem der Extrusion sehr ähnlich in Hinblick auf die Entwicklung einer typischen

- fcc Extrusionstextur im Falle der Al Phase (Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur) [73, 140] sowie
- hcp Extrusionstextur im Falle der Ti Phase (dominiert durch die Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur) [146, 182, 191]

zu sein scheint. Während die lokalen Al Texturmessungen

- radiale Gradienten für jeden untersuchten Verformungszustand und
- Gradienten bzgl. des Umformgrades (**Abbildung 4.10**)

aufzeigen, zeigt die Ti Textur – angesichts der starken Streuung der Ergebnisse – zunächst (nur) eine funktionale Abhängigkeit des Umformgrades (**Abbildung 4.15**). Weiterhin konnte eine detaillierte Al Texturentwicklung aufgelöst werden:

- Rotationssymmetrie (zu gewissem Grad, abhängig vom Umformgrad)
- Heterogenisierung und Intensivierung vom Ausgangszustand des Materials über die Verformungszustände Ti/Al 0 bis 1

- Homogenisierung mit abnehmenden Texturkomponenten für Ti/Al 2
- Superposition der Texturkomponenten Würfel, G, Cu und Cu* – typischerweise im Fall des Walzplattierens (ebene Verformung) beobachtet – und der Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur

Letzteres wird auf die Tatsache zurückgeführt, dass der ASB Prozess sowie das umgeformte Material (i) nicht perfekt rotationssymmetrisch sind und (ii) die XR μ D² Texturmessungen eine hohe örtliche Auflösung aufweisen.

Weiterhin ist der beschriebene, durch die lokal aufgelöste XR μ D²-ta aufgedeckte Effekt der Superposition im Verformungszustand Ti/Al 1 in **Abbildung 4.10** klar erkennbar und erlaubt u.A. folgende Schlussfolgerungen auf den ASB Verformungsprozess:

- Der plastische Fluss scheint radialsymmetrisch zu sein und vom Probenrand zur -mitte anzusteigen.
- Die Stapelanordnung in Ti/Al 1 resultiert in einen Superpositionseffekt des Texturgradienten der „eingekapselten“ Filamente („wellenförmiger“ radialer Gradient).
- Der Al Texturgradient scheint kein Kompositmaterialeffekt, sondern eine Folge der Umformung während des ASB Prozesses zu sein.

5

In dieser Hinsicht konnte die lokal aufgelöste XR μ D²-ta zu einem besseren Verständnis des ASB Verformungsprozesses und des mechanischen Verhaltens des Ti/Al Verbundmaterials beitragen. Insbesondere auch die Simulationen zur Texturentwicklung führten zu einem tieferen Einblick in den Umformprozess, wohingegen die Simulationen des mit der ODF gewichteten E-Moduls einen nicht all zu starken Texturbeitrag ergaben.

5.2 Ergebnisse der Spannungsanalyse

Die Hauptergebnisse können wie folgt zusammengefasst werden: Das XR μ D² Messsystem

- ist für eine (unkonventionelle) XR μ D²-sa, insbesondere im Falle stark texturierter mehrphasiger UFK Materialien geeignet.
- hat Vorteile gegenüber cXRD Messmethoden, wie z.B.:
 - hohe Strahlungsbrillanz
 - hohe örtliche (laterale) Auflösung
 - „gute Kornstatistik“
 - Spannungs-Mappings (*stress mapping*) sind möglich
 - Anwendung für texturierte Materialien ist möglich
- ist geeignet für in situ Phasen- und Spannungsanalysen

In Anbetracht der Phasenspannungsergebnisse der lokalen XR μ D²-sa der ASB Ti/Al Verbunddrahnte kann geschlussfolgert werden, dass

- für alle untersuchten Verformungszustände die Phasenspannungskomponenten der lokalen Spannungsverteilungen beider Phasen (Al und Ti) aufgelöst werden konnten.
- Spannungsgradienten aufgelöst werden konnten bzgl.
 - des Umformgrades.
 - der respektiven (radialen) Messposition über die Probenquerschnittsflache.
- der Spannungszustand des Verbundmaterials durch den Hauptspannungszustand mit den Normalspannungskomponenten σ_{rr}^α , $\sigma_{\varphi\varphi}^\alpha$ und σ_{zz}^α beschrieben werden kann.
- weitgehend Druckspannungswerte existieren und das Material charakterisieren.
- ein makroskopischer Eigenspannungszustand abgeschätzt werden kann.
- die Qualität der XR μ D²-sa Ergebnisse durch Auswertung der Indizierungsqualität, Prüfung makroskopischer Gleichgewichtsbedingungen, etc. beurteilt werden konnte.

Schließlich können die Ergebnisse der XR μ D²-sa mit jenen der Untersuchungen von Textur, Mikrostruktur und mechanischen Eigenschaften in folgender Weise korreliert werden:

- Die Steigerung der Festigkeit (z.B. bzgl. σ_y), Textur und der Kornfeinung des ASB Verbundmaterials bei zunehmendem Umformgrad kann mit den makroskopischen Spannungen verknüpft werden.
- Die experimentellen Spannungsergebnisse sind mit Ergebnissen der 3D FEM in [52] sowie der im Rahmen dieser Arbeit angestellten analytischen Betrachtungen vereinbar.

Die Ergebnisse der Spannungsanalyse erhöhen den Wissenstand zum ASB Prozess und können mit FEM Resultaten in [52] korreliert werden. Da der ASB Prozess, wie bereits gezeigt wurde, zu einem hochfesten Kompositdrahtmaterial mit einstellbarer (geringer) Massendichte führt, ist er insbesondere bzgl. konstruktiver Leichtbauanwendungen geeignet.

Mit spezifischen Festigkeitswerten von bis zu $200 \text{ MPa}(\text{g}/\text{cm}^3)^{-1}$ (vgl. **Abbildung 5.1**) ist des UFK ASB Ti/Al Verbundmaterial mit vielen konventionellen Ti-Legierungen vergleichbar, erreicht allerdings deutlich geringere Massendichten von etwa $\rho = 3.74 \text{ g cm}^{-3}$, im Vergleich mit z.B. der derzeit ökonomisch bedeutendsten Ti-Legierung TiAl6V4 (Massendichte $\rho = 4.43 \text{ g cm}^{-3}$) [2, 5]. Darüberhinaus verfügt der ASB Komposit über einen nur leicht reduzierten spezifischen E-modul von $25 \text{ GPa}(\text{g}/\text{cm}^3)^{-1}$ auf $20 \text{ GPa}(\text{g}/\text{cm}^3)^{-1}$ und stellt in diesem Sinne ein potentiell interessantes Strukturmaterial dar.

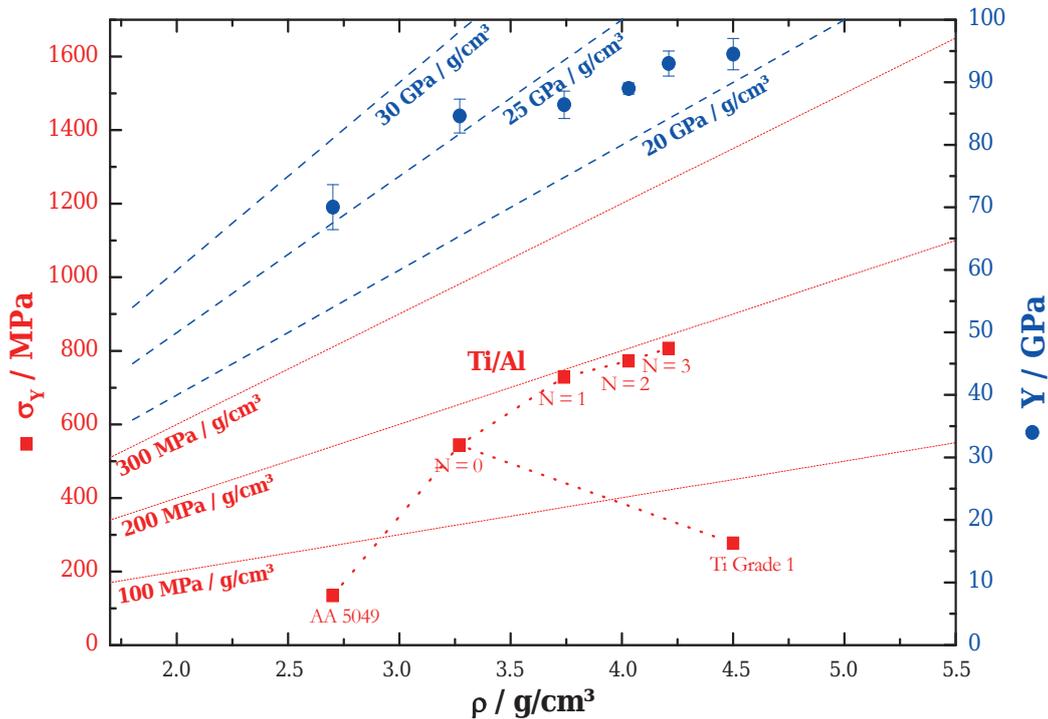


Abbildung 5.1: Fließspannung σ_Y und E-Modul Y als Funktion der Dichte ρ ; nach [8]

5.3 Offene Fragestellungen

Die im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Ergebnisse führen zu weiteren Fragestellungen, welche bis dato nicht abschließend beantwortet werden können. Einige dieser Aspekte weiteren Forschungsbedarfs sollen hier kurz stichpunktartig erwähnt werden:

- experimentell
 - durch Spannungsanalysen mittels Neutronen- bzw. Synchrotronstrahlung können die korrespondierenden Globalspannungsergebnisse zum Gesamtbild (lokale und globale Textur- und Spannungsergebnisse) hinzugefügt werden
 - Abschluss der Spannungsanalysen an den, in den **Abschnitten 4.2.2.2.1.2** und **4.2.2.2.2.2** behandelten Referenzsystemen
- simulativ
 - Verfeinerung der VPSC Textursimulation hinsichtlich einer radialen Textursimulation
 - Weiterführung der analytischen Spannungssimulation

5.4 Abschließende Bemerkungen

Wie im Vorangegangenen festgestellt konnte der Texturbeitrag zur Steigerung der elastischen Eigenschaften als nicht allzu groß abgeschätzt werden. Dies ist allerdings anhand von **Abbildung 5.2** verständlich.

Der in **Abschnitt 4.4.1** abgeschätzte Beitrag der Textur zur Steigerung der elastischen Eigenschaften des Verbundmaterials (z.B. E-Modul) korreliert mit der elastischen Anisotropie der Basismaterialien und kann z.B. mit der Wahl von Al (Anisotropiefaktor von ca. 1.23 [18]) nicht sehr groß ausfallen (vgl. **Abbildung 4.35**). Durch Wahl anderer, elastisch stärker anisotroper Materialien kann dieser Beitrag allerdings gesteigert werden. So verspricht beispielsweise Cu mit einem (elastischen) Anisotropiefaktor von etwa 3.22 [18] im Vergleich zum verwendeten Al eine deutlichere Steigerung des E-Modul Verbundwertes im Falle der Ausbildung einer günstigen Textur wie z.B. im hiesigen Falle der axialen Al $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$ -Doppelfasertextur (vgl. **Abbildungen 5.2(a)** und **5.2(b)**).

Die im Falle des Ti, als hexagonales Material beigetragene elastische Anisotropie gemäß einem Verhältnis von $Y_{\langle 0001 \rangle} / Y_{\langle 10\bar{1}0 \rangle} \approx 1.38$ könnte angesichts der sich ausbildenden axialen Ti $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ -Fasertextur durch Verwendung von beispielsweise Zn optimiert werden, sofern sich auch in diesem Fall eine ähnliche Textur ausbildet (vgl. **Abbildungen 5.2(c)** und **5.2(d)**). Hierbei verfügt Zn über ein Verhältnis von $Y_{\langle 0001 \rangle} / Y_{\langle 10\bar{1}0 \rangle} \approx 0.30$ [18] und hat insbesondere eine steifere elastische Eigenschaft in der kristallografischen Richtung $\langle 10\bar{1}0 \rangle$ mit $Y_{\langle 10\bar{1}0 \rangle} \approx 119.59$ GPa.¹

Desweiteren müssen ähnliche Überlegungen zur a priori Abschätzung der Beiträge zur Steigerung der Materialfestigkeit hinsichtlich der zu verwendenden Basismaterialien für den Komposit angestellt werden. Hier spielt die plastische Anisotropie eine entscheidende Rolle.

Je nach Anwendungsziel können demnach (im Rahmen der Prozessierungsmöglichkeiten, welche in den o.g. Überlegungen rein theoretischer Natur absichtlich außen vor gelassen wurden) u.A. kristallografische Textur und mechanische Eigenspannungen mittels eines SPD Prozesses wie dem ASB Verfahren benutzer-orientiert „eingestellt“ und somit elastische wie plastische Eigenschaften des Materials, insbesondere im Verbund (gewinnbringend) optimiert werden.

Analog zum oben beschriebenen Texturbeitrag verhält es sich bzgl. des Potentials zur Festigkeitssteigerung durch gezielte Implementation von Eigenspannungen. Insofern ist eine grundlagenorientierte Forschung (experimentell wie theoretisch) zur Entstehung, Ermittlung und Bewertung solcher Phänomene auch heute noch brandaktuell und in vielen Bereichen „noch in den Kinderschuhen“; jedoch umso bedeutender, um mit dem gewonnenen Verständnis einen Beitrag zur nachhaltigen Weiterentwicklung unserer Gesellschaft zu leisten.

¹Abschätzung nach (4.10) analog **Abschnitt 4.4.1.1** anhand von Literaturdaten [18]

5

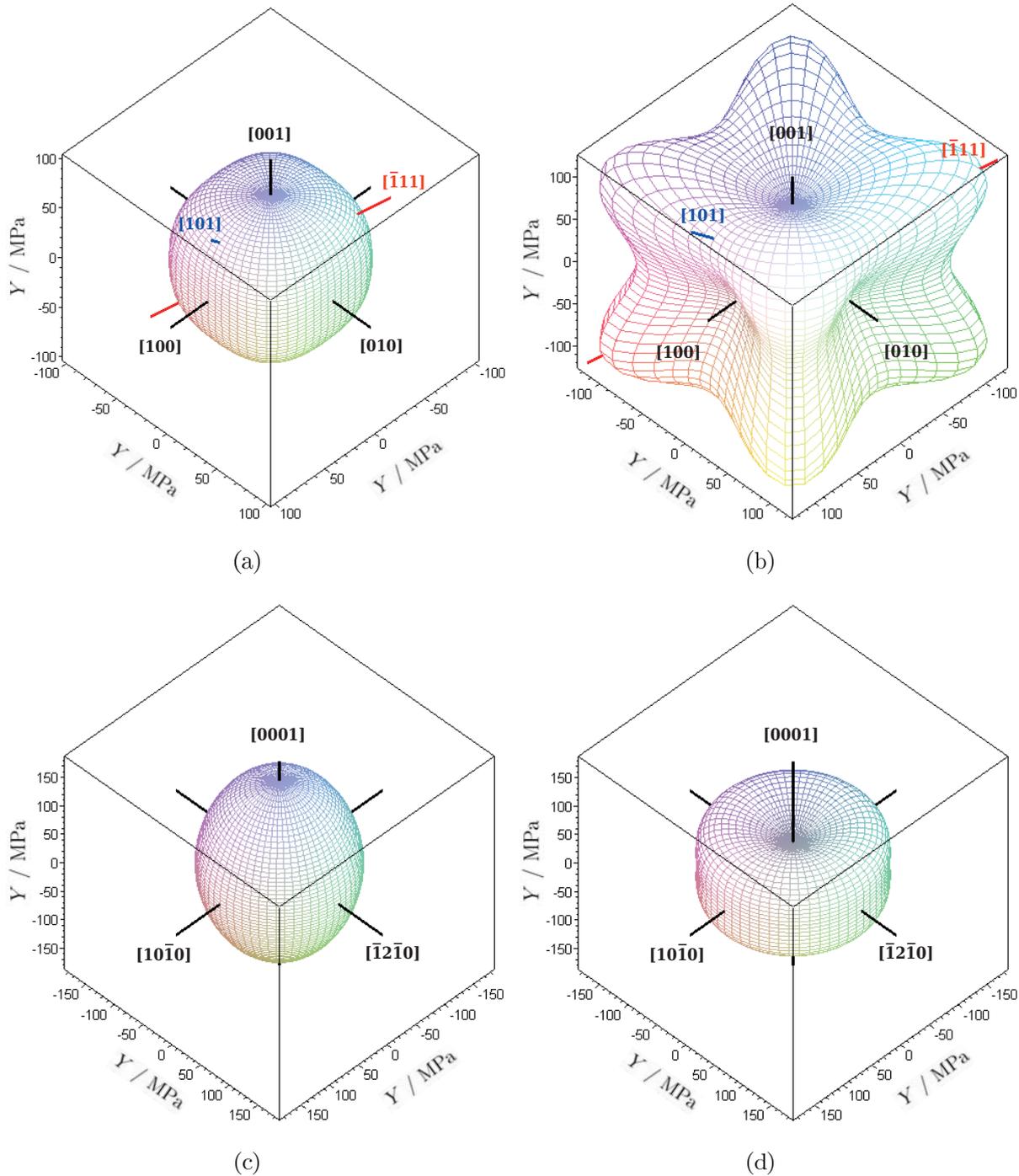


Abbildung 5.2: Anisotropie des E-Moduls Y für eine Auswahl von fcc ((a) Al, (b) Cu) und hcp ((c) Ti, (d) Zn) Metallen. Berechnungen wurden mittels Maple auf der Grundlage elastischer Materialdaten aus [18] durchgeführt.

Literaturverzeichnis

- [1] Valiev, R. Z., Alexandrov, I. V., Zhu, Y. T. and Lowe, T. C.: *Paradox of Strength and Ductility in Metals Processed By Severe Plastic Deformation*. Journal of Materials Research **17**(01), 5–8 (2002).
- [2] Skrotzki, W., Eckert, J. and Schultz, L.: *Teilprojekt A1: Struktur und Eigenschaften von ultrafeinkörnigen bis amorphen metallischen Werkstoffen (HSMetComp)*. Technical Report 2-13795/2379-10. Technische Universität Dresden (2011).
- [3] He, B. B.: *Two-Dimensional X-Ray Diffraction*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, USA, 1. Auflage (2009).
- [4] Eigenmann, B. and Macherauch, E.: *Röntgenographische Untersuchung von Spannungszuständen in Werkstoffen. Teil I*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik **26**(3), 148–160 (1995).
- [5] Marr, T., Freudenberger, J., Seifert, D., Klauß, H., Romberg, J., Okulov, I., Scharnweber, J., Eschke, A., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Kühn, U., Eckert, J. and Schultz, L.: *Ti-Al Composite Wires with High Specific Strength*. Metals **1**(1), 79–97 (2011).
- [6] Skrotzki, W., Eschke, A., Okulov, I., Romberg, J., Scharnweber, J., Marr, T., Peters, R., Oertel, C.-G., Freudenberger, J., Kühn, U., Schultz, L. and Eckert, J.: *Processing of high strength light-weight metallic composites*. Advanced Engineering Materials **16**(10), 1208–1216 (2014).
- [7] Eschke, A., Zinn, W., Marr, T., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Schultz, L. and Eckert, J.: *Local stress gradients in Ti/Al composite wires determined by two-dimensional X-ray microdiffraction*. Materials Science and Engineering: A **616**(0), 44–54 (2014).
- [8] Eschke, A., Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Okulov, I., Kühn, U. and Eckert, J.: *Texture development in Ti/Al filament wires produced by accumulative swaging and bundling*. Materials Science and Engineering: A **607**(0), 360–367 (2014).
- [9] Eschke, A. and Vanselow, R.: *Analytical solution of a linear, elliptic, inhomogeneous partial differential equation with inhomogeneous DIRICHLET-type boundary conditions for a special rotationally symmetric problem of linear elasticity*. ZAMM – Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (2014). <currently in review>.
- [10] von Geibler, J., Rohn, H., Schnabel, F., Meier, J., Wiesen, K., Zieme, E., Pastewski, N. and Lettenmeier, M.: *Ressourceneffizienzatlas. Eine internationale Perspektive auf Technologien und Produkte mit Ressourceneffizienzpotenzial*. Wuppertal Institut für Klima, Umwelt, Energie (2011).

- [11] European Environment Agency: *Resource efficiency in Europe*. EEA Report 05/2011, Copenhagen, Denmark (2011).
- [12] European Commission: *Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions: Roadmap to a Resource Efficient Europe*. EU COM, Brussels (2011).
- [13] European Commission: *Flash Eurobarometer 342: SMES, Resource Efficiency and Green Markets*. TNS Political & Social (2012).
- [14] Bundesministerium für Bildung und Forschung: *Bekanntmachung des Bundesministeriums für Bildung und Forschung von Richtlinien zur Förderung von „Materialien für eine ressourceneffiziente Industrie und Gesellschaft – MatRessource“*. <http://www.bmbf.de/foerderungen/15420.php> (02.11.2010).
- [15] Bundesministerium für Bildung und Forschung: *Bekanntmachung des Bundesministeriums für Bildung und Forschung von Richtlinien zur Förderung von "Materialien für eine ressourceneffiziente Industrie und Gesellschaft – MatRessource"*. <http://www.bmbf.de/foerderungen/23752.php> (25.04.2014).
- [16] Hufenbach, W. A.: *Vorwort*. In: [277], 25–28 (2010).
- [17] Roos, E. and Maile, K.: *Werkstoffkunde für Ingenieure. Grundlagen, Anwendung, Prüfung*. Springer-Verlag, Berlin, 1. Auflage (2002).
- [18] Rösler, J., Harders, H. and Bäker, M.: *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 4. Auflage (2012).
- [19] Hornbogen, E.: *Werkstoffe. Aufbau und Eigenschaften von Keramik-, Metall-, Polymer- und Verbundwerkstoffen*. Springer-Verlag, Berlin, 7. Auflage (2002).
- [20] Hall, E. O.: *The deformation and ageing of mild steel: III, discussion of results*. Proceedings of the Physical Society, Section B **64**, 747–753 (1951).
- [21] Petch, N. J.: *The cleavage strength of polycrystals*. Journal of the Iron and Steel Institute **174**, 25–28 (1953).
- [22] Valiev, R. Z., Korznikov, A. V. and Mulyukov, R. R.: *Structure and properties of ultrafine-grained materials produced by severe plastic deformation*. Materials Science and Engineering: A **168**(2), 141–148 (1993).
- [23] Valiev, R. Z., Islamgaliev, R. K. and Alexandrov, I. V.: *Bulk nanostructured materials from severe plastic deformation*. Progress in Material Science **45**(2), 103–189 (2000).
- [24] Gleiter, H.: 2nd Risø International Symposium on Metallurgy and Materials Science, Roskilde, Denmark, 15–21 (1981).
- [25] Lines, M.: *Nanomaterials for practical functional uses*. Journal of Alloys and Compounds **449**, 242–245 (2007).

- [26] Hieckmann, E.: *Analyse von Bragg-Beugungsprofilen zur Charakterisierung der Mikrostruktur und des Verformungsverhaltens von ein- und vielkristallinem Nickel*. Cuvillier Verlag, Göttingen (2007).
- [27] Topic, I.: *Ultrafine-grained Metal Sheets produced using the Accumulative Roll Bonding Process for Light-Weight Structures*. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg (2008).
- [28] Zehetbauer, M. J.: *Outstanding physical properties of SPD processed light materials*. In: [277], 257–258 (2010).
- [29] Valiev, R. Z.: *Nanostructuring of metals by severe plastic deformation for advanced properties*. *Nature Materials* **3**(8), 511–516 (2004).
- [30] Valiev, R. Z., Estrin, Y., Horita, Z., Langdon, T. G., Zechetbauer, M. J. and Zhu, Y. T.: *Producing bulk ultrafine-grained materials by severe plastic deformation*. *JOM Journal of the Minerals, Metals and Materials Society* **58**(4), 33–39 (2006).
- [31] Xun, Y. and Mohamed, F. A.: *Refining efficiency and capability of top-down synthesis of nanocrystalline materials*. *Materials Science and Engineering: A* **528**, 5446–5452 (2011).
- [32] Segal, V. M., Reznikov, V. I., Drobyshevskiy, A. E. and Kopylov, V. I.: *Plastic metal working by simple shear*. *Russ. Metall. (Engl Trans)* **1**, 115–123 (1981).
- [33] Richert, J. and Richert, M.: *A new method for unlimited deformation of metals and alloys*. *Aluminium* **62**(8), 604–607 (1986).
- [34] Segal, V. M.: *Materials processing by simple shear*. *Materials Science and Engineering: A* **197**(2), 157–164 (1995).
- [35] Segal, V. M.: *Equal channel angular extrusion: from macromechanics to structure formation*. *Materials Science and Engineering: A* **271**(1), 322–333 (1999).
- [36] Smirnova, N. A., Levit, V. I., Pilyugin, V. I., Kuznetsov, R. I., Davydova, L. S., and Sazonova, V. A.: *Evolution of structure of f.c.c. single crystals during strong plastic deformation*. *The Physics of Metals and Metallography* **61**, 127–134 (1986).
- [37] Zhilyaev, A. P. and Langdon, T. G.: *Using high-pressure torsion for metal processing: Fundamentals and applications*. *Progress in Materials Science* **53**(6), 893–979 (2008).
- [38] Saito, Y., Tsuji, N., Utsunomiya, H., Sakai, T. and Hong, R. G.: *Ultra-fine grained bulk aluminum produced by accumulative roll-bonding (ARB) process*. *Scripta Materialia* **39**(9), 1221–1227 (1998).
- [39] Saito, Y., Utsunomiya, H., Tsuji, N. and Sakai, T.: *Novel ultra-high straining process for bulk materials-development of the accumulative roll-bonding (ARB) process*. *Acta materialia* **47**(2), 579–583 (1999).
- [40] Lee, S. H., Saito, Y., Sakai, T. and Utsunomiya, H.: *Microstructures and mechanical properties of 6061 aluminum alloy processed by accumulative roll-bonding*. *Materials Science and Engineering A* **325**(1–2), 228–235 (2002).

- [41] Lee, S. H., Saito, Y., Tsuji, N., Utsunomiya, H. and Sakai, T.: *Role of shear strain in ultragrain refinement by accumulative roll-bonding (ARB) process*. Scripta Materialia **46**(4), 281–285 (2002).
- [42] Tsuji, N., Ueji, R. and Minamino, Y.: *Nanoscale crystallographic analysis of ultrafine grained IF steel fabricated by ARB process*. Scripta Materialia **47**(2), 69–76 (2002).
- [43] Tsuji, N., Ito, Y., Saito, Y. and Minamino, Y.: *Strength and ductility of ultrafine grained aluminum and iron produced by ARB and annealing*. Scripta Materialia **47**(12), 893–899 (2002).
- [44] Hüttenrauch, J.: *Mikrostruktur- und Texturentwicklung beim ARB-Prozess von Aluminiumlegierungen*. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden (2008).
- [45] Li, S., Sun, F. and Li, H.: *Observation and modeling of the through-thickness texture gradient in commercial-purity aluminum sheets processed by accumulative roll-bonding*. Acta Materialia **58**(4), 1317–1331 (2010).
- [46] Chekhonin, P.: *Mikrostruktur- und Texturentwicklung eines Aluminiumverbundwerkstoffes beim ARB-Prozess*. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden (2011).
- [47] Scharnweber, J., Romberg, J., Chekhonin, P., Eschke, A., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Freudenberger, J., Schultz, L., Siegel, U., Kühn, U. and Eckert, J.: *Leichtmetall-Kompositbleche*. In: [278], 273–282 (2011).
- [48] Chekhonin, P., Beausir, B., Scharnweber, J., Oertel, C., Jaschinski, J., Hausöl, T., Höppel, H. W., Brokmeier, H. G. and Skrotzki, W.: *Mechanical Anisotropy of Aluminium Laminates Produced by ARB*. In: [284], Materials Science Forum **702–703**, 151–156 (2012).
- [49] Romberg, J., Freudenberger, J., Scharnweber, J., Gaitzsch, U., Marr, T., Eschke, A., Kühn, U., Oertel, C.-G., Okulov, I., Petters, R., Skrotzki, W., Eckert, J. and Schultz, L.: *Metallographic preparation of Aluminium-Titanium Composites*. Practical Metallography **50**(11), 739–753 (2013).
- [50] Romberg, J.: *Feinlagige und feinkristalline Titan/Aluminium-Verbundbleche*. Dissertation, Technische Universität Dresden (2014).
- [51] Romberg, J., Freudenberger, J., Watanabed, H., Marr, T., Scharnweber, J., Eschke, A., Kühn, H., Klauß, H., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Eckert, J., and Schultz, L.: *Differential speed rolling of Ti/Al multilayered sheets*. <yet unpublished>.
- [52] Müller, F.: *Verfahrensgrundlagen des Rundknetens*. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt (1997).
- [53] Marr, T.: *Hochumgeformte Leichtmetallverbundwerkstoffe und ihre festigkeitsbestimmenden Faktoren*. Dissertation, Technische Universität Dresden (2014).

- [54] Marr, T., Freudenberger, J., Kauffmann, A., Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Siegel, U., Kühn, U., Eckert, J., Martin, U. and Schultz, L.: *Damascene Light-Weight Metals*. *Advanced Engineering Materials* **12**(12), 1191–1197 (2010).
- [55] Marr, T., Freudenberger, J., Kauffmann, A., Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Siegel, U., Kühn, U., Eckert, J. and Schultz, L.: *Damaszenleichtmetalle*. In: [277], 101–110 (2010).
- [56] Levi, F. P.: *Permanent magnets obtained by drawing compacts of parallel iron wires*. *Journal of Applied Physics* **31**(8), 1469–1471 (1960).
- [57] Song, J. S. and Hong, S. I.: *Strength and electrical conductivity of Cu–9Fe–1.2 Co filamentary microcomposite wires*. *Journal of alloys and compounds* **311**(2), 265–269 (2000).
- [58] Shikov, A., Pantsyrnyi, V., Vorobieva, A., Khlebova, N. and Silaev, A.: *High strength, high conductivity Cu–Nb based conductors with nanoscaled microstructure*. *Physica C: Superconductivity* **354**(1), 410–414 (2001).
- [59] Thilly, L., Lecouturier, F. and von Stebut, J.: *Size-induced enhanced mechanical properties of nanocomposite copper/niobium wires: nanoindentation study*. *Acta Materialia* **50**(20), 5049–5065 (2002).
- [60] Sandim, M. J. R., Stamopoulos, D., Sandim, H. R. Z., Ghivelder, L., Thilly, L., Vidal, V., Lecouturier, F. and Raabe, D.: *Size effects on the magnetic properties of Cu–Nb nanofilamentary wires processed by severe plastic deformation*. *Superconductor Science and Technology* **19**(12), 1233–1239 (2006).
- [61] Deng, L., Yang, X., Han, K., Lu, Y., Liang, M. and Liu, Q.: *Microstructure and texture evolution of Cu–Nb composite wires*. *Materials Characterization* **81**, 124–133 (2013).
- [62] Hufenbach, W. A.: *Vorwort*. In: [278], 25–27 (2011).
- [63] Tóth, L. S., Beausir, B., Gu, C. F., Estrin, Y., Scheerbaum, N. and Davies, C. H. J.: *Effect of grain refinement by severe plastic deformation on the next-neighbor misorientation distribution*. *Acta Materialia* **58**(20), 6706–6716 (2010).
- [64] Tóth, L. S., Estrin, Y., Lapovok, R. and Gu, C.: *A model of grain fragmentation based on lattice curvature*. *Acta Materialia* **58**(5), 1782–1794 (2010).
- [65] Noyan, I. C. and Cohen, J. B.: *Residual Stress: Measurement by Diffraction and Interpretation*. Springer, New York, USA, 1. Auflage (1987).
- [66] Spiess, L., Schwarzer, R., Behnken, H. and Teichert, G.: *Moderne Röntgenbeugung: Röntgendiffraktometrie für Materialwissenschaftler, Physiker und Chemiker*. Springer, Wiesbaden, 1. Auflage (2005).
- [67] Hahn, H.: *Elastizitätstheorie: Grundlagen der linearen Theorie und Anwendungen auf eindimensionale, ebene und räumliche Probleme*. In: [285], Band 62 (1985).

- [68] Landau, L. and Lifschitz, E.: *Lehrbuch der theoretischen Physik, Band VII. Elastizitätstheorie*. Akademie Verlag, Berlin, 7. Auflage (1991).
- [69] Eringen, A. C.: *Mechanics of continua*. John Wiley & Sons, London, UK (1967).
- [70] Bower, A. F.: *Applied mechanics of solids*. CRC press, Boca Raton, Florida, USA (2011).
- [71] Gross, D. and Seelig, T.: *Bruchmechanik. Mit einer Einführung in die Mikromechanik*. Springer, Heidelberg, 5. Auflage (2011).
- [72] Bertram, A. and Glüge, R.: *Festkörpermechanik*. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg (2013).
- [73] Wassermann, G. and Grewen, J.: *Texturen metallischer Werkstoffe*. Springer, Berlin, 2. Auflage (1962).
- [74] Bunge, H.-J.: *Zur Darstellung allgemeiner Texturen*. Zeitschrift für Metallkunde **56**(12), 872–874 (1965).
- [75] Bunge, H.-J.: *Die dreidimensionale Orientierungsverteilungsfunktion und Methoden zu ihrer Bestimmung*. Kristall und Technik **3**(3), 439–453 (1968).
- [76] Eigenmann, B. and Macherauch, E.: *Röntgenographische Untersuchung von Spannungszuständen in Werkstoffen. Teil II*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik **26**(4), 199–216 (1995).
- [77] Da Silva, M.: *Thermal stability of electrodeposited nanocrystalline Ni- and Co-based materials*. Dissertation, Chalmers University of Technologie, Göteborg, Sweden (2007).
- [78] Eschke, A.: Bericht über lokale Texturuntersuchungen an, durch akkumuliertes Rundkneten prozessierten Ti/Al Verbunddrähten mittels zweidimensionaler RÖNTGENmikrobeugung. In: [286], 113–124 (2011).
- [79] Kocks, U. and Mecking, H.: *Physics and phenomenology of strain hardening: the FCC case*. Progress in Materials Science **48**(3), 171–273 (2003).
- [80] Estrin, Y. and Vinogradov, A.: *Extreme grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science*. Acta Materialia **61**(3), 782–817 (2013).
- [81] Scharnweber, J.: Dissertation, Technische Universität Dresden. <yet unpublished>.
- [82] Marr, T., Freudenberger, J., Maier, V., Höppel, H. W., Göken, M., and Schultz, L.: *The Strengthening Effect of Phase Boundaries in a Severely Plastically Deformed Ti-Al Composite Wire*. Metals **4**(1), 37–54 (2014).
- [83] Marr, T., Freudenberger, J., Kauffmann, A., Romberg, J., Okulov, I., Petters, R., Scharnweber, J., Eschke, A., Oertel, C.-G., Kühn, U., Eckert, J., Skrotzki, W. and Schultz, L.: *Processing of Intermetallic Titanium Aluminate Wires*. Metals **3**(2), 188–201 (2013).

- [84] Maurer, G.: *Röntgenographische Bestimmung von Texturen und Eigenspannungen an metallischen Werkstoffen in unterschiedlichen Bearbeitungs- und Wärmebehandlungszuständen*. Dissertation, Universität Karlsruhe (1987).
- [85] Peiter, A.: *Handbuch Spannungsmesspraxis: Experimentelle Ermittlung mechanischer Spannungen*. Vieweg & Sohn, Wiesbaden (1992).
- [86] Hauk, V., Hougardy, H. P., Macherauch, E. and Tietz, H.-D. (Hrsg.): *Residual Stresses*. DGM Informationsgesellschaft Verlag, Oberusel (1993).
- [87] Löhe, D. and Scholtes, B. (Hrsg.): *Entstehung, Ermittlung und Bewertung von Eigenspannungen*. Deutsche Gesellschaft für Materialkunde e.V., Karlsruhe (2000).
- [88] Oddershede, J., Camin, B., Schmidt, S., Mikkelsen, L. P., Sørensen, H. O., Lienert, U., Poulsen, H. F. and Reimers, W.: *Measuring the stress field around an evolving crack in tensile deformed Mg AZ31 using three-dimensional X-ray diffraction*. *Acta Materialia* **60**(8), 3570–3580 (2012).
- [89] Wanner, A. and Scholtes, B. (Hrsg.): *Entstehung, Ermittlung und Bewertung von Eigenspannungen*. Deutsche Gesellschaft für Materialkunde e.V., Karlsruhe (2013).
- [90] He, B. B., Preckwinkel, U. and Smith, K. L.: *Fundamentals of two-dimensional X-ray diffraction*. JCPDS – International Centre for Diffraction Data. *Advances in X-ray Analysis* **43**, 273–280 (2000).
- [91] He, B. B.: *Introduction to two-dimensional X-ray diffraction*. *Powder Diffraction* **18**(02), 71–85 (2003).
- [92] Mučhelischwili, N.: *Einige Grundaufgaben zur mathematischen Elastizitätstheorie*. VEB Fachbuchverlag, Leipzig, 1. Auflage (1971).
- [93] Einstein, A.: *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*. *Annalen der Physik* **354**(7), 769–822 (1916).
- [94] Paufler, P.: *Physikalische Kristallographie*. Akademie-Verlag, Berlin (1986).
- [95] Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., Musiol, G. and Mühlig, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 6. Auflage (2005).
- [96] Eigenmann, B. and Macherauch, E.: *Röntgenographische Untersuchung von Spannungszuständen in Werkstoffen. Teil III*. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* **27**(9), 426–437 (1996).
- [97] Eigenmann, B. and Macherauch, E.: *Röntgenographische Untersuchung von Spannungszuständen in Werkstoffen Teil IV*. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* **27**(10), 491–501 (1996).
- [98] Macherauch, E., Wohlfahrt, H. and Wolfstieg, U.: *Zur zweckmäßigen Definition von Eigenspannungen*. *Journal of Heat Treatment and Materials* **28**(3), 201–211 (1973).

- [99] Hauk, V.: *Non-destructive methods of measurement of residual stresses*. Pergamon Press, Advances in Surface Treatments. Technology–Applications–Effects **4**, 251–302 (1987).
- [100] Acker, K. V.: *Internal stress states in cold worked metals and in metal matrix composites*. Dissertation, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium (1996).
- [101] Greenough, G. B.: *Residual Lattice Strains in Plastically Deformed Polycrystalline Metal Aggregates*. Proceedings of the Royal Society **197**(1051), 556–567 (1949).
- [102] Warren, B. and Averbach, B.: *The Effect of Cold-Work Distortion on X-Ray Patterns*. Journal of Applied Physics **21**(6), 595–599 (1950).
- [103] Williamson, G. and Hall, W.: *X-ray line broadening from fided aluminium and wolfram*. Acta Metallurgica **1**(1), 22–31 (1953).
- [104] Warren, B. E.: *X-ray studies of deformed metals*. Progress in Metal Physics **8**(0), 147–202 (1959).
- [105] Wilson, A. J. C. and Wilson, A.: *X-ray Optics: the Diffraction of X-rays by Finite and Imperfect Crystals*. Methuen, London, 2. Auflage (1962).
- [106] Estevez-Rams, E., Penton-Madrigal, A., Lora-Serrano, R. and Martinez-Garcia, J.: *Direct determination of microstructural parameters from the X-ray diffraction profile of a crystal with stacking faults*. Journal of applied crystallography **34**(6), 730–736 (2001).
- [107] Ungár, T., Gubicza, J., Ribárik, G. and Borbély, A.: *Crystallite size distribution and dislocation structure determined by diffraction profile analysis: principles and practical application to cubic and hexagonal crystals*. Journal of Applied Crystallography **34**(3), 298–310 (2001).
- [108] Ungar, T.: *Microstructural parameters from X-ray diffraction peak broadening*. Scripta Materialia **51**(8), 777–781 (2004).
- [109] Ungár, T., Balogh, L. and Ribárik, G.: *Defect-Related Physical-Profile-Based X-Ray and Neutron Line Profile Analysis*. Metallurgical and Materials Transactions A **41**(5), 1202–1209 (2010).
- [110] Ribárik, G., Gubicza, J. and Ungár, T.: *Correlation between strength and microstructure of ball-milled Al–Mg alloys determined by X-ray diffraction*. Materials Science and Engineering: A **387**, 343–347 (2004).
- [111] Bragg, W. L.: *The diffraction of short electromagnetic waves by a crystal*. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society **17**, 43–57 (1913).
- [112] Miller, W. H.: *A treatise on crystallography*. J. & JJ Deighton, Cambridge (1839).
- [113] Hooke, R.: *Lectures De Potentia Restitutiva, or of Spring, Explaining the Power of Springing Bodies*. John Martyn, London (1678).

- [114] Paufler, P. and Schulze, G. E. R.: *Physikalische Grundlagen mechanischer Festkörpereigenschaften I*. Akademie-Verlag Berlin (1978).
- [115] Paufler, P. and Schulze, G. E. R.: *Physikalische Grundlagen mechanischer Festkörpereigenschaften II*. Akademie-Verlag Berlin (1978).
- [116] Haussühl, S.: *Kristallphysik*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig (1983).
- [117] Haussühl, S.: *Physical Properties of Crystals. An Introduction*. Wiley-VCH Verlag, Weinheim (2007).
- [118] Nye, C. F.: *Physical Properties of Crystals. Their representation by Tensors and Matrices*. Oxford Science Publications, Oxford University Press, Oxford (1985).
- [119] Müller, P. and Macherauch, E.: *Das $\sin^2 \psi$ -Verfahren der röntgenographischen Spannungsmessung*. Zeitschrift für angewandte Physik **13**, 305–312 (1961).
- [120] Stüwe, H. P.: *Einleitung: Anisotropie und ihre strukturellen Ursachen*. In: [279], 1–13 (1974).
- [121] Europäisches Komitee für Normung: *Non-destructive Testing – Test Method For Residual Stress Analysis By X-ray Diffraction*. EN 15305:2008, Brussels, Belgium (2008).
- [122] Baczmański, A., Wierzbowski, K., Haije, W., Helmholdt, R., Ekambaranathan, G. and Pathiraj, B.: *Diffraction Elastic Constants for Textured Materials – Different Methods of Calculation*. Crystal Research and Technology **28**(2), 229–243 (1993).
- [123] Voigt, W.: *Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotoper Körper*. Annalen der Physik **274**(12), 573–587 (1889).
- [124] Voigt, W.: *Lehrbuch der Kristallphysik*. B.G. Teubner, Leipzig (1928).
- [125] Reuss, A.: *Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle*. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik **9**(1), 49–58 (1929).
- [126] Hill, R.: *The elastic behaviour of a crystalline aggregate*. Proceedings of the Physical Society. Section A **65**(5), 349–354 (1952).
- [127] Kröner, E.: *Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls*. Zeitschrift für Physik **151**(4), 504–518 (1958).
- [128] Eshelby, J. D.: *The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences **241**(1226), 376–396 (1957).
- [129] Christ, E. and Krause, H.: *Über die Auswertung nichtlinearer $d\text{-}\sin^2 \psi$ -Verteilungen*. Zeitschrift für Metallkunde **66**, 615–618 (1975).

- [130] Dölle, H. and Hauk, V.: *Röntgenografische Spannungsermittlung für Eigenspannungssysteme allgemeiner Orientierung*. Journal of Heat Treatment and Materials **31**, 165–168 (1976).
- [131] Lode, W. and Peiter, A.: *Grundsätzliche Erweiterungsmöglichkeiten der Röntgen-Verformungsmeßtechnik*. Metall **35**, 758–762 (1981).
- [132] Houtte, P. V. and Buyser, D. L.: *The influence of crystallographic texture on diffraction measurements of residual stress*. Acta Metallurgica et Materialia **41**(2), 323–336 (1993).
- [133] Peiter, A. and Wern, H.: *Simultaneous X-ray measurements insitu of triaxial stresses, Poisson's ratio and the stress free lattice spacing*. Strain **23**(3), 103–107 (1987).
- [134] Hauk, V. and Stuitje, P. J. T.: *Röntgenographische phasenspezifische Eigenspannungsuntersuchungen heterogener Werkstoffe nach plastischer Verformung*. Zeitschrift für Metallkunde **76**, 445–451, 471–474 (1985).
- [135] Behnken, H.: *Strain-Function Method for the Direct Evaluation of Intergranular Strains and Stresses*. Physica Status Solidi (a) **177**(2), 401–418 (2000).
- [136] Possel-Dölken, I.: *Röntgenographische Bestimmung von Mikrospannungen in polykristallinen Werkstoffen und ihr Verhalten bei statischer Verformung und schwingender Beanspruchung*. Dissertation, Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen (2007).
- [137] Prevéy, P. S.: *The use of Pearson VII distribution functions in X-ray diffraction residual stress measurement*. Advances in X-ray Analysis **29**, 103–111 (1986).
- [138] McCusker, L. B., von Dreele, R. B., Cox, D. E., Louer, D. and Scardi, P.: *Rietveld refinement guidelines*. Journal of Applied Crystallography **32**(1), 36–50 (1999).
- [139] Bruker AXS Inc.: *Leptos User Manual. Version 7*. Karlsruhe (2009).
- [140] Kocks, U., Tomé, C. and Wenk, H.: *Texture and anisotropy: Preferred orientations in polycrystals and their effect on materials properties*. Cambridge University Press, Cambridge, UK (2000).
- [141] Gottstein, G.: *Physikalische Grundlagen der Materialkunde*. Springer, Berlin, 2. Auflage (2001).
- [142] Singh, A. and Schwarzer, R.: *Texture and Anisotropy of Mechanical Properties in Titanium and Its Alloys*. Zeitschrift für Metallkunde **91**(9), 702–716 (2000).
- [143] Goldschmidt, V.: *Über stereographische Projection*. Zeitschrift für Kristallographie **30**, 260–271 (1898).
- [144] Johari, O. and Thomas, G.: *Stereographic Projection*. Wiley (Interscience), New York, USA (1969).
- [145] Wenk, H.-R.: *Measurement of Pole Figures*. In: [280], 11–47 (1985).

- [146] Engler, O. and Randle, V.: *Introduction to Texture Analysis*. Taylor and Francis Group, Boca Raton, Florida, USA, 2. Auflage (2010).
- [147] Bunge, H.-J.: *Representation of Preferred Orientations*, In: [280], 73–108 (1985).
- [148] Friedrich, W., Knipping, P. and Laue, M.: *Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen*. Sitzungsberichte. Bayerische Akademie der Wissenschaften, München (1912).
- [149] Pawlik, K.: *Determination of the orientation distribution function from pole figures in arbitrarily defined cells*. Physica Status Solidi (b) **134**(2), 477–483 (1986).
- [150] Hufnagel, W.: *Aluminium Taschenbuch*. Aluminium-Verlag Düsseldorf, Düsseldorf (1988).
- [151] Skrotzki, W., Eschke, A., Jóni, B., Ungár, T., Tóth, L., Ivanisenko, Y. and Kurmanaeva, L.: *New experimental insight into the mechanisms of nanoplasticity*. Acta Materialia **61**(19), 7271–7284 (2013).
- [152] Bridgman, P. W.: *Studies in large plastic flow and fracture with special emphasis on the effects of hydrostatic pressure*. McGraw-Hill, New York, USA (1952).
- [153] Eschke, A.: *Thermische Stabilität von elektrodeponiertem submikrokristallinen Ni und Ni-Fe*. Staatsexamensarbeit, Technische Universität Dresden (2008).
- [154] Brokmeier, H.-G.: *Non-destructive evaluation of strain-stress and texture in materials science by neutrons and hard X-rays*. Procedia Engineering **10**, 1657–1662 (2011).
- [155] Brokmeier, H.-G., Gan, W., Randau, C., Völler, M., Rebelo-Kornmeier, J. and Hofmann, M.: *Texture analysis at neutron diffractometer STRESS-SPEC*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **642**(1), 87–92 (2011).
- [156] Ullemeyer, K., Spalthoff, P., Heinitz, J., Isakov, N. N., Nikitin, A. N. and Weber, K.: *The SKAT texture diffractometer at the pulsed reactor IBR-2 at Dubna: experimental layout and first measurements*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **412**(1), 80–88 (1998).
- [157] Ullemeyer, K., Spalthoff, P., Leiss, B. and Weber, K.: *TOF texture investigations of geological samples*. Physica B: Condensed Matter **276–278**, 878–879 (2000).
- [158] Hofmann, M., Seidl, G. A., Rebelo-Kornmeier, J., Garbe, U., Schneider, R., Wimpory, R. C., Wasmuth, U. and Noster, U.: *The New Materials Science Diffractometer STRESS-SPEC at FRM-II*. In: [287], Materials Science Forum **524–525**, 211–216 (2006).
- [159] Hofmann, M., Schneider, R., Seidl, G. A., Rebelo-Kornmeier, J., Wimpory, R. C., Garbe, U. and Brokmeier, H.-G.: *The new materials science diffractometer STRESS-SPEC at FRM-II*. Physica B: Condensed Matter **385–386**, 1035–1037 (2006).

- [160] Withers, P. J.: *Mapping residual and internal stress in materials by neutron diffraction*. Comptes Rendus Physique **8**(7), 806–820 (2007).
- [161] Hofmann, M. and Wimpory, R. C.: *NET TG1: Residual stress analysis on a single bead weld on a steel plate using neutron diffraction at the new engineering instrument 'STRESS-SPEC'*. International Journal of Pressure Vessels and Piping **86**(1), 122–125 (2009).
- [162] Wimpory, R. C., Ohms, C., Hofmann, M., Schneider, R. and Youtsos, A. G.: *Statistical analysis of residual stress determinations using neutron diffraction*. International journal of pressure vessels and piping **86**(1), 48–62 (2009).
- [163] McMillan, E. M.: *The synchrotron – a proposed high energy particle accelerator*. Physical Review **68**(5–6), 143–146 (1945).
- [164] Mills, D. M.: *Third-generation hard X-ray synchrotron radiation sources: source properties, optics, and experimental techniques*. John Wiley & Sons, Inc., New York, USA (2002).
- [165] Scheerbaum, N.: *Magnetische NiMnGa-Polymer-Komposite*. Dissertation, Technische Universität Dresden, Cuvillier (2009).
- [166] Hertel, I. V. and Schulz, C.-P.: *Atome, Moleküle und optische Physik*. Springer-Verlag, Berlin (2008).
- [167] Planck, M.: *Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum*. Annalen der Physik **309**(3), 553–563 (1901).
- [168] Als-Nielsen, J. and McMorrow, D.: *Elements of Modern X-ray Physics*. John Wiley & Sons, 2. Auflage (2011).
- [169] Graf, J., Wiesmann, J., Michaelsen, C., Oehr, A. and Hoffmann, C.: *Multilayer optics for high brightness X-ray sources*. Acta Crystallographica Section A **62**(a1), s94 (2006).
- [170] Montel, M.: *The X-ray microscope with catamorphic roof-shaped objective*. In: [281], 177–185 (1957).
- [171] Michaelsen, C., Wiesmann, J., Hoffmann, C., Oehr, A., Storm, A. and Seijbel, L.: *Optimized performance of graded multilayer optics for x-ray single-crystal diffraction*. In: [288], 211–219 (2004).
- [172] Storm, A. B., Michaelsen, C., Oehr, A. and Hoffmann, C.: *Multilayer optics for Mo-radiation-based crystallography*. In: [289], 177–181 (2004).
- [173] Wiesmann, J., Graf, J., Hoffmann, C., Michaelsen, C., Oehr, A., Preckwinkel, U., Yang, N., Cordes, H. and Erlacher, K.: *Microfocusing X-ray equipment for the lab diffractometer*. Joint Committee on Powder Diffraction Standards – International Centre for Diffraction Data, 29–35 (2006).

- [174] Randau, C., Garbe, U. and Brokmeier, H.-G.: *StressTextureCalculator: a software tool to extract texture, strain and microstructure information from area-detector measurements*. Journal of Applied Crystallography **44**(3), 641–646 (2011).
- [175] Bruker AXS Inc.: *General Area Detector Diffraction System (GADDS) Reference Manual. Version 4.1.xx*. Karlsruhe (2004).
- [176] Bruker AXS Inc.: *General Area Detector Diffraction System (GADDS) User Manual. Version 4.1.xx*. Karlsruhe (2005).
- [177] Bruker AXS Inc.: *MulTex 3*. Karlsruhe (2008).
- [178] Walcher, W.: *Praktikum der Physik*. B.G. Teubner Verlag, Wiesbaden, 9. Auflage (2006).
- [179] Papula, L.: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Vektoranalysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathematische Statistik, Fehler- und Ausgleichsrechnung*. Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 6. Auflage (2011).
- [180] Eschke, A.: *Analytical solution of a linear, elliptic, inhomogeneous partial differential equation with inhomogeneous mixed DIRICHLET- and NEUMANN-type boundary conditions for a special rotationally symmetric problem of linear elasticity*. Qucosa, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-149965> (2014).
- [181] Eschke, A.: *Analytical solution of a linear, elliptic, inhomogeneous partial differential equation in the context of a special rotationally symmetric problem of linear elasticity*. Qucosa, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-149970> (2014).
- [182] Wang, Y. N. and Huang, J. C.: *Texture analysis in hexagonal materials*. Materials Chemistry and Physics **81**(1), 11–26 (2003).
- [183] Biswas, S., Suwas, S., Sikand, R. and Gupta, A. K.: *Analysis of texture evolution in pure magnesium and the magnesium alloy AM30 during rod and tube extrusion*. Materials Science and Engineering: A **528**(10), 3722–3729 (2011).
- [184] von Mises, R.: *Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik **8**(3), 161–185 (1928).
- [185] Gärtner, R. R.: *Entwicklung einer optimierten Fertigungsstrategie für das Kaltrundkneten*. Shaker Verlag GmbH (1999).
- [186] Link, M.: *Untersuchung und Weiterentwicklung einer Berechnungssoftware zur Umformkraftermittlung im Bereich des Rundknetens*. Bachelorarbeit, Duale Hochschule Baden-Württemberg Karlsruhe (2012).
- [187] Bacroix, B.: *Prediction of high temperature deformation textures in fcc metals*. Dissertation, McGill University, Montreal, Canada (1986).
- [188] Murr, L. E.: *Interfacial phenomena in metals and alloys*. Addison-Wesley Publishing Company, USA (1975).

- [189] Humphrey, F. J. and Hatherly, M.: *Recrystallization and related annealing phenomena*. Elsevier Ltd., Oxford, UK, 2. Auflage (2004).
- [190] Henke, B. L., Gullikson, E. M. and Davis, J. C.: *X-Ray Interactions: Photoabsorption, Scattering, Transmission, and Reflection at $E = 50 - 30,000$ eV, $Z = 1 - 92$* . Atomic data and nuclear data tables **54**(2), 181–342 (1993).
- [191] Rollett, A. and Wright, S.: *Typical Textures in Metals*, In: [140], 178–239 (2000).
- [192] Zwicker, U.: *Titan und Titanlegierungen*. Springer-Verlag, Berlin (1974).
- [193] Yan, L., Ramamurthy, S., Noël, J. J. and Shoesmith, D. W.: *Hydrogen absorption into alpha titanium in acidic solutions*. Electrochimica acta **52**(3), 1169–1181 (2006).
- [194] Bruker AXS Inc.: *ICDD PDF Maint Database*. Karlsruhe (2009). based on [96].
- [195] Trost, A.: *Einfluß der geometrischen Größen und der Zeitkonstanten auf die Genauigkeit von Röntgeninterferenzmessungen mit einem Zählrohr-Goniometer*. Zeitschrift für Angewandte Physik **7**, 469–478 (1955).
- [196] Dölle, H. and Hauk, V.: *Gitterdehnungen in grobkörnigen kubischen Werkstoffen*. Zeitschrift für Metallkunde **71**, 708–713 (1980).
- [197] Eschke, A.: Bericht über lokale in situ Spannungsanalysen an, durch elektrolytische Deposition hergestellten submikrokristallinen Ni-Fe mittels zweidimensionaler RÖNTGENmikrobeugung. In: [290], 73–88 (2013).
- [198] Chen, J., Li, L., Weidner, D. and Vaughan, M.: *Deformation experiments using synchrotron X-rays: in situ stress and strain measurements at high pressure and temperature*. Physics of the Earth and Planetary Interiors **143**, 347–356 (2004).
- [199] Girard, J., Chen, J., Raterron, P. and Holyoke, C.: *Deformation of single crystal sample using D-DIA apparatus coupled with synchrotron X-rays: In situ stress and strain measurements at high pressure and temperature*. Journal of Physics and Chemistry of Solids **71**(8), 1053–1058 (2010).
- [200] Gharghouri, M. A., Weatherly, G. C., Embury, J. D. and Root, J.: *Study of the mechanical properties of Mg-7.7at.%Al by in-situ neutron diffraction*. Philosophical Magazine A **79**(7), 1671–1695 (1999).
- [201] Kerner, E. H.: *The elastic and thermo-elastic properties of composite media*. Proceedings of the physical society. Section B **69**(8), 808–813 (1956).
- [202] Ilchner, B.: *Hochtemperatur-Plastizität / Warmfestigkeit und Warmverformbarkeit metallischer und nichtmetallischer Werkstoffe*. Springer, Berlin (1973).
- [203] Authiera, A. and Zarembowitch, A.: *International Tables for Crystallography Volume D: Physical properties of crystals*. International Union of Crystallography, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2. Auflage (2006). <http://it.iucr.org/D/>.

- [204] Kneer, G.: *Über die Berechnung der Elastizitätsmoduln vielkristalliner Aggregate mit Textur*. Physica status solidi (b) **9**(3), 825–838 (1965).
- [205] Ikehata, H., Nagasako, N., Furuta, T., Fukumoto, A., Miwa, K. and Saito, T.: *First-principles calculations for development of low elastic modulus Ti alloys*. Physical Review B **70**(17), 174113–1–174113–8 (2004).
- [206] Allard, S.: *International Tables of Selected Constants, Metals: Thermal and Mechanical Data*. Pergamon Press, Oxford **16** (1969).
- [207] Schulze, G. E. R.: *Metallphysik: Ein Lehrbuch*. Akademie-Verlag, Berlin (1967).
- [208] Kreher, W. and Pompe, W.: *Internal stresses in heterogeneous solids*. Akademie-Verlag, Berlin (1989).
- [209] Hashin, Z. and Shtrikman, S.: *A variational approach to the theory of the elastic behaviour of polycrystals*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids **10**(4), 343–352 (1962).
- [210] Hashin, Z. and Shtrikman, S.: *A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids **11**(2), 127–140 (1963).
- [211] Kunin, I.: *Elastic media with microstructure (Three-dimensional models). Band II*. Springer Verlag, Berlin (1983).
- [212] Molinari, A., Canova, G. R. and Ahzi, S.: *A self consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity*. Acta Metallurgica **35**(12), 2983–2994 (1987).
- [213] Lebensohn, R. A. and Tomé, C. N.: *A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals: application to zirconium alloys*. Acta Metallurgica et Materialia **41**(9), 2611–2624 (1993).
- [214] Tomé, C. N. and Lebensohn, R. A.: *Manual for code VISCO-PLASTIC SELF-CONSISTENT (VPSC). Version 7b*. Los Alamos National Laboratory, USA (2007).
- [215] Lebensohn, R. A., Turner, P. A., Signorelli, J. M., Canova, G. R. and Tomé, C. N.: *Calculation of intergranular stresses based on a large-strain viscoplastic self-consistent polycrystal model*. Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering **6**(4), 447–465 (1998).
- [216] Masson, R., Bornert, M., Suquet, P. and Zaoui, A.: *An affine formulation for the prediction of the effective properties of nonlinear composites and polycrystals*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids **48**(6), 1203–1227 (2000).
- [217] Hutchinson, J.: *Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials*. Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences **348**(1652), 101–127 (1976).
- [218] Taylor, G. I.: *Plastic Strain in Metals*. Journal of the Institute of Metals **62**, 307–324 (1938).

- [219] Sachs, G.: *Zur Ableitung einer Fließbedingung*. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure **72**, 734–736 (1928).
- [220] Molinari, A. and Tóth, L. S.: *Tuning a self consistent viscoplastic model by finite element results–I. Modeling*. Acta metallurgica et materialia **42**(7), 2453–2458 (1994).
- [221] Beyerlein, I. J. and Tóth, L. S.: *Texture evolution in equal-channel angular extrusion*. Progress in Materials Science **54**(4), 427–510 (2009).
- [222] Haasen, P.: *Physikalische Metallkunde*. Springer-Verlag, Berlin, 3. Auflage (1994).
- [223] Alder, J. F. and Phillips, V. A.: *The effect of strain rate and temperature on the resistance of aluminium, copper, and steel to compression*. Journal of the Institute of Metals **83**, 80–86 (1954).
- [224] May, J., Höppel, H. W. and Göken, M.: *Strain rate sensitivity of ultrafine-grained aluminium processed by severe plastic deformation*. Scripta Materialia **53**(2), 189–194 (2005).
- [225] Wei, Q., Cheng, S., Ramesh, K. T. and Ma, E.: *Effect of nanocrystalline and ultrafine grain sizes on the strain rate sensitivity and activation volume: fcc versus bcc metals*. Materials Science and Engineering: A **381**(1–2), 71–79 (2004).
- [226] Song, Y., Guan, Z., Li, Z. and Wang, M.: *Theoretical and metrical standardization of strain rate sensitivity index*. Science in China Series E: Technological Sciences **50**(6), 714–735 (2007).
- [227] Gottstein, G.: *Physical foundations of materials science*. Springer-Verlag, Berlin (2004).
- [228] Beausir, B., Tóth, L. S. and Neale, K. W.: *Role of strain-rate sensitivity in the crystal plasticity of hexagonal structures*. International Journal of Plasticity **23**(2), 227–243 (2007).
- [229] Suwas, S., Beausir, B., Tóth, L., Fundenberger, J.-J. and Gottstein, G.: *Texture evolution in commercially pure titanium after warm equal channel angular extrusion*. Acta Materialia **59**(3), 1121–1133 (2011).
- [230] Frost, H. J. and Ashby, M. F.: *Deformation-Mechanism Maps, The Plasticity and Creep of Metals and Ceramics*. Pergamon Press, New York, 1. Auflage (1982).
- [231] Jia, D., Wang, Y. M., Ramesh, K. T., Ma, E., Zhu, Y. T. and Valiev, R. Z.: *Deformation behavior and plastic instabilities of ultrafine-grained titanium*. Applied Physics Letters **79**(5), 611–613 (2001).
- [232] Arzaghi, M., Beausir, B. and Tóth, L. S.: *Contribution of non-octahedral slip to texture evolution of fcc polycrystals in simple shear*. Acta Materialia **57**(8), 2440–2453 (2009).

- [233] Bunge, H. J. and Morris, P. R.: *Texture analysis in materials science: Mathematical methods*. Butterworths, London (1982).
- [234] Hünsche, I.: *Einfluss thermomechanischer Behandlung auf die Mikrostruktur- und Texturentwicklung in Molybdänblechen*. Dissertation, Technische Universität Dresden (2008).
- [235] Leibenzon, L.: *Variational methods of solution of problems in theory of elasticity*. Gostekhizdat, Moscow (1943).
- [236] Leibenzon, L.: *Application of Harmonic Functions to the Stability Problem of Spherical and Cylindrical Shells (Collected Works)*. Izd. Akad. Nauk SSSR, Moscow I (1951).
- [237] Saito, H.: *The axially symmetrical deformation of a short cylinder*. Transaction of the JSME **18**, 21–28 (1952). <Japanisch>.
- [238] Kochendörfer, R. and Kratzer, A.: *Mathematik und ihre Anwendungen in Physik und Technik*. Reihe A, Band 27. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig (1959).
- [239] Müller, W.: *Theorie der elastischen Verformung*. In: [238], 1–327 (1959).
- [240] Vogel, U.: *Der Biege- und Membranspannungszustand der rechteckigen orthotropen Platte mit grosser Durchbiegung unter gleichmässig verteilter Volllast bei navierschen Randbedingungen, näherungsweise behandelt mit Hilfe der Energie-Methode*. Dissertation, Technische Hochschule Stuttgart (1961).
- [241] Lekhnitskiĭ, S.: *Theory of elasticity of an anisotropic body*. Mir publishers, Moscow (1981).
- [242] Altenbach, H., Altenbach, J. and Rikards, R.: *Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke*. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart (1996).
- [243] Chau, K. T. and Wei, X. X.: *Finite solid circular cylinders subjected to arbitrary surface load. Part I – Analytic solution*. International Journal of Solids and Structures **37**(40), 5707–5732 (2000).
- [244] Guldberg, A.: *Partielle und totale Differentialgleichungen*. In: [282], 561–578 (1927).
- [245] Sternberg, W.: *Die Theorie der Randwertaufgaben im Gebiete der partiellen Differentialgleichungen*. In: [283], 1107–1188 (1929).
- [246] Бабляян, А. А.: *Об одной задаче осесимметричной деформации круглого цилиндра конечной длины из трансверсально-изотропного материала*. Доклады Академии Наук Армянской ССР **32**(4), 189–195 (1961).
- [247] Бабляян, А. А.: *К задаче осесимметричной деформации круглого цилиндра конечной длины из трансверсально-изотропного материала*. Известия Академии Наук Армянской ССР, Физико-математические науки **14**(4), 61–70 (1961).

- [248] Babloyan, A. A.: *On a problem of the axially symmetric deformation of a finite-length circular cylinder of transversely isotropic material*. Dokl. Akad. Nauk Arm. SSR **32**(4), 189–195 (1961). <Russisch>.
- [249] Babloyan, A. A.: *On problem of the axially symmetric deformation of a finite-length circular cylinder of transversely isotropic material*. Izv. Akad. Nauk Arm. SSR, Fiz.-mat. Nauki **14**(4), 61–70 (1961). <Russisch>.
- [250] Wei, X. X. and Chau, K. T.: *Finite solid circular cylinders subjected to arbitrary surface load. Part II – Application to double-punch test*. International Journal of Solids and Structures **37**(40), 5733–5744 (2000).
- [251] Chau, K. T. and Wei, X. X.: *A new analytic solution for the diametral point load strength test on finite solid circular cylinders*. International Journal of Solids and Structures **38**(9), 1459–1481 (2001).
- [252] Shao, Z. S.: *Mechanical and thermal stresses of a functionally graded circular hollow cylinder with finite length*. International Journal of Pressure Vessels and Piping **82**(3), 155–163 (2005).
- [253] Stöcker, H.: *Taschenbuch der Physik*. Harri Deutsch, 5. Auflage (2007).
- [254] Stephani, H.: *Differentialgleichungen. Symmetrien und Lösungsmethoden*. Spektrum Akademischer Verlag, Berlin (1994).
- [255] Merziger, G., Mühlbach, G., Wille, D. and Wirth, T.: *Formeln + Hilfen zur Höheren Mathematik*. Binomi Verlag, Springe, 4. Auflage (2004).
- [256] Göldner, H.: *Lehrbuch Höhere Festigkeitslehre. Band 2*. VEB Fachbuchverlag Leipzig, 2. Auflage (1989).
- [257] Stephani, H.: *Allgemeine Relativitätstheorie. Eine Einführung in die Theorie des Gravitationsfeldes*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 3. Auflage (1988).
- [258] Başar, Y. and Weichert, D.: *Nonlinear Continuum Mechanics of Solids. Fundamental mathematical and physical concepts*. Springer, Berlin (2000).
- [259] Schade, H. and Neemann, K.: *Tensoranalysis*. Walter de Gruyter, Berlin, 3. Auflage (2009).
- [260] Christoffel, E. B.: *Über die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades*. Journal für die reine und angewandte Mathematik **70**, 46–70 (1869).
- [261] Eringen, A. C.: *Nonlinear Theory of Continuous Media*. McGraw-Hill Book Company, Inc., London, UK (1962).
- [262] Haynes, W. M.: *Handbook of Chemistry and Physics*. CRC press, Boca Raton, US, 92. Auflage (2011).

- [263] Burg, K., Haf, H., Wille, F. and Meister, A.: *Partielle Differentialgleichungen und funktionalanalytische Grundlagen*. Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 5. Auflage (2010).
- [264] Kreher, W.: *Report MPG/DD1/921124. Thermische Eigenspannungen in einem doppelwandigen Hohlzylinder*. Technical report, Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V., Technische Universität Dresden (1992).
- [265] Şanal, Z.: *Mathematik für Ingenieure. Grundlagen, Anwendungen in Maple und C++*. Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden, 2. Auflage (2009).
- [266] Kuhlich, W., Pfeifer, H. and Vanselow, R.: *Partielle Differentialgleichungen*. Technische Universität Dresden (2014).
- [267] Wilbraham, H.: *On a certain periodic function*. The Cambridge and Dublin Mathematical Journal **3**, 198–201 (1848).
- [268] Gibbs, J. W.: *Fourier's series*. Nature **59**, 200 (1898).
- [269] Gibbs, J. W.: *Fourier's series*. Nature **59**, 606 (1899).
- [270] Arfken, G.: *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press Inc., London (1969).
- [271] Taylor, B.: *Methodus Incrementorum Directa et Inversa*. Impensis Gulielmi Innys, London (1715).
- [272] Kamke, E.: *Differentialgleichungen: Lösungsmethoden und Lösungen*. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig, 5. Auflage (1956).
- [273] Abramowitz, M. and Stegun, I.: *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, New York (1965).
- [274] Sieber, N. and Sebastian, H.-J.: *Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler, Ökonomen, Landwirte. Band 12: Spezielle Funktionen*. BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1. Auflage (1977).
- [275] Bachmann, P. G. H.: *Analytische Zahlentheorie. Band 2*. B.G. Teubner (1894).
- [276] Landau, E.: *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen. Band 1*. B.G. Teubner (1909).
- [277] Hufenbach, W. A. (Hrsg.): *ECEMP – European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden. Hightech – Made in Germany – Created in Saxony. International Colloquium of the Cluster of Excellence ECEMP 2010*. ECEMP, Dresden (2010).
- [278] Hufenbach, W. A. and Gude, M. (Hrsg.): *ECEMP – European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden. Spitzentechnologie als Wegbereiter für Energietechnik, Umwelttechnik und Leichtbau. Internationales Kolloquium des Spitzentechnologieclusters ECEMP 2011*. ECEMP, Dresden (2011).
- [279] Stüwe, H. P. (Hrsg.): *Mechanische Anisotropie*. Springer-Verlag, Wien (1974).

- [280] Wenk, H.-R. (Hrsg.): *Preferred Orientation in Deformed Metals and Rocks: An Introduction to Modern Texture Analysis*. Academic Press, Inc., Orlando, FL, USA (1985).
- [281] Coslett, V. E., Engström, A. and Pattee, H. H. (Hrsg.): *X-ray Microscopy and Microradiography*. Academic Press Inc., New York, USA (1957).
- [282] Salkowski, E. (Hrsg.): *Repertorium der höheren Mathematik. Repertorium der höheren Analysis. 2. Teilband*. Verlag von B.G. Teubner, Leipzig, 2. Auflage (1927).
- [283] Salkowski, E. (Hrsg.): *Repertorium der höheren Mathematik. Repertorium der höheren Analysis. 3. Teilband*. Verlag von B.G. Teubner, Leipzig, 2. Auflage (1929).
- [284] Tewari, A., Suwas, S., Srivastava, D., Samajdar, I. and Haldar, A. (Hrsg.): *Textures of Materials – ICOTOM 16*. Trans Tech Publications, Switzerland (2012).
- [285] Görtler, H. (Hrsg.): *Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik*. B.G. Teubner, Wiesbaden (1985).
- [286] Hufenbach, W. A. and Gude, M. (Hrsg.): *2nd Workshop of the ECEMP International Graduate School*. ECEMP, Meißen (2011).
- [287] Reimers, W. and Quander, S. (Hrsg.): *Residual Stresses VII, ECRS7*. Trans Tech Publications, Switzerland (2006).
- [288] Khounsary A. M., Dinger, U. and Ota, K. (Hrsg.): *Advances in Mirror Technology for X-Ray, EUV Lithography, Laser, and Other Applications*. Proceedings of SPIE Vol. 5193, San Diego, California, USA (2003).
- [289] MacDonald, C. A., Macrander, A. T., Ishikawa, T., Morawe, C., Wood, J. L. (Hrsg.): *X-Ray Sources and Optics*. Proceedings of SPIE Vol. 5537, Denver, Colorado, USA (2004).
- [290] Hufenbach, W. A. and Gude, M. (Hrsg.): *4th Workshop of the ECEMP International Graduate School*. ECEMP, Radeberg (2013).

Liste eigener wissenschaftlicher Beiträge/Publikationen

Wissenschaftliche Artikel

1. **Eschke, A.:** Bericht über lokale Texturuntersuchungen an, durch akkumuliertes Rundkneten prozessierten Ti/Al Verbunddrähten mittels zweidimensionaler RÖNTGENmikrobeugung. In: Hufenbach, W. A. and Gude, M. (Hrsg.): *2nd Workshop of the ECEMP International Graduate School*, 113–124. ECEMP, Meißen (2011).
2. Scharnweber, J., Romberg, J., Chekhonin, P., **Eschke, A.**, Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Freudenberger, J., Schultz, L., Siegel, U., Kühn, U. and Eckert, J.: *Leichtmetall-Kompositbleche*. In: Hufenbach, W. A. and Gude, M. (Hrsg.): *ECEMP – European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden. Spitzentechnologie als Wegbereiter für Energietechnik, Umwelttechnik und Leichtbau. Internationales Kolloquium des Spitzentechnologieclusters ECEMP 2011*, 273–282. ECEMP, Dresden (2011).
3. Marr, T., Freudenberger, J., Seifert, D., Klauß, H., Romberg, J., Okulov, I., Scharnweber, J., **Eschke, A.**, Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Kühn, U., Eckert, J. and Schultz, L.: *Ti-Al Composite Wires with High Specific Strength*. *Metals* **1**(1), 79–97 (2011).
4. **Eschke, A.:** Bericht über lokale Spannungsuntersuchungen an, durch akkumuliertes Rundkneten prozessierten Ti/Al Verbunddrähten mittels zweidimensionaler RÖNTGENmikrobeugung. In: Hufenbach, W. A. and Gude, M. (Hrsg.): *3rd Workshop of the ECEMP International Graduate School*, 55–66. ECEMP, Chemnitz (2012).
5. Scharnweber, J., Romberg, J., **Eschke, A.**, Oertel, C.-G., Marr, T., Freudenberger, J., Schultz, L., Okulov, I., Kühn, U., Eckert, J. and Skrotzki, W.: *Microstructure, texture and mechanical properties of light metal laminated composites*. Proc. 19th Int. Symp. on Plasticity & its Current Applications: Analytical, Computational, and Experimental Inelasticity in Deformable Solids (2013).
6. Marr, T., Freudenberger, J., Kauffmann, A., Romberg, J., Okulov, I., Petters, R., Scharnweber, J., **Eschke, A.**, Oertel, C.-G., Kühn, U., Eckert, J., Skrotzki, W. and Schultz, L.: *Processing of Intermetallic Titanium Aluminide Wires*. *Metals* **3**(2), 188–201 (2013).
7. **Eschke, A.:** Bericht über lokale in situ Spannungsanalysen an, durch elektrolytische Deposition hergestellten submikrokristallinen Ni-Fe mittels zweidimensionaler RÖNTGENmikrobeugung. In: Hufenbach, W. A. and Gude, M. (Hrsg.): *4th Workshop of the ECEMP International Graduate School*, 73–88. ECEMP, Radeberg (2013).
8. Skrotzki, W., **Eschke, A.**, Jóni, B., Ungár, T., Tóth, L., Ivanisenko, Y. and Kurmanaeva, L.: *New experimental insight into the mechanisms of nanoplasticity*. *Acta Materialia* **61**(19), 7271–7284 (2013).
9. Romberg, J., Freudenberger, J., Scharnweber, J., Gaitzsch, U., Marr, T., **Eschke, A.**, Kühn, U., Oertel, C.-G., Okulov, I., Petters, R., Skrotzki, W., Eckert, J. and Schultz, L.: *Metallographic preparation of Aluminium-Titanium Composites*. *Practical Metallography* **50**(11), 739–753 (2013).

10. **Eschke, A.**, Scharnweber, J., Romberg, J., Oertel, C.-G., Marr, T., Freudenberger, J., Schultz, L., Okulov, I., Kühn, U., Eckert, J. and Skrotzki, W.: *High strength light-metal composites*. Proc. 20th Int. Symp. on Plasticity & its Current Applications: Multi-scale Modeling and Plasticity Characterization of Advanced Materials (2014).
11. **Eschke, A.**, Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Okulov, I., Kühn, U. and Eckert, J.: *Texture development in Ti/Al filament wires produced by accumulative swaging and bundling*. Materials Science and Engineering: A **607**(0), 360–367 (2014).
12. Skrotzki, W., **Eschke, A.**, Okulov, I., Romberg, J., Scharnweber, J., Marr, T., Petters, R., Oertel, C.-G., Freudenberger, J., Kühn, U., Schultz, L. and Eckert, J.: *Processing of high strength light-weight metallic composites*. Advanced Engineering Materials **16**(10), 1208–1216 (2014).
13. **Eschke, A.**, Zinn, W., Marr, T., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Schultz, L. and Eckert, J.: *Local stress gradients in Ti/Al composite wires determined by two-dimensional X-ray micro diffraction*. Materials Science and Engineering: A **616**(0), 44–54 (2014).
14. **Eschke, A.** and Vanselow, R.: *Analytical solution of a linear, elliptic, inhomogeneous partial differential equation with inhomogeneous DIRICHLET- type boundary conditions for a special rotationally symmetric problem of linear elasticity*. ZAMM – Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (2014). <currently in review>.
15. **Eschke, A.**: *Analytical solution of a linear, elliptic, inhomogeneous partial differential equation with inhomogeneous mixed DIRICHLET- and NEUMANN-type boundary conditions for a special rotationally symmetric problem of linear elasticity*. Qucosa, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-149965> (2014).
16. **Eschke, A.**: *Analytical solution of a linear, elliptic, inhomogeneous partial differential equation in the context of a special rotationally symmetric problem of linear elasticity*. Qucosa, <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:14-qucosa-149970> (2014).

Konferenz- und Tagungsbeiträge

1. **Eschke, A.**: *Local texture and stress measurements on submicro-/nanocrystalline gradient materials*. 1st Workshop of the ECEMP International Graduate School, Holzhau (23.09.2010). Vortrag.
2. **Eschke, A.**, Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Kaiser, M., Kühn, U., Siegel, U. and Eckert, J.: *Local texture and stress measurements on submicro-/nanocrystalline gradient materials*. 1st International ECEMP Colloquium, Dresden (2010). Poster.
3. **Eschke, A.**: *Local texture measurements on ASB Ti-Al by XRD²*. 2nd Workshop of the ECEMP International Graduate School, Meißen (30.09.2011). Vortrag.

4. **Eschke, A.**, Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Kaiser, M., Kühn, U., Siegel, U. and Eckert, J.: *Local texture measurements on ASB Ti-Al by XRD²*. 2nd International ECEMP Colloquium, Dresden (2011). Poster.
5. Oertel, C.-G. and **Eschke, A.**: *RÖNTGENdiffraktometrie – Grundlagen, Möglichkeiten und Anwendungen*. ECEMP Doktorandenseminar, Dresden (23.03.2012). Vortrag.
6. **Eschke, A.**, Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Kühn, U., Siegel, U. and Eckert, J.: *Texture gradient in ultrafine-grained Ti/Al composite wires produced by accumulative swaging and bundling*. DPG Frühjahrstagung, Berlin (2012). Poster.
7. Marr, T., Knauer, E., Freudenberger, J., **Eschke, A.**, Martin, U. and Schultz, L.: *Room temperature deformation of MgAZ31 to high deformation strain*. 9th International Conference on Magnesium Alloys and their Applications, Vancouver (2012). Poster.
8. **Eschke, A.**: *Lokale XRD²-Spannungsmessungen an ASB Ti/Al*. 3rd Workshop of the ECEMP International Graduate School, Chemnitz (27.09.2012). Vortrag.
9. **Eschke, A.**, Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Kühn, U., Siegel, U. and Eckert, J.: *Local stress measurements on ASB Ti-Al by XRD²*. 3rd International ECEMP Colloquium, Dresden (2012). Poster.
10. Oertel, C.-G. and **Eschke, A.**: *Lokaltexturanalyse mittels RÖNTGENbeugung*. DGM Texture Workshop, Dresden (25.-26.02.2013). Vortrag.
11. **Eschke, A.**: *Spatially resolved XRD² texture & stress measurements on ASB Ti/Al*. DGM Verbundwerkstoffe, Karlsruhe (03.07.2013). Vortrag.
12. **Eschke, A.**, Scharnweber, J., Oertel, C.-G., Skrotzki, W., Marr, T., Romberg, J., Freudenberger, J., Schultz, L., Okulov, I., Kühn, U. and Eckert, J.: *Spatially resolved XRD² texture & stress measurements on ASB Ti/Al*. DGM Verbundwerkstoffe, Karlsruhe (2013). Poster.
13. **Eschke, A.**: *Lokale in situ Spannungsanalyse mittels 2D RÖNTGENdiffraktometrie*. 4th Workshop of the ECEMP International Graduate School, Radeberg (27.09.2013). Vortrag.
14. **Eschke, A.**: *Lokale Spannungsanalyse mittels 2D RÖNTGENmikrodiffraktometrie*. AWT FA 13 Eigenspannungen, Herbsttagung, Ettlingen (12.11.2013). Vortrag.





Index

- δ -TiH₂, 61
- ϕ -Integral-Verfahren, 16
- ψ -Differential-Verfahren, 16
- ψ' -Aufspaltung, elliptische, 16
- ψ' -split, elliptical, 16
- $\sin^2 \psi$, 65
- $\sin^2 \psi$ -Methode, 14, 16, 65
(Versetzung-)Gleitung, 89
- 2D Detektor, 26
- zweidimensional (2D) Detektor, 26
- RÖNTGENreflex, 43
- RÖNTGENröhre, konventionell, 36
- RÖNTGENstrahlung, 35
- Äquivalenz, 119
- Äthanol, 32
- Überschätzung, 53
- äquigranular, 47
- äquivalent, 35, 69
- örtlich, 127, 128
- 0D Detektor, 16, 26, 41
- 1D, 85
- 1D Detektor, 16, 26, 41
- 2D Detektor, 37, 38
- 2D Pattern, 26, 38–41, 43, 65, 66, 68
- 2D Röntgenbeugung (XRD²), 8
- 2D Röntgenografische Spannungsanalyse, 8
- 2D X-ray diffraction (XRD²), 8
- 2D X-ray diffraction stress analysis (XRD²-sa), 8
- 3D, 22, 54, 129
- AA 5049, 28
- Abbruchkriterium, 117
- Aberration, relativistische, 36
- Ableitgeschwindigkeit, 89
- Abhängigkeit, 26, 60
- Abklinglänge, 59
- Abklingverhalten, 19
- Ableitung, 107–109
- Ableitung, kovariante, 107–109
- Ableitung, partielle, 108
- Abschwächung, 75
- Abschätzung, 53, 82, 85, 88, 90, 91, 95, 131
- Absorptionskorrektur, 25
- accumulative roll bonding (ARB), 2
- accumulative shear amount, 29
- accumulative swaging and bundling (ASB), 2
- Aceton, 32
- Achse, 18, 85
- Achsen, 84
- ADC, 25, 26, 40
- affin, 89
- Aggregat, 89
- akkumuliert, 84
- akkumulierte Scherung, 29
- Akkumuliertes Walzen/Walzplattieren (ARB), 2
- Al, 30
- Algorithmik, 88
- Algorithmus, 89, 117
- Analyse, 36, 56, 60, 61, 90, 127
- analytisch, 105, 106, 110, 112, 117–119, 127, 129, 130
- analytisches Modells von Eshelby, 16
- Anfangswert, 117
- anisotrop, 21, 89, 131
- Anisotropie, 131, 132
- Anisotropiefaktor, 131
- Annahme, 19, 20, 85, 105, 116
- Anode, 32
- Anpassung, 110
- Anpressdruck, 32
- Ansatz, 5, 16, 27, 53, 66, 86, 105, 106, 110–112, 116
- Anstieg, 118
- antizipiert, 54
- Anwendungssituation, 34
- Anzahl Hübe, 28
- Anzahl Stiche, 28
- applied stress, 11
- Applikation, 67
- Approximation, 84, 85, 88, 89, 104
- ARB, 2, 5, 6, 29, 30, 41
- ARB Prozessschema, 29



- Arbeitsabstand, 37
arbitrarily defined cells (ADC), 25, 40
Archimedesches Prinzip, 86
ASB, 2, 3, 6, 27–30, 40, 41, 43, 46, 47, 49, 54–56, 58–62, 64, 66, 75, 77, 81–84, 86, 88–91, 95, 104, 106, 107, 109, 116, 123, 127–129, 131
ASB Prozessschema, 27
ASB Stahlkomposit, 29
Aspekt, 95, 104, 127
assembly of filaments, 55
Assessment, 105
Atomkern, 34
Atomprozent, 31, 67
attenuation, 75
attenuation length, 59
Auflösung, 40, 67, 91, 98, 127, 128
Auflösung, spektrale, 35
Auflösungsvermögen, 32, 39, 79
Ausdehnungskoeffizient, 106, 107
Ausgangsmaterial, 30, 40, 43, 45, 48, 60, 106
Ausgangstextur, 95, 98, 104
Ausgangszustand, 47, 69, 88, 91, 127
Ausgleichskurven, polynomiale, 53, 55
Auswertalgorithmen, 74
Auswertalgorithmik, 44
automatisierte Scan-Messungen, 41
Automatisierung, 43
Außenfläche, 79
axial, 47
Axialspannungskomponente, 79
Azimutalwinkel, 17, 77, 86
Azimutalwinkels, 24

backscattered electron (BSE), 43
backward diffraction measurement mode, 75
Bandbreite, 35
Basis, 88
Basisebene, 61
Basismaterial, 131
BC, 105, 117–119, 125
beam size, 36
Belastungsrichtung, 71
Belegungsdichte, 26
Beobachtung, 55, 72, 79, 83, 84, 98, 104
Beobachtungen, 119
Beschränktheit, 112, 114

Besselfunktion, 124
Betriebsart, 34
Betriebsdaten, 37
Beugung, 35, 42
Beugungsexperiment, 34
Beugungsamplitude, 35
Beugungsbedingung, 24
Beugungsbild, 24
Beugungsexperiment, 36
Beugungsintensität, 34
Beugungsintensitätswerte, 76
Beugungskegel, 24
Beugungskegel(rand), 18
Beugungskegel(sektor), 19
Beugungskegelschnitt, 66
Beugungskegelsektors, 41
Beugungskegelverzerrung, 76
Beugungslinie, 59
Beugungsmethode, zerstörungsfreie, 33
Beugungspeak, 41
Beugungsreflex, 19
Beugungsring, 17
Beugungssignal, 26, 42
Beugungsvektor, 18, 24
bevorzugte Orientierung, 21
biaxial, 58
biaxial with shear (BWS), 16
bilinear, 118, 122
bimodal, 46
Blechnormalenrichtung, 30
BMBF, 1
bonding, 56
bottom-up, 2, 30
boundary value problem (BVP), 105
Bragg-Bedingung, 13
Bragg-Brentano-Geometrie, 38
Braggpeaks, 70
Braggsche Gleichung, 13
Braggsches Beugungsgesetz, 13, 24
Braggsches Reflexionsgesetzes, 13
Braggwinkel, 13, 24, 70, 75
Brilliance, 38
Bruker AXS D8 Discover, 36
Bruker AXS D8 Discover Röntgendiffraktometer, 36

Index





- BSE, 45
Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF), 1
Bunge-Notation, 20, 40
BVP, 105–107, 110, 112, 117
BWS, 19, 20, 84
- CAS, 115
Cauchyscher Spannungstensor, 8
Charakteristik, 105
charakteristisch, 50, 67
Christoffelsymbol, 107, 108
compliance tensor, 85
conventional X-ray diffraction (cXRD), 8
conventional X-ray diffraction stress analysis (cXRD-sa), 8
conventional X-ray diffraction texture analysis (cXRD-ta), 26
Copper (Cu), 50
Cu, 50, 128
Cu*, 50, 128
Cu-K_α, 59, 65
Cu-K_α, 37, 66, 76
Cu-K_{α1}, 37
Cu-K_{α2}, 37
Cube, 50
cXRD, 8, 34, 64–67, 128
cXRD-sa, 8, 11, 13, 14, 16–20, 41, 65–67
cXRD-ta, 26
- Daten(punkt), 41
Datenakquise, 42
Datenakquisitionsparameter, 65
Debye-Scherrer Ring, 17, 39
Definition, 105, 108, 109
Defokussierung, 39
Defokussierungskorrektur, 39
Deformation, 81, 91, 95, 104, 106, 113
Deformation, ebene, 113
Deformationskraft, 7
Deformationsmechanismen, 74
Deformationsmodi, 126
Deformationsmodus, 95
Deformationstextur, 98
Dehnratenempfindlichkeit, 89
Dehnung, 81, 105, 106
Dehnung, ebene, 50
Dehnungsinkompatibilität, 106
Dehnungsinkrement, 91, 95
Dehnungsratenempfindlichkeit, 91
Dehnungsratentensor, 89
Dehnungstensor, 13, 105, 112
destilliertes Wasser, 32
DESY, 41
Detektor, 16, 26, 41
Detektor(arbeits)abstand, 75
Detektorabstand, 38
Detektorauflösung, digitale, 38
Detektorauflösungsmodi, digitale, 38
Detektorfenster, 38, 66
Detektorposition, 43
Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY), 41
deviatorisch, 80, 89, 110
Dichte, 130
Dichtefunktion, 25
Dichtefunktion, normierte, 25
Differential, 113
Differentialgleichung, 105, 113
Differentialgleichung, Eulersche, 113
Differentialgleichung, gewöhnliche (ODE), 113
Differentialterm, 107
Differenzierung, 80, 98
diffraction cone distortion fit method, 19
diffraction elastic constant (DEC), 15
Diffraktometer, 41
Diffraktometerebene, 26, 66
Dimension, 98, 113
Dimensionsparameter, 113
Dirichlet, 118, 125
Diskrepanz, 81, 82, 88, 115
Diskretisierung, 26, 40, 95, 104
Distribution, 46
Divergenz, 66
Divergenz, Winkel-, 36
dominant, 88, 91
Doppelfasertextur, 49, 53, 95, 127, 128, 131
Doppelfasertexturgradient, 56
Drahtachse, 61
Drahtquerschnitt, 52
Druckeigenspannung, 115
Druckspannung, 9, 61, 79, 80, 83, 84, 129
Druckspannungen, 61





- Dualität, 20
 Duhamel-Neumann-Gesetz, 106
 Duktilität, 6, 30, 84
 dynamischer Bereich, 38
 Dünnschichtsysteme, multiple, 26
- E-Modul, 73, 74, 85–88, 128, 130–132
 E-modul, 85, 129
 eben, 58, 113
 Ebene, 11, 18, 61
 Ebene, kristallografische, 50
 EBSD, 68, 71
 ECAP, 91
 ECEMP, 3, 36
 ED, 2, 30, 31, 33, 41, 42, 67–73
 EDX, 61, 67, 68
 EFA, 88
 effective field approximation (EFA), 88
 effektiv, 89
 Effizienz, 67
 EFRE, 3, 36
 Eigenschaft, mechanische, 30
 Eigenspannung, 64, 72, 83, 106, 131
 Eigenspannung dritter Art, 12
 Eigenspannung erster Art, 12
 Eigenspannung zweiter Art, 12
 Eigenspannung, interne, 11
 Eigenspannung, residual stress (RS), 7
 Eigenspannungsarten, 80
 Eigenspannungsverteilung, 77
 Eigenspannungszustand, 129
 Eigenvektoren, 11
 Eigenwerte, 10
 Einbettkombination, 31
 Eindringtiefe, 17, 19, 32, 34, 36, 59, 66, 76, 79
 Einfachscheranteil, 90
 Einkristall, 64
 Einkristalldaten, 15
 Einkristallwert, 85
 Einlaufwinkel, 84
 Einlaufwinkel der Hämmerbacken, 28
 einphasig, 60, 85
 einphasiges polykristallines Material, 11
 Einstein, 105
 Einsteinschen Summenkonvention, 9, 105
 Einzel(korn)orientierungen (SGO), 91
 Einzel-Peakauswertung, 65, 70, 75, 76
 elaboriert, 35
 elasticity tensor, 13
 elastisch, 54, 69, 85, 86, 105, 106, 131, 132
 elastische Anisotropie, 15
 Elastizitätstensor, 13, 107
 Elastizitätstheorie, 20, 105
 electro-deposition (ED), 2
 electron backscatter diffraction (EBSD), 68
 Elektroerosion, 33
 Elektrolyt, 32
 elektrolytisch, 61
 Elektrolytische Deposition (ED), 2
 elektromagnetischer Strahl, 35
 Elektron, 34
 Element, 83
 Elementanalyse, 67
 ellipsoidal, 89, 91
 elliptisch, 112, 117
 elliptischer Einschluss, 16
 Elongation, 90, 98, 104
 empirisch, 115
 Endaußendurchmesser, 28
 Endtextur, 95
 Energie, 36
 Energiebereich, 35
 energiedispersive Röntgenspektrometrie (EDX), 61
 energy dispersive X-ray spectrometry (EDX), 61
 entkoppelt, 117
 Entwicklung, 53, 123, 125, 127
 Entwicklungskoeffizient, 25
 Entwicklungspunkt, 123, 125
 equal channel angular extrusion (ECAE), 2
 Ergebnisqualität, 116
 Essigsäure, 32
 Euler, 113
 Eulerraum, 22, 23, 26, 49, 52
 Eulerwiege, 18, 36
 Eulerwinkel, 20, 23, 40
 European Centre for Emerging Materials and Processes Dresden (ECEMP), 3
 Europäischer Fonds für regionale Entwicklung (EFRE), 3, 36
 Evolution, 58, 83





- Existenz, 61, 76, 106, 112
Experiment, 88, 115
Extensionsrichtung, 50
Extrapolation, 20
extrudiert, 47
Extrusion, 49, 50, 62, 127
Extrusionstextur, 59, 127
Extrusionstexturkomponente, 59
- face-centered cubic (fcc), 31
Faktor, 36
Faktoren, 25
Fallstudie, 118
Fasermaximalwert, integrierter, 53
Fasertextur, 47, 49, 50, 52–54, 59, 61, 62, 68, 95, 127, 131
Fasertexturgradient, 60
Fasertexturintensität, 83
Fasertexturtyp, 61
fcc, 31, 49, 50, 56, 58, 61, 70, 91, 127, 132
Fehlpassung, 81
Feine Körnung, fester Werkstoff, 3
feinkörnig (FK), 26
Feld, 105
Feldapproximation, effektive (EFA), 88
FEM, 54, 81, 88, 129
Festigkeit, 30, 60, 80, 83, 129
Festigkeitssteigerung, 131
Festkörper, 79
fil.c., 54, 61
Filament, 55, 62, 77, 128
Filamente, 54
Filamentzentrum, 54
filamentär, 55, 61
Finite Elemente Methoden (FEM), 54
Fit, 90, 98
Fit-Methoden, 19
Fit-Parameter, 115
FK, 26
Fleckigkeit, 26
Fließspannung, 130
Fließspannung, 1, 82, 106
flood field correction, 38
Flugzeitmethode, 35
Fluktuation, 80
Fluoreszenz, 39
Fluss, 37, 60
Fluss, plastischer, 54, 128
Flussrate, 32
Fläche, 35
Flächenberührung, 58
Flächendetektors, 26
Flächennormaleneinheitsvektor, 9
Flächenverzerrungsfaktor, 40
fokussierend, 38
Fokussierstrahlgeometrie, 37
Formalismus, 89
formschlüssig, 42
Formänderungsvermögen, 84
Forschungs-Neutronenquelle Heinz Maier-Leibnitz (FRM II), 41
forward diffraction measurement mode, 75
Fourier, 118, 119
Fourierentwicklung, 16
Fouriermethode, 118, 119
Frame, 65, 75
Freie-Elektronen-Laser, 35
Freiheitsgrad, 111, 113, 114
Frequenz, 35
FRM II, 41
full width at half maximum (FWHM), 53
Fundament, 105
Fundamentalgleichung, 20
Fundamentalgleichung der XRD²-sa, 18
Fundamentaltensor, 108
Fundamentaltensor, metrischer, 108
Funktion, 53, 58, 78, 79, 87, 105, 107, 118, 122, 130
funktional, 86
funktionale Abhängigkeit, 24
Funktionalität, 81
FWHM, 53, 86
- G, 50, 128
GADDS, 41, 43
GADDS Software, 41
GD, 68, 71, 72
gekoppelt, 117
Genauigkeit, 20, 41
General Area Detector Diffraction System (GADDS), 41
generalisiertes Hookesches Gesetz, 13
Generation, 36
Generation, erste, zweite, dritte, vierte, 35





- Geometrie, 104, 106
 gerätespezifisch, 25
 Gesamtanordnung, 55
 Gesamtstruktur, 55
 Geschwindigkeitsgradiententensor, 89–91, 95
 gewichtet, 46
 Gewichtsfunktion, 88
 Gewichtsprozent, 67
 Gibbs-Wilbraham, 118
 Gibbs-Wilbraham Phänomens, 118
 Gitterdeformationdehnungen, 13
 Gitterdehnung, 65, 66
 Gitterkonstante, 13, 24
 GK, 26, 34
 Gleichgewicht, mechanisch, 79
 Gleichgewicht, mechanisches, 19, 111
 Gleichgewichtsbedingung, 129
 Gleichgewichtsbedingungen, mechanische, 80
 Gleichgewichtsgleichung, 81
 Gleichung, 105
 Gleichung, algebraische, 113
 Gleichung, kinematische, 107
 Gleichungssystem, 115
 Gleichungssystem, lineares, 115
 Gleiter, 1
 Gleitgesetz, 89
 Gleitsystem, 58, 89, 91, 98
 Gleitsystemaktivität, 95
 Gleitsystemfamilie, 89, 98
 Gleitung, 89, 91, 98
 global, 34, 36, 38, 73, 74, 90, 98, 127, 130
 Globalspannung, 130
 Globaltextur, 34, 40, 45, 47, 48, 90
 Globaltexturanalyse, 41, 47
 globular, 46
 Goniometer, 39, 42, 67, 69
 Goniometermessradius, 66, 75
 Gosslage, 56, 58
 Gosslage (G), 50
 Grade 1, 60
 Gradient, 59, 62, 79–81, 83, 84, 127, 128
 grain-matrix-interaction model, 89
 granular, 89
 Graphenanstieg, 73
 gravity method, sliding, 19
 Grenzfall, 58, 72, 74, 87, 88
 Grenzfläche, 79, 112
 Grenzübergang, 91
 Grobkörnigkeit, 26
 growth direction (GD), 68
 Grundlagen, physikalische, 33
 Größenordnung, 79
 Größenordnung, 55, 72, 79, 80, 84, 88, 115
 Größenordnung, 88
 Guss, 45
 Gusstextur, 47
 Göbelspiegel, 37
 Güte, 74, 104
 Halbleiterdetektor, 38
 Halbwertsbreite (FWHM), 53
 Hall-Petch Beziehung, 1
 Hamburg, 41
 Hamburger Synchrotronstrahlungslabor (HasyLab), 41
 HasyLab, 41
 Haupt(normal)spannung, 71
 Hauptachse, 84
 Hauptachsen, 11
 Hauptachsentransformation (HAT), 10
 Haupteinflussgröße, 95
 Hauptprogramm, 43
 Hauptspannung, 84
 Hauptspannungen, 10
 Hauptspannungssystem, 10, 11, 84
 Hauptspannungswerte, 72
 Hauptspannungszustand, 84, 129
 Haupttexturkomponente, 49, 85
 hcp, 49, 98, 127, 132
 Helmholtz-Gemeinschaft, 41
 Hemisphäre, 26
 heterogen, 12
 Heterogenisierung, 127
 hexagonal, 30, 40, 49, 50, 55, 56, 61, 86, 98, 131
 hexagonal close packed (hcp), 49
 hexagonal dichteste Packung (hcp), 49
 high pressure torsion (HPT), 2
 high strength metallic composites (HSMet-Comp), 3
 Hill, 15
 Histogramm, 39
 Hochauflösungsröntgendiffraktometrie, 38





- Hochleistungsapplikationen, 21
hochrelativistische Elektronen, 36
Hochspannung, 37
homogen, 11, 46, 47, 81, 84, 95, 109
Homogenisierung, 52, 128
Homogenität, 84
Hookescher Tensor, 13
horizontal, 66
HPT, 31, 33, 41
HSMetComp, 3
Hybrid, 36
Hydrierung, 61
Hypothese, 54
Hämmerbacken, 56, 81, 84
Härte, 80
Hüllenelektronen, 34
Hülsenmitte, 52
- IpS, 36, 37
iBC, 118
iBVP, 117, 118, 125
ICDD, 61, 68
ICDD 01-071-4960, 61
ICDD 03-065-2865, 68
Idealfall, 58
Ideallage, 50
Idealtexturkomponente, 50
Idealwert, 98
Identifikation, 51
IFW Dresden, 28
IGC, 2, 31, 33
Implementation, 84, 86, 87, 110, 131
Implementierung, 88, 111
imposed velocity gradient tensor, 90
IMT, 65
in situ, 30, 32, 33, 36, 42, 64, 67, 68, 70–74, 128
in situ Spannungsanalyse, 30
Index, 89
indexing, 19
Indexkalkül, 108
Indiz, 104
Indizierung, 19, 76
Indizierungsqualität, 70, 76, 79, 80, 129
Industrie, 21
inert gas condensation (IGC), 2
Inertgas-Kondensation (IGC), 2
Ingenieurspannung, 9
inhomogen, 110, 112, 113, 117, 118, 125
Inhomogenität, 50
Initialaußendurchmesser, 28
Initiallänge, 81
Initialmaterial, 127
Initialtextur, 89, 90
Inklusion, 89
Inklusionsproblem, 89
Inkompatibilitätstensor, 112
Inkrement, 73, 92–94, 96, 97, 99–103
inkrementell, 81, 91
Innendurchmesser, 109
Input, 89, 90, 95
Instabilität, 119
Institut für Festkörper- und Werkstoffforschung (IFW) Dresden, 28
Institut für Strukturphysik (ISP), 32
Institute of Structural Physics (ISP), 32
Integral, 81
Integration, 16, 43, 44
Integration, 2θ , 39
Integration, γ , 39
Intensität, 19, 24, 36
Intensitätswert, 53
Intensivierung, 127
interagieren, 34
Interaktion, 85
Interaktionstensor, 89
intermediär, 89
intermetallische Werkstoffe, 6
International Centre for Diffraction Data (ICDD), 61
interne Grenzflächen, 6
intrinsisch, 74
inverse pole figure (INVPF), 47
inverse Polfigur (INVPF), 47
INVPF, 47–49, 68, 71
iPython, 40, 41, 44
isotrop, 88, 106
Isotropie, 107
ISP, 32, 36, 65, 73
iterativ, 117
- Justierungsfehler, 75
 K_{α} -Doublet, 19





- K_{α_1} Peak, 19
K-Serie, 67
Kalibrierung, 64, 74, 89
Kalkulation, 88, 119
Kalteinbettung, 32
Kammrath & Weiss GmbH, 42
kartesisch, 105, 107–109
Kegelschnitt, 17
keyfigure, 50
KG, 31, 46, 47, 54, 68, 84
kinematisch, 107, 108
Kollaps, 83
Kollimator, 37
kolumnar, 72
Kombination, 98
Kompatibilitätsbedingungen, 112
komplementär, 72
komplex, 126
Komplexität, 124
Komponente, 77, 105, 117
Komposition, 114
Kompositmaterial, 54, 60
Kompression, 90, 98, 104
Kompressionsmodul, 106
kompressiv, 83
Konfiguration, 37, 38
konsekutiv, 54
konservativ, 53, 112
Konsistenz, 89
konstruktive Leichtbaulösungen, 6
Kontamination, 67
Kontinuumsmechanik, 105, 108
Kontinuumsmechanik, nichtlineare, 108
kontravariant, xxxiv
Konvention, hexagonale, 40
konventionelle Röntgenbeugung (cXRD), 8
konventionelle Röntgenografische Spannungsanalyse (cXRD-sa), 8
konventionelle Röntgenografische Texturanalyse (cXRD-ta), 26
Koordinate, 105, 107, 109
Koordinate, mathematische, 107–109
Koordinate, physikalische, 108, 109
Koordinate, physikalische (normierte), 107
Koordinatensystem (KS), 20
Korn, 45
Korn-Matrix-Wechselwirkungsmodell, 89
Kornfeinung, 5, 6, 47, 54, 83, 84, 129
Kornform, 91, 95
Korngefüge, 46
Korngrenze, 83
Korngrenzeneffekt, 88
Korngröße, 66, 95
Korngröße (KG), 1
Kornstruktur, 46
Korrekturfunktion, 74
Korrelation, 72–74, 77
kovariant, xxxiv, 107–109
Kraft, 8
Kraftmessdose, 74
Kristall(it), 66, 72, 106
Kristall(it)gruppenmethode, 17
Kristall(it)koordinatensystem (KKS), 21
Kristallgitterkonstante, 98
Kristallit, 21
Kristallitkopplungshypothese, 15, 72
kristallografisch, 50, 56, 131
kristallografisch isotrop, 21
kristallografische Anisotropie, 21
kristallografische Gitternetzebene, 13, 24
kristallografische Richtung, 25
Kristallplastizität, 89
Kristallsymmetrie, 17, 26, 35, 49
Kroneckersymbol, 106
krummlinig, 107, 109
Kröner, 15
Krönorsche Vielkristalltheorie, 16
KS, 50, 74, 90, 108
kubisch, 17, 26, 91
kubisch flächenzentriert (fcc), 31
Kugelflächenfunktion, 25
Kugelfunktion, verallgemeinerte, 25
kugelgestrahlt, 64, 65
Kugelkoordinaten, 14
Kupferlage, 50, 56, 58
Kupferlage (Cu), 50
Kupferlage, rotierte (Cu*), 50
Körnung, 32
l.u., 13, 90, 114, 115
Labor, 34
Labor(koordinaten)system (LKS), 10
Labormaßstab, 37

Index





- LaboTex Software, 40, 41, 91
Landau, 124
Landau-Symbol, 124
Laser-Video Justiersystem, 36
Lastachse, 72, 73
Lastbedingung, 71–73, 81
Lastbereich, 72, 73
Lastrichtung, 69
Lastspannung, 67, 72, 73
Lastspannung, externe, 11
lateral, 128
Laue-Bedingung, 24
Leptos, 41, 44
Lichtgeschwindigkeit, 35
linear, 71, 73, 74, 83, 105, 107, 112, 115, 117, 118
linear least squares regression, 16
linear unabhängig (l.u.), 13
linear-elastisch, 110
lineare Regression, 16
lineares Gleichungssystem, 16
Linearisierung, 123, 124
Linearisierungsprozedur, 89
Linearisierungsschema, 89
Linearkombination, 114
Linienberührung, 58
Liniendetektor, 16, 26, 66
Linienprofilanalyse (LPA), 13
LKS, 69, 90
lokal, 6, 29, 31, 33, 34, 36–38, 41–43, 49, 50, 53, 62, 64, 67, 68, 70–80, 85–87, 91, 95, 104, 127–130, 165
lokale Textur- und Spannungsverteilung, 31
lokale Textur- bzw. Spannungsverteilungen, 37
lokalisiert, 54
Lokaltextur, 40, 41, 49
low-power micro-focus X-ray tube ($I_{\mu S}$), 36
LPA, 13, 31, 38
Luftkühlung, 37
Längsschliff, 81
Längsschnitt, 81
Lösbarkeit, 110
Lösung, 105
Lösungsansatz, 105
Lösungsschema, 110
Lösungssystem, 113
Machbarkeit, 41, 74, 81
macroscopic secant modulus, 89
Makro, 36, 43
makroskopisch, 66, 74, 82, 83, 89, 106, 112, 114, 129
Makrospannung, 13, 82
Makrospannungskomponente, 82
Makrotextur, 34
Manteloberfläche, 114
Maple, 115, 118, 132
Mapping, 128
Massendichte, 83, 86, 129
Material Testing System (MTS), 73
Materialdestruktion, 56
Materialfaser, 54
Materialfestigkeit, 131
Materialfluss, 54, 56, 80
Materialgesetz, 105, 106
Materialkomposition, 67
Materialkonstante, 110
materialspezifisch, 40, 114
Materialtiefe, 20
Materialverbundwerkstoff, 27
Materialverhalten, 89, 90
Materie, 34
Matrix, effektive, 89
Matrix-Einschluss-Topologie, 88
Maximalabstand, 42
Maximalwert, 54
Maßzahl, 113
mechanical elastic constant (MEC), 15
mechanisch, 127
mechanische Elastizitätskonstante (MEK), 15
mechanische und elektrolytische Politur, 31
Mechanismen, 83, 89
Medium, 89
Medium, effektives, 89
mehrphasig, 128
mehrphasiges polykristallines Material, 12
Mesostruktur, 43, 84
Messbarkeitsgrenze, 82
Messbereich, 42
Messempfindlichkeit, 67
Messgenauigkeit, 65





- Messpfad, 31, 53
Messqualität, 80
Messrichtung, 13
Messsignal, 20, 24
Messstatistik, 42, 65
Messsystem, 64, 65, 67, 68, 74–76
Messungenauigkeit, 67
Messunsicherheit (MU), 42
Messunsicherheit, statistische, 42, 53
Messunsicherheit, systematische, 42
Messuntergrund(rauschen), 53
Messzeit, 65, 75
Methode, 35, 127
Methode der Anpassung der Beugungskeg-
gelverzerrung, 19
Methode, harmonische, 17, 25
Methoden, diskrete, 25
Methodik, 64, 67, 68, 91
metrisch, 108
microgap detector, 38
Mikro, 36
Mikrofokus-Kleinleistungs-Röntgenröhre, 36
Mikrofokusröhre, 36
mikroskopisch, 106
Mikrostruktur, 26, 29, 30, 43, 46, 47, 74, 83,
95, 129
mikrostrukturell, 72, 127
mikrostrukturelle Untersuchung, 31
Mikrostruktur, 45
Milieu, 61
Millersche Indizes, 13, 24
Mittelwert, 86
Mittelwert, arithmetischer, 46
Modell, 85, 86, 88, 104, 110, 115, 116
modifiziert, 118–120, 124
modifizierte Besselfunktion, 124
Monochromators, 35
Montel multilayer Optik, 37
Montelspiegel, 37
mrd, 22, 40
MTS, 73, 74
MU, 42, 53, 70, 72, 74–76, 78, 80, 88
MulTex Software, 41
Multiphasensystem, 35
multiple, 65, 70, 75, 76, 98
multiples of a random distribution (mrd),
22
Multiplizität, 66, 70, 76
München, 41
Nabla, 105
Nachgiebigkeitstensor, 85
Nachgiebigkeitswert, 85
nano, 64
nanokristallin (NK), 1
Nanoplastizität, 31
ND, 50
Neumann, 125
Neutron, 34
Neutronen, 45
Neutronenbeugung, 34, 35, 41, 47
Neutronenstrahlung, 33–36, 130
Ni-5, 25at.%Fe, 68
Ni-5at.%Fe, 71
Ni-5at.%Fe, 30, 33, 41, 42, 67–70, 72, 73
nicht-regellose Orientierungsverteilung, 21
nichtlinear, 108
NK, 31, 41
normal direction (ND), 50
Normalenrichtung (ND), 50
Normalenvektor, 61
Normalkomponente, 79
Normalspannung, 9, 110
Normalspannungskomponente, 20, 71, 77, 78,
84, 129
Normalspannungskomponenten, 20
Normierungsbedingung, 25
Notation, 50, 108, 124
numerisch, 66, 84, 95, 104, 105, 115, 117–
119, 127
Näherung, 85, 90, 98, 105, 110, 117
Oberfläche, 61
oberflächenparalleler, biaxialer Spannungs-
zustand, 15
oberflächenparalleler, zweiachsiger Spannungs-
zustand, 16
oberflächensensitiv, 31
Oberflächensensitivität, 32, 61
Observation, 54, 79, 88
ODE, 113

Index





- ODF, 23, 25, 26, 40, 41, 49, 50, 53, 58, 68, 85–88, 91, 95, 128
- OM, 43, 45, 59
- Operation, 108
- Operationalität, 64
- Optimierung, 21, 65
- Optische Mikroskopie (OM), 29
- Ordinatenabschnitt, 118
- Ordnung, 53, 84
- Ordnungszahl, 67
- Ordnungszahl, 74
- Orientierung, 20, 22, 49, 54, 66, 83, 89
- Orientierung, kristallografische, 22, 23
- Orientierung, schwach bevorzugte, 26
- Orientierung, stark bevorzugte, 26
- Orientierungsbeziehung, 26
- Orientierungskomponente, 50, 62
- Orientierungsverteilung, 22, 83
- Orientierungsverteilungsfunktion (ODF), 22
- orthogonal, 58, 72
- Orthonormalbasis (ONB), 10
- orthorhombisch, 17, 26
- Ortsabhängigkeit, 90
- ortsaufgelöste Texturanalyse, 41
- Parabelmethode, 19
- Parabolic method, 19
- parallel, 50, 61, 62, 69–72, 85, 87, 88
- Parallelstrahloptik, 38
- Parameter, 114, 118
- Parametern, 115
- Parameterraum, 98
- Parameterwahl, 98
- parametrisiert, 22
- Partiallösung, 118–123
- Partialvolumen, 81
- partiell, 105, 108, 113
- partielle Differentialgleichung (PDE), 105
- Pattern, 61, 65, 68
- Pd-Au, 31, 41
- Pd-Au Proben, 31
- PDE, 105, 107, 110–112, 117, 125
- PDF Maint database, 61, 68
- Peak, 61, 66, 70, 76
- peak evaluation methods, 19
- peak profile analysis (LPA), 13
- Peak-Auswertemethoden, 19
- Peakauswertung, multiple, 65, 70, 75, 76
- Peakintensität, 75
- Peakposition, 13, 65
- Pearson VII Funktion, 19
- Pearson VII method, 19
- Pearson VII Methode, 19
- Pendants, 89
- Performance, 104
- PF, 24–26, 41, 43, 68
- PF Analyse, 25, 35, 36, 41
- PF, kombinierte, 26
- PF-Dichtefunktion, 25
- PF-Dichtefunktion, normierte, 25
- PF-Winkel, 22, 24
- pH-Wert, 61
- Phase, 13, 46, 47, 49, 56, 57, 59–61, 63, 75, 78–81, 85, 87, 98, 104, 106, 109, 110, 116, 127, 129
- phase match/fit, 68
- Phasenabgleich, 68
- Phasenanalyse, 38, 39, 43, 128
- Phasenanteil, 80
- Phasenelement, 86
- Phasengehalt, 68
- Phasengrenz(fläch)e, 114
- Phasengrenze, 79
- Phasenspannung, 81, 129
- Phasenspannungskomponente, 129
- Phasenvolumenanteil, 13, 59, 60, 82, 83, 85, 86
- Phasenwert, 80
- Photonen, 35
- Photonenfluss, 36
- Phänomen, 104, 118, 131
- PKS, 31, 33, 49, 69, 77, 84, 90
- planar, 81
- Planarspannung, 77, 84
- Planarspannung, skalare, 15
- Planckrelation, 35
- Plancksches Wirkungsquantum, 35
- plane strain, 50
- plastisch, 54, 60, 80, 106, 128, 131
- Plausibilität, 98
- Plausibilitätsprüfung, 82
- Plausibilitätstest, 80
- Poissonzahl, 85





- Polabstand, 86
- Polarisationskorrektur, 25
- Polfigur (PF), 21
- Polfigur-Dichtefunktion, 25
- Polfigur-Dichtefunktion, normierte, 25
- Polfiguranalyse (PF Analyse), 25
- Polfigurwinkel, 22, 24
- Poliereinrichtung, 32
- Polierintervall, 32
- Polierspannung, 32
- Politur, 61
- Politur, elektrolytische, 67
- Politur, mechanische, 67
- Polykristall, 88, 89
- polykristallin, 21, 88, 89
- polykristallines Material, 20
- Polykristallplastizität, 89
- polynomial, 86
- porös, 34
- Positionierung, 42, 43
- Prinzip, 34–36
- Probenachse, 50, 62, 69
- Probenebene, 50
- Probenfläche, 66
- Probengesamtvolumen, 81
- Probenkoordinatensystem (PKS), 20
- Probennormalenrichtung, 18
- Probenoberfläche, 19, 37, 66
- Probenorientierung, 21, 24
- Probenoszillation, 58
- Probenpräparation, 31–33, 60
- Probenquerschnitt, 81
- Probenquerschnittsfläche, 129
- Probenrichtung, 17, 50
- probenspezifisch, 75
- Probensymmetrie, 17, 26, 49
- Probenverformungszustand, 53
- Probenvolumen, 34, 66, 81, 90
- Probenvolumen, makroskopisches, 12
- Probenvolumen, mikroskopisches, 12
- Probenvolumen, nanoskopisches, 12
- Probenzentrum, 52
- Probenzustände, 81
- Profil, 19
- Profilbreite, 19
- Prognose, 116
- Projektion, 23
- Projektion, stereografische, 22
- Propagation, 75
- propagiert, 26
- Proportionalität, 25
- Prozedur, 60
- Prozess, 58, 127
- Präparation, 46, 67
- Präparationszustand, 31
- Präzision, 119, 120
- Pseudo-1D-Analyse, 66
- pseudo-hydrostatic stress, 20
- pseudo-hydrostatischen Spannungsbeitrag, 20
- Pulverprobe, 66
- Punkt-detektor, 16, 26, 66
- QTA, 25, 40, 53, 59, 60, 86
- qualitativ, 52, 53, 95, 104
- Qualität, 60, 66, 80, 104, 129
- quantitativ, 72, 104
- quantitative Texturanalyse (QTA), 40
- quantitative texture analysis (QTA), 40
- quasi-hydrostatisch, 31
- Quelle, 106
- Querschnitt, 45, 109
- Querschnittsfläche, 81
- Querschnittsreduktion, 28
- radial, 47
- Radialabhängigkeit, 54
- Radialspannungskomponente, 78
- radialsymmetrisch, 56, 58, 62, 128
- Radiant, 66
- Rand-Kern-Modell, 106
- Randbedingung, 111, 113, 114
- Randbedingung (BC), 105
- Randwertproblem (BVP), 105
- Rasterelektronenmikroskopie (REM), 31
- raten-abhängig, 89
- Raumtemperatur, 29, 58
- Raumwinkel, 25, 35
- RD, 50
- Realisation, 55
- Realisierung, 104
- realistisch, 126
- Rechenwert, 88
- Reduktion, 30, 75

Index





- Reduktion der Querschnittsfläche, 28
Redundanz, 56
Reduzierung, 118
reellwertig, 118
reference stress, 89
Referenzmessung, 73
Referenzpunkt, 110
Referenzspannung, 89, 98
Referenzsystem, 90
Referenzsystem, 20, 30, 31, 51, 56, 59, 60, 107, 130
Reflex, 61, 65, 76, 79
Reflexion, 34, 35
regellose Orientierung, 24
regellose Orientierungsverteilung, 20, 21
Regellosigkeit, 83
Regression, linear, 71
Reibung, 29, 56
Reihenapproximation, 119–122
Reihenentwicklungsmethoden, 25
Reinheitsgrad, 54
REK, 44, 70
Rekristallisationskomponente, 56
Rekristallisationstemperatur, 29
rekristallisiert, 46
Relation, 25, 73, 74, 86, 108, 111
Relativbewegung, 29
Relativitätstheorie, allgemeine, 108
Relevanz, ökonomische, 21
Reliabilität, 67
REM, 31, 32, 61
Reproduzierbarkeit, 65, 67
Repräsentation, 50
residual stress, 11
Residualterm, 124, 126
resolved shear strain rate, 89
resolved shear stress, 89
Restriktion, 65, 73, 75
Reuss, 15, 72, 74
Reuss'sche Kristallitkopplungshypothese, 16
reversierender Modus, 29
rezipoker Raum, 24
Richtung, kristallografische, 50
richtungsabhängig, 85
Ringfasertextur, zyklische, 50, 62
Riss, 111
Rohmessdaten, 26
rolling direction (RD), 50
Rotation, 50
rotationsfrei, 112
Rotationsgeschwindigkeit, 32
Rotationssektoren, 42
Rotationsasymmetrie, 81, 116, 127
rotationsasymmetrisch, 79, 106, 112, 128
Rotationswinkel, 18, 25, 29
Rotationswinkel, (mathematisch) negativ, 18
Rotationswinkel, (mathematisch) positiv, 18
Rundkneten, 84
Rundkneten, akkumuliertes (ASB), 2
Rundknetmaschine, 81
Rundknetmaschinen, 27
Rundknetprozess, 84
räumlich, 86, 109
Röntgen-Strahlung, 24
Röntgenbeugung (XRD), 8
Röntgenbeugungsreflex, 41
Röntgenbrennfleck, 37–40, 66
Röntgendiffraktogramm (XRDg), 13
Röntgenintegralmethode, 17
Röntgenlinie, charakteristische, 67
Röntgenmikrodiffraktion, 37
Röntgenmikrodiffraktometersystem, 127
Röntgenografische Beugungskegelverzerrung, 17
Röntgenografische Texturanalyse (XRD-ta), 24
Röntgenografischen Beugungsreflexprofils, 13
Röntgenografischen Elastizitätskonstanten (REK), 15
Röntgenografischen Spannungsanalyse (XRD-sa), 8
Röntgenografischer Beugungskegel, 17
Röntgenröhre, 37, 38
Röntgenstrahlen, 75
Röntgenstrahlung, 19, 33, 34, 59
Rückstreuungselektronen (BSE), 43
Rückstreuungselektronenbeugung (EBSD), 68
Rückwärtsbeugungsmodus, 75
Sachs, 89
Sauerstoffäquivalent, 60
Scan, 43
Schema, 58





- Scheranteil, 91
Scherdehnung, wahre akkumulierte, 31
Scherkomponente, 95
Scherkraft, 30
Scherspannung, 9, 84, 110
Scherspannungskomponente, 71, 84
Schertexturkomponente, 56, 95
Scherung, 98, 104, 110
Scherungsanteil, 84
Schlüsselfigur, 50, 51
Schmiegun, 56, 58
Schrittweite, 68, 70
Schubmodul, 106
Schubspannung, 89
Schwankungsbreite, 60, 62, 78
Schwefelsäure, 32
Schwinger, 36
Scripting Lexical Analyzer and Monitor, 43
secant, 89
secondary electron, 43
Sekantenansatz, 89
Sekantenmodulus, makroskopischer, 89
Sektor, 17
sekundär, 95
Sekundärelektronen, 43
selbstkonsistent, 88
Separabilität, 118
Separation, 19, 59
seriell, 85, 87, 88
servohydraulisch, 73
severe plastic deformation (SPD), 2
SFE, 58
SGO, 91, 95
Shift, 65
Signal-zu-Rausch, 60, 76, 79
signifikant, 50, 56, 62, 95, 98
Silizium, 64
simple shear, 90
Simulation, 54, 89–91, 95, 98, 104, 106, 110, 115, 126, 128
Simulationsergebnis, 90
Simulationsexperiment, 91
Simulationsmodell, 90, 104
Simulationsmodelle, 127
Simulationsparameter, 90, 98, 110
Simulationstextur, 91, 98
single grain orientation (SGO), 91
Skalierungsfaktor, 25
SLAM, 43
slip rate, 89
Snout, 37, 42
Software, 42, 91
SpA, 7, 8, 33, 43
Spannung, 30
Spannung, lokal, 41
Spannung, mechanische, 8
Spannungs-Dehnungs-Diagramm, 73
Spannungs-Mapping, 42
Spannungsanalyse, 38, 39, 127–130
Spannungsanalyse (SpA), 7
Spannungsellipse, 11
Spannungsellipsoid, 11, 83, 84
Spannungsentwicklung, 127
spannungsfrei, 65, 106
spannungsfreie Probe, 18
spannungsfreie Winkelposition, 13
Spannungsfreiheit, 112, 114
Spannungsfreiheit, makroskopische, 114
Spannungsgradient, 16, 20, 106, 115, 116, 124, 129
Spannungskomponente, 71, 73, 74, 79–81
Spannungssimulation, 110, 116, 130
Spannungstensor, 8, 13, 19, 43, 65, 70, 71, 105
Spannungstensorkomponente, 77, 81
Spannungstensorkomponenten, 8
Spannungsvektor, 8, 79, 111, 114
Spannungsverlauf, 43
Spannungsverteilung, 29, 77, 129
Spannungsverteilung, lokale, 6
Spannungszustand, 19, 20, 84, 129
Spannungszustand, globaler, 34
Spannungszustände, 74
spatial correction, 38
SPD, 2, 30, 127, 131
spektrale Brillianz, 35, 36
Spezialfall, 17
spezifisch, 129
spezifische Festigkeit, 6
spottiness, 26
Standard Pseudo-Voigt method, 19
Standard Pseudo-Voigt Methode, 19





- Standardabweichung, 84
Standarddiskretisierung, 26
Stapelfehlerenergie, 58
Stapelfolge, 30
stark texturiert, 42
starke plastische Verformung (SPD), 2
statisch, 105
Statistik, 128
statistisch, 26, 43, 53, 70, 76
Steifigkeitswert, 85
stetig, 79
Stetigkeit, 111, 114
stiffness tensor, 13
Stochastik, mathematische, 26
Strahlgröße, 36
Strahlkonzentration, 36
Strahlung, 34
Strahlungsaustritt, gebündelt, gepulst, 35
Strahlungsbrillanz, 128
Strahlungsentstehung, 36
Strahlungsquelle, 35
strain hardening, 91, 98
strain rate sensitivity, 89
stress mapping, 42, 128
StressSpec, 41
StressTexCalculator Software, 41
Streubreite, 80, 115
Streuung, 115, 127
Stromstärke, 37
Struktur, 61, 98, 129
Struvefunktion, 124
Subkornevolution, 104
Subkorn Grenzen, 6
Subkornmorphologie, 95
submikrokristallin, 2
subsektiv, 127
Summation, 119
Summenkonvention, 105
superplastisch, 91
superponiert, 54
Superposition, 49, 72, 85, 106, 107, 118, 128
Superpositionseffekt, 54, 128
Superskript, 64
Symbol, 124
Symbolik, 108
symbolisch, 105
Symmetrie, 49, 54–56, 77, 95, 98, 105, 107, 109–112, 116, 123, 126
Symmetrie, kristallografische, 56
Symmetrieannahme, 81, 110, 112
Symmetrieansatz, 115, 116, 126
Symmetrieebene, 77, 81, 89
Symmetriegrad, 56
Symmetriegründe, 81
symmetrisch, 55, 107
Synchrotronbeugung, 35, 36, 41, 47
Synchrotronstrahlung, 33, 35, 36, 130
Synchrotronstrahlungsquelle, 36
Syntax, 43
System, 105, 107, 110, 111, 117

TA, 24, 33, 41, 43
tangent, 89
Tangentenansatz, 89
Tangentialspannungskomponente, 78
Taylor, 89, 123, 125
Taylor-Entwicklung, 123, 125
TD, 50
Technische Universität München (TUM), 41
Technischen Universität Dresden (TUD), 32
Teilprofil, 37
Temperatur, 32
Temperaturdifferenz, 107, 110
templates, 44
tension/compression module, 42
Tensor, 107, 108
Tensor 1. Stufe, 107
Tensor 2. Stufe, 109
Tensor, metrischer, 108
Tensortransformationsregeln, 10
Textur, 21, 26, 30, 40, 47, 74, 83, 88, 106, 127, 129, 131
Textur(faser)gradient, 52
Texturanalyse, 38, 39, 127
Texturanalyse (TA), 24
texture analysis (TA), 24
texture index, 104
Textureinfluss, 85, 88
Texturen, 17
Texturentwicklung, 52, 60, 61, 90, 91, 95, 127, 128
Texturergebnis, 91





- Texturevolution, 54, 88, 91, 95–98, 102, 103, 127
- Texturfaser, 86
- Texturgradient, 53–55, 59, 60, 90, 95, 128
- Texturideallage, 50
- texturiert, 24
- Texturindex, 104
- Texturintensität, 60, 104
- Texturintensitätswert, 40, 54–56
- Texturkomponente, 49, 50, 56, 95, 128
- Texturmessung, 53
- Texturschärfe, 52–54, 104
- Textursimulation, 31, 88, 91, 95, 98, 104, 130
- Textursimulationsergebnis, 92–94, 96, 97, 99–103
- Textursimulationsparameter, 98, 104
- Texturstärke, 26, 52–54, 56, 58, 59, 104
- Texturtyp, 104
- Texturverlauf, 43
- Texturverteilung, 29
- Texturverteilung, lokale, 6
- thermoelastisch, 106
- Ti Grade 1, 28
- Ti/Al, 3, 6, 7, 12, 28–31, 33, 40, 41, 43, 45–49, 52–56, 59–62, 64, 66, 75, 77–86, 88, 91–97, 99–104, 106, 127–129
- Ti/Al *N*, 28
- Ti/Al 0, 28, 31
- Ti/Al 1, 28, 31
- Ti/Al 2, 28, 31
- Ti/Al Kompositdraht, 41
- Ti/Al Kompositdrähte, 3
- Ti/Al Verbunddrähte, 64
- Ti/Al Verbundmaterial, 30, 33, 41, 43, 129
- Ti/Mg, 30
- Ti/Ti, 30, 59–62
- time-of-flight, 35
- Titanhydrid, 61
- Titanhydridbildung, 61
- Tonerde, 32
- top-down, 2, 27, 30
- Torsion, 90, 104, 110
- total phase stress, 13
- Totalphasenspannung, 13, 115
- Totalspannung, makroskopische, 80
- Transformation, 14, 74, 77, 85, 107, 109
- Transformationskoeffizient, 108
- Transformationskoeffizienten, 10
- Transformationsmatrix, 77, 90
- Transmission, 34, 36
- transversal, 88
- Transversalrichtung (TD), 50
- transverse direction (TD), 50
- triaxial, 20
- true accumulated shear strain, 31
- TUD, 32, 36
- TUM, 41
- two-dimensional X-ray diffraction texture analysis (XRD²-ta), 26
- two-dimensional X-ray microdiffraction stress analysis (XRμD²-sa), 8
- two-dimensional X-ray microdiffraction texture analysis (XRμD²-ta), 26
- UFK, 30, 31, 33, 41–43, 64, 67–73, 77, 83, 91, 98, 127–129
- UFK Mehrkomponentenwerkstoffen, 37
- ultrafeinkörnig (UFK), 1
- Ultraschallbad, 32
- Umdrehungsgeschwindigkeit, 28
- Umformeigenspannung, 106
- Umformgrad, 28, 30, 53, 58, 59, 77, 78, 81, 83, 84, 86, 91, 95, 127, 129
- Umformprozess, 58, 84, 89
- Umformtemperatur, 110
- Umformtextur, 49, 58
- Umformungsgrad, 31, 52, 56
- Umformungsprozess, 79, 106
- Umformungszone, 81
- uniaxial, 46, 69, 71–73, 85
- Universität, 65
- Untergrundkorrektur, 25
- Untergrundniveau, 53
- Untergrundsignal, 39
- Unterprogramm, 43
- Untersuchung, 59, 67, 75, 91, 98, 112, 115, 117, 126, 127, 129
- UTS, 83
- VÅNTEC 2000, 37, 38
- Validität, 74, 80





- variablen (Flächen-)Schwerpunktmethode, 19
- Variation, 71, 91–94, 99–101, 115, 119–123
- Vektor, 107, 110
- Vektordifferentialoperator, 105
- Vektorfeld, 112
- Vektorkomponente, 107
- Verallgemeinerung, 106
- Verbund, 30
- Verbunddrähte, 30
- Verbundmaterial, 29
- Verbundwerkstoff, 31, 60
- Verbundwert, 85–88, 131
- verfahrenstechnisch, 56
- Verfestigung, 91, 98
- Verformung, 58, 85, 90, 127, 128
- Verformung, plastische, 89
- Verformungsgrad, 31, 60
- Verformungskomponente, 84
- Verformungsmodi, 110
- Verformungsprozess, 30, 90, 104, 128
- Verformungsschritt, 52, 56, 59
- Verformungssimulation, 89
- Verformungsstadien, 59
- Verformungstemperatur, 29
- Verformungszustand, 31, 46, 52, 55, 60, 62, 79, 80, 82, 83, 85, 87, 91, 127, 128
- Verformungszustände, 28
- Vergleichbarkeit, 64
- Vergleichsspannung, von Mises, 54, 84
- Verschiebungs(vektor)feld, 105, 112
- Verschiebungsvektor, 111, 114, 126
- Verschiebungsvektors, 111
- Versetzung, 89
- Versetzungen, 6
- Versetzungsaktivität, 56
- Versetzungsbewegungen, 6
- Versetzungsgleiten, 91, 98
- verspannter Zustand, 24
- Verunreinigungsgehalt, 60
- Vielfache der regellosen Orientierungsverteilung (mrd), 22
- Viertelmittenbereich, 56
- viscoplastic self consistent (VPSC), 31
- visioplastisch, 54, 91
- viskoplastisch, 88, 89
- viskoplastisch selbstkonsistent, 88
- viskoplastisch selbstkonsistent (VPSC), 31
- Visualisierung, 118
- Voigt, 15
- Voigtsche Kristallitkopplungshypothese, 15
- Volumenanteil, 86
- Volumen, 47, 89
- Volumenanteil, 54, 85, 87, 104
- Volumenanteils, 89
- volumetrisch, 110
- von Mises, 54, 84
- Vorschubgeschwindigkeit, 28
- Vorwärtsbeugung, 40, 75
- Vorwärtsbeugungsmodus, 76
- VPSC, 31, 88, 89, 91–104, 130
- VPSC7b Version, 89
- Wachstumsrichtung (GD), 68
- wahre Dehnung, 28
- wahre Spannung, 9
- Wahrscheinlichkeit, totale, 26
- Walzplattieren, 128
- Walzrichtung (RD), 50
- Walztextur, 50
- Walztexturkomponente, 58
- Warmeinbetten, 32
- Waver, 64
- Wechselwirkung, 89, 104
- Wechselwirkungsgesetz, 89
- Wechselwirkungsquerschnitt, 34
- Wellenlänge, 24, 35, 36
- Wellenlänge, gewichtete, 37
- Wellenlängenbereich, 35
- Wellenlängenbereich, kontinuierlicher, 35
- Werkstück, 56, 58
- Werkstückgeometrie, 58
- Werkstückradius, 58
- Werkzeug, 56, 58
- Werkzeugradius, 58
- Wichtung, 85, 89
- Wichtungsfaktor, 88
- Winkel, 84
- Winkelauflösung, 38, 75
- Winkelbereich, 65
- Winkeldivergenz, 36, 38
- Winkellage, 65
- Wolfram, 64





- Würfel, 128
Würfellage (Cube), 50
- X-ray diffraction (XRD), 8
X-ray diffraction cone distortion, 17
X-ray diffraction stress analysis (XRD-sa), 8
X-ray diffraction texture analysis (XRD-ta), 24
X-ray diffractogram (XRDg), 13
X-ray elastic constant (XEC), 15
X-ray integral method, 17
X-ray micro diffraction, 37
X-ray peak profile broadening, 13
x-y-z-Probentisch, 36
XR μ D², 8, 11, 17, 18, 26, 27, 30, 31, 33, 36–38, 40–43, 49, 64–69, 74–76, 127, 128
XR μ D² Messsystem, 36
XR μ D²-sa, 8, 11, 20, 30, 32, 33, 38, 41, 42, 44, 64–68, 70, 72–77, 80–82, 128, 129
XR μ D²-ta, 26, 68, 71, 77, 85, 104, 128
XRD, 8, 24, 32, 34–36, 61
XRD², 8, 37, 66
XRD²-sa, 8, 11, 17
XRD²-ta, 26, 40
XRD-sa, 8, 11, 13, 14, 19, 24, 66, 75, 76, 79, 82
XRD-ta, 24
XRDg, 13, 43, 61, 68, 69, 75, 76
- Young's modulus, 73
- Zeiss Ultra 55, 32
Zeit, 35
Zellen, 26
zerstörungsfreien Analysemöglichkeit, 8
Ziehtextur, 59
Zug/Druck-Modul, 42, 67, 73
Zug/Druck-Proben, 33, 42
Zugeigenspannung, 115
Zugexperiment, 88
Zugexperimente, 85
Zuglast, 69
Zugspannung, 9, 80
Zustand, 81
Zweckmäßigkeit, 77
Zweckmäßigkeit, 64
zweidimensional, 127
zweidimensionalen Röntgenografische Texturanalyse (XRD²-ta), 26
zweiphasiger Werkstoff, 12
Zwillingsbildung, 47, 98
zyklisch, 50, 62
Zyklus, 30
Zylinder, 77, 81
Zylinderaußenfläche, 79
Zylinderkoordinate, 107–109
Zylinderkoordinatensystem, 77, 90, 108
Zylindersymmetrie, 105, 107
zylindrisch, 89, 90, 109, 110
Zählrate, 38

Index





